

В. Г. Бар'яхтар
Ф. Я. Божинова

Ф

ІЗІКА

Академічний рівень

Підручник
для загальноосвітніх навчальних закладів

**Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України**



Харків
ВИДАВНИЦТВО

2010

УДК 371.388.53

ББК 22.3я721

В26

Підручник виданий за рахунок державних коштів.

Продаж заборонено

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ Міністерства освіти і науки України від 03.03.2010 р. № 177)

Консультант

З. Т. Назарчук, голова Західного наукового центру НАН і МОН України,
академік НАНУ

Рецензенти:

Ю. І. Горобець, зав. кафедри загальної і експериментальної фізики
фізико-математичного факультета НТУУ «КПІ», чл.-кор. НАНУ;

С. В. Каплун, зав. кафедри методики природн.-мат. освіти Харківського обласного
науково-методичного інституту безперервної освіти, канд. пед. наук, доцент;

В. В. Хардіков, доцент кафедри теоретичної радіофізики ХНУ ім. В. Н. Каразіна,
канд. фіз.-мат. наук

Бар'яхтар В. Г.

В26 Фізика. 10 клас. Академічний рівень: Підручник для загальноосвіт.
навч. закладів / В. Г. Бар'яхтар, Ф. Я. Божинова. — Х.: Видавництво
«Ранок», 2010. — 256 с.: іл.

ISBN 978-611-540-714-9

Пропонований підручник є складовою навчально-методичного комплекту
«Фізика-10», який включає також збірник задач, зошит для лабораторних робіт
і комплексний зошит для контролю знань.

Основна мета підручника — сприяти формуванню базових фізичних знань,
достатніх для продовження навчання за напрямками, де потрібна відповідна
підготовка з фізики.

УДК 371.388.53

ББК 22.3я721

Навчальне видання

БАР'ЯХТАР Віктор Григорович
БОЖИНОВА Фаїна Яківна

ФІЗИКА. 10 клас. Академічний рівень

Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів

Редактор **І. Л. Морева**. Технічний редактор **С. Я. Захарченко**

Художник **Н. В. Алімова**. Коректор **Н. В. Красна**

Підписано до друку 21.07.10. Формат 70×100/16. Папір офсетний. Гарнітура Шкільна.

Друк офсетний. Ум. друк. арк. 21,13. Обл.-вид. арк. 23,24.

Наклад 149630 прим. (1-й завод — 70000 прим.)

ТОВ Видавництво «Ранок». Свідоцтво ДК № 3322 від 26.11.2008.

Адреса редакції: 61071 Харків, вул. Кібальчича, 27, к. 135.

Тел. (057) 719-48-65, тел./факс (057) 719-58-67.

Для листів: 61045 Харків, а/с 3355. E-mail: office@ranok.kharkov.ua

www.ranok.com.ua

Надруковано у друкарні ПП «Триада+». м. Харків, вул. Киргизька, 19.

Тел. (057) 757-98-16, 703-12-21.

Зам. 9207-10

© В. Г. Бар'яхтар, Ф. Я. Божинова, 2010

© Н. В. Алімова, іл., 2010

© ТОВ Видавництво «Ранок», 2010

ISBN 978-611-540-714-9

Дорогі друзі!

Ви вивчаєте фізику вже четвертий рік. Сподіваємося, ви зуміли оцінити достоїнства цієї дивовижної науки про природу, більш того — намагаєтесь, використовуючи набуті знання, усвідомлювати й пояснювати процеси, що відбуваються навколо.

Цього навчального року на вас знову чекає зустріч із механікою, механічним рухом, але вже на більш високому рівні. Ви дізнаєтесь про те, що пояснюють закони І. Ньютона і чим класична механіка відрізняється від «релятивістської механіки» А. Ейнштейна, якої швидкості має набути ракета-носій, щоб вивести супутник на орбіту, чому супутники обертаються навколо Землі й не губляться в космічному просторі та багато іншого.

У процесі вивчення розділу **«Кінематика»** ви пригадаєте відомості про прямолінійний рух та рівномірний рух по колу, а також познайомитеся з новими поняттями — переміщенням, прискоренням, кутовою швидкістю тощо.

Умови, за яких тіла змінюють власну швидкість, а також умови рівномірного прямолінійного руху тіл ви з'ясуєте, вивчаючи розділ **«Динаміка»**. Ви згадаєте про сили, що діють на тіло, розглянете різні види сил, дізнаєтесь про закони І. Ньютона та навчитесь розв'язувати задачі про рух тіл під дією кількох сил.

У розділі **«Закони збереження в механіці»** ви познайомитеся з таким фундаментальним законом фізики, як закон збереження імпульсу, розширите свої знання про закон збереження енергії, переконаєтесь, що застосування цих законів значно спрощує розв'язання цілої низки фізичних задач.

Знання законів кінематики, динаміки та законів збереження дозволить зрозуміти такий вид руху, як механічні коливання, вивчити їхнє поширення в пружному середовищі — механічні хвилі. Тож наступний розділ має саме таку назву — **«Механічні коливання та хвилі»**.

У ході вивчення розділу **«Релятивістська механіка»** ви познайомитеся з теорією відносності та її наслідками.

Параграфи завершуються рубриками **«Підбиваємо підсумки»**, **«Контрольні запитання»**, **«Вправа»**. Завдяки рубриці **«Підбиваємо підсумки»** ви маєте можливість ще раз виділити основне у вивченому матеріалі й повторити його. З'ясувати, як ви зрозуміли вивчене, допоможе рубрика **«Контрольні запитання»**. Рубрика **«Вправа»** дозволить вам застосувати отримані знання на практиці.

Фізика — наука експериментальна, тому в підручнику на вас чекають **лабораторні роботи й експериментальні завдання**. Обов'язково виконайте їх, і ви почнете краще розуміти та більше любити фізику.

У ході підготовки до контрольних робіт буде корисною рубрика **«Завдання для самоперевірки»**, а рубрика **«Підбиваємо підсумки розділу»** допоможе систематизувати отримані знання й «побачити» матеріал розділу в цілому.

Ті ж із вас, хто хоче більше довідатися про розвиток фізичної науки та техніки або планує пов'язати своє майбутнє з фізикою, знайдуть чимало корисного в рубриках **«Фізика та техніка в Україні»** і **«Енциклопедична сторінка»**.

Цікавої подорожі світом фізики, нехай вам щастить!

ВСТУП

§ 1. ЗАРОДЖЕННЯ ТА РОЗВИТОК ФІЗИКИ ЯК НАУКИ. РОЛЬ ФІЗИЧНОГО ЗНАННЯ В ЖИТТІ ЛЮДИНИ ТА В СУСПІЛЬНОМУ РОЗВИТКУ

Нещодавно люди навіть мріяти не могли про ті блага, що мають сьогодні. Наприклад, ще у XVIII ст. освітлення будинків здійснювалося за допомогою свічок, скіп і газових пальників, листи йшли до адресатів тижнями і т. д. Зараз же завдяки Інтернету й радіозв'язку можна протягом декількох секунд зв'язатися зі своїм адресатом на будь-якому континенті. Сьогодні наука, у тому числі фізика, — реальна основа розвитку суспільства й створення нового рівня добробуту людства. Досить згадати численні електроприлади, аудіо- та відеотехніку, автомобілі, комп'ютери тощо. А ще — новітні технології одержування енергії, створення матеріалів із заданими властивостями, досягнення радіотехніки, авіації, космонавтики, мореплавства.

Сучасні економісти цілком слушно вважають, що головне багатство країни — це знання, якими володіє її населення. Простежимо, як накопичувалися фізичні знання на деяких етапах розвитку людства.

Фізика й астрономи Стародавньої Греції

Величезний вплив на встановлення фізичних понять і закономірностей здійснили мислителі Стародавньої Греції: *Арістотель*, *Архімед*, *Аристарх Самоський*, *Демокрит*, *Левкіпп*, *Піфагор*, *Птолемей*, *Евклід*. Вони заклали елементи наукових уявлень про фізичні властивості навколишнього світу.

Арістотель (384–322 рр. до н. е.) увійшов в історію науки як учений, що узагальнив та систематизував знання в галузі суспільних і природничих наук свого часу. Його роботи аж до XVI ст. вважалися «безумовною істиною». Арістотель перший сформулював поняття стану тіла в механіці (визначається положенням тіла в просторі — координатами тіла); вивів правила додавання паралельних і перпендикулярних одне до одного переміщень (елементи векторного додавання), а також правило рівноваги важеля. Арістотелю також належить наукова картина поширення звуку в повітрі, яке він пояснював чергуванням ділянок стиснення та розрідження повітря. Це уявлення про звукові хвилі збереглося і в сучасній фізиці.

Демокриту й *Левкіппу* (V ст. до н. е.) належить дуже важлива ідея про атомну будову матерії. До речі, експериментально цю ідею було підтверджено тільки на початку XX ст.

Видатним астрономом Стародавньої Греції був *Аристарх Самоський* (кін. IV — перша пол. III ст. до н. е.). Задовго до польського вченого *Миколая Коперника* (1473–1543) він висунув ідею геліоцентричної будови світу (від грец. *helios* — Сонце), відповідно до якої в центрі всесвіту розташоване нерухоме Сонце, а навколо нього обертаються планети.

Евклід (III ст. до н. е.) заклав основи геометричної оптики, сформулював закон прямолінійного поширення світла та закон відбиття світла (кут відбиття дорівнює куту падіння).

Величезний внесок у розвиток фізики зробив *Архімед* (бл. 287–212 рр. до н. е.) — видатний фізик, механік, математик, інженер. Зокрема, він запровадив поняття центра тяжіння, побудував теорію рівноваги важеля, дав означення моменту сил, експериментально визначив закони плавання тіл.

2 Початок нової ери у фізиці

Видатним фізиком XVII ст., безперечно, є *Галілео Галілей* (рис. 1.1). Його справедливо вважають засновником експериментальної фізики. Водночас Галілей великого значення надавав використанню у фізичних дослідженнях математики: «Той, хто хоче розв'язувати питання природничих наук без допомоги математики, ставить нерозв'язне завдання. Слід вимірювати те, що можна виміряти, і робити вимірюванням те, що таким не є». Своїми експериментами вчений спростував низку висловів Арістотеля й заклав фундамент класичної механіки.

Ще один якісно новий етап у фізиці пов'язаний з іменем *Ісаака Ньютона* (рис. 1.2). У своїй книзі «Математичні начала натуральної філософії» Ньютон сформулював основні закони механіки, які визначили розвиток фізики на 300 років наперед.

3 Учення про електрику й магнетизм

У створення сучасної науки про електричні та магнітні явища визначальний внесок здійснили французькі фізики *Шарль Кулон* (1736–1806) і *Андре Марі Ампер* (1775–1836), данський фізик *Ганс Ерстед* (1777–1851), британські фізики *Майкл Фарадей* (1791–1867) і *Джеймс Максвелл* (1831–1879). XX ст. стало часом тріумфального проникнення електромагнетизму в інженерну практику і зрештою — у життя суспільства. Електродвигуни, лампи, телебачення, комп'ютери, засоби зв'язку та багато іншого ввійшли в повсякденне життя людей.

4 Учення про теплові двигуни

Із XVIII ст. бурхливо розвивалася галузь фізики, пов'язана з використанням теплових двигунів. На її розвиток найбільше вплинули дві події. Перша — винайдення англійським інженером *Джеймсом Ваттом* (1736–1819) теплової машини. У 1785 р. одна з таких машин була встановлена на пивоварному заводі в Лондоні



Рис. 1.1. Галілео Галілей (1564–1642) — італійський фізик, механік і астроном, один із засновників точного природознавства. Заклав основи сучасної механіки, заснував експериментальну фізику



Рис. 1.2. Ісаак Ньютон (1643–1727) — англійський математик, фізик, механік, астроном. Заклав основи сучасного природознавства; творець класичної механіки

й виконувала роботу 24 коней. Друга подія — вихід роботи французького інженера та фізика *Саді Карно* (1796–1832) «Міркування про рушійну силу вогню та про машини, здатні розвивати цю силу». Учений проаналізував наявні на той час парові машини й вивів умови, за яких ККД машин сягає максимального значення (тоді їхній ККД не перевищував 2 %, зараз може становити 60 % у парогазових пристроях).

Розвиток фізики у ХХ ст.

Справжньою прикметою ХХ ст. є те, що фізичні відкриття набувають широкого застосування буквально через кілька років. Наведемо кілька прикладів.

У 1889 р. російський фізик і електротехнік *Олександр Степанович Попов* (1859–1905) висловив думку про те, що електромагнітні хвилі можуть бути використані для передачі інформації, а вже 7 травня 1895 р. учений продемонстрував роботу створеного ним радіоприймача (нині 7 травня відзначають як День радіо)*. На сьогодні електромагнітні хвилі — основні носії інформації. Саме за їхньою допомогою здійснюються радіо- й телепередачі, на їхній основі працюють мобільний зв'язок та Інтернет.

Вивчення електричних властивостей *p-n*-переходу — місця контакту двох напівпровідників *p*- і *n*-типів — привело до створення у 1947 р. транзисторів. І буквально за кілька років транзистори стали основними елементами всіх радіоприладів. Зараз вони — основа інтегральних схем.

У 50-х рр. ХХ ст. було відкрито лазерне випромінювання активними середовищами, а сьогодні важко назвати таку галузь техніки, медицини, де не застосовуються лазери.

Ще одна значна подія, яка вплинула на розвиток фізики ХХ і ХХІ ст., — це відкриття у 1896 р. явища радіоактивності. У 1938 р. було відкрито поділ ядер Урану з виділенням енергії, а вже в 1942 р. запущено в експлуатацію перший ядерний реактор, у якому було реалізовано ланцюгову ядерну реакцію. Нині у світі експлуатується понад 400 ядерних реакторів, які виробляють близько 6 % усієї електроенергії.

Контрольні запитання

1. Наведіть приклади використання знань із фізики у створенні предметів побуту.
2. Назвіть імена відомих вам учених-фізиків. У якій галузі фізики вони працювали? Для створення яких технічних пристроїв були використані їхні відкриття?

* Незалежно від О. С. Попова над питаннями використання електромагнітних хвиль для бездротового електрозв'язку працював італійський радіотехнік і підприємець *Гульєльмо Марконі* (1874–1937). Діяльність Марконі відіграла важливу роль у розвитку радіотехніки та поширенні радіо як засобу зв'язку.

§ 2. МЕТОДИ НАУКОВОГО ПІЗНАННЯ. ФІЗИЧНІ ВЕЛИЧИНИ ТА ЇХ ВИМІРЮВАННЯ

Цей параграф допоможе вам пригадати, які існують методи фізичних досліджень, що означає виміряти фізичну величину та як це зробити. Також ви дізнаєтесь, на яких одиницях базується Інтернаціональна система одиниць (СИ) та як визначаються ці величини в сучасній фізиці.

Що таке фізичне дослідження та які його методи

Фізичне дослідження — це цілеспрямоване вивчення явищ за допомогою фізики.

Перший етап фізичного дослідження — *спостереження*.

Спостереження — це сприйняття природи з метою одержання первинних даних для подальшого аналізу.

Далеко не завжди спостереження ведуть до правильного висновку. Так, спостерігаючи падіння різних тіл, Арістотель вирішив, що чим тіло важче, тим швидше воно падає. Цей висновок виявився хибним, але тільки через тисячі років завдяки ретельно підготовленим експериментам Галілео Галілей зміг його спростувати.

Експеримент — це дослідження фізичного явища в умовах, які перебувають під контролем ученого, з метою глибшого вивчення цього явища.

У своїй основі фізика є експериментальною наукою: її закони базуються на фактах, установлених дослідним шляхом. Проте самих тільки експериментальних методів фізичних досліджень недостатньо, щоб одержати повне уявлення про досліджувані фізикою явища. Сучасна фізика широко використовує *теоретичні методи фізичних досліджень*, які передбачають аналіз даних, отриманих у результаті експериментів, формулювання законів природи, пояснення конкретних явищ на основі цих законів, а головне — передбачення й теоретичне обґрунтування (із широким використанням математичних методів) нових явищ.

Теоретичні дослідження проводяться не з конкретним фізичним тілом, а з його ідеалізованим аналогом — *фізичною моделлю*, яка має враховувати *невелику кількість основних властивостей* досліджуваного тіла. Наприклад, у ході вивчення деяких видів механічного руху використовують модель фізичного тіла — матеріальну точку. Ця модель застосовується, якщо розміри тіла не є суттєвими для теоретичного опису його руху, тобто в моделі «матеріальна точка» враховують тільки масу тіла, а форму тіла та його розміри до уваги не беруть. Вивчаючи електростатику, ви познайомилися зі ще однією фізичною моделлю — ядерною моделлю атома, а вивчаючи ядерну фізику — з крапельною моделлю ядра атома.

Пояснимо різницю між експериментальними й теоретичними методами фізичних досліджень на конкретних прикладах.

Учені запропонували нове ракетне паливо. Щоб дізнатися, якою при цьому буде тяга ракетного двигуна, його розмістили на випробувальному стенді й за допомогою відповідних приладів виміряли силу тяги. Це — приклад експериментального методу дослідження.

А от щоб розрахувати траєкторію польоту ракети до Місяця, учені використовують рівняння руху матеріальних тіл, ураховують притягання ракети до Землі й до Місяця, вплив Сонця та інші фактори. Це — приклад теоретичного методу дослідження.

Протягом навчального року ви будете зустрічатись і з експериментальними, і з теоретичними методами фізичних досліджень.

2 Як виміряти фізичну величину

Фізична величина — це характеристика, яка є спільною для багатьох матеріальних об'єктів або явищ у якісному відношенні, але може набувати індивідуального значення для кожного з них.

Шлях, час, маса, густина, сила, температура, тиск, напруга, освітленість — це далеко не всі приклади фізичних величин, з якими ви вже познайомилися в ході вивчення фізики.

Виміряти фізичну величину означає порівняти її з однорідною величиною, взятою за одиницю.



Рис. 2.1. Стародавні терези для зважування тютюну (середина XIX ст.)

Вимірювання бувають **прямі** та **непрямі**.

У разі **прямих вимірювань** величину порівнюють з її одиницею (метром, секундою, кілограмом, ампером тощо) за допомогою вимірювального приладу, проградуйованого у відповідних одиницях. Основними експериментально вимірюваними величинами є відстань, час і маса. Їх вимірюють, наприклад, за допомогою рулетки, годинника та вагів (або терезів) (рис. 2.1) відповідно. Існують також прилади для вимірювання складніших величин: для вимірювання швидкості руху тіл використовують спідометри, для визначення сили електричного струму — амперметри і т. д.

У разі **непрямих вимірювань** шукану величину обчислюють за результатами **прямих вимірювань** інших величин, пов'язаних із вимірюваною величиною певною функціональною залежністю. Наприклад, щоб обчислити середню густину тіла, потрібно виміряти його масу та об'єм, а потім масу розділити на об'єм ($\rho = \frac{m}{V}$).

3 Побудова системи одиниць

Завдання вибудувати **систему одиниць** на науковій основі було поставлене перед французькими вченими наприкінці XVIII ст., після

Великої французької революції. У результаті було створено *Міжнародну систему одиниць СІ*, яка згодом стала у світі домінуючою.

Еталоном для вимірювання відстаней обрали спеціальний відрізок, калібрований за довжиною. Довжину цього відрізка було визначено як **1 метр** (рис. 2.2).

Час до 1960 р. вимірювали за допомогою еталонного годинника. За еталон був обраний маятниковий годинник, який зберігався в Палаті мір і ваг; у лабораторіях використовували його копії. За одиницю часу в СІ обрано інтервал часу **1 секунда**.

Масу тіла визначали порівнянням із масою еталонного зразка (платиново-іридієвого циліндра, діаметр і висота якого дорівнюють 39 мм), який також зберігається в Палаті мір і ваг. Масу цього зразка визначено як **1 кілограм**. Порівняння з еталоном здійснюється за допомогою терезів.

Наведена схема побудови системи одиниць фактично належить до середини минулого століття. Після 1960 р. дедалі більше поширюються методи побудови системи одиниць, які ґрунтуються на випромінюванні, поширенні та відбиванні електромагнітних хвиль. Ці методи вирізняються високою точністю й базуються на тому, що швидкість світла у вакуумі є постійною.

Наведемо *сучасні означення* деяких фізичних величин та їхніх одиниць.

Час — фізична величина, яка характеризує послідовну зміну явищ і станів матерії, їхню тривалість. Одиниця часу — *секунда* (с). Секунда дорівнює 9 192 631 770 періодам електромагнітного випромінювання, яке відповідає переходу між двома надтонкими рівнями основного стану ізотопу Цезію-133.

Довжина — фізична величина, яка характеризує протяжність простору. Одиниця довжини — *метр* (м). Метр дорівнює довжині шляху, який проходить світло у вакуумі за проміжок часу $1/299\,792\,458$ секунди.

Маса — фізична величина, яка характеризує інертні та гравітаційні властивості матеріальних об'єктів. Одиниця маси — *кілограм* (кг). Кілограм дорівнює масі еталонного циліндра.



Рис. 2.2. Міжнародний еталон метра, що використовувався в 1899–1960 рр. і зараз зберігається в Палаті мір і ваг у м. Севрі (неподалік Парижа)



Які префікси застосовують для записів кратних і частинних одиниць

Для скорочення записів великих і малих значень фізичних величин використовують *кратні та частинні одиниці*.

Кратні одиниці — це одиниці, які більші за основні одиниці в 10, 100, 1000 і більше разів.

Частинні одиниці — це одиниці, які менші за основні одиниці в 10, 100, 1000 і більше разів.

Для записування кратних і частинних одиниць використовують **префікси**. Наприклад, одиниця довжини, кратна одному метру, — кілометр (1000 м); одиниця довжини, частинна одному метру, — сантиметр (0,01 м) і т. д. У таблиці наведено найуживаніші такі префікси.

Префікси для утворення назв кратних і частинних одиниць

Пре- фікс	Значення (у перекладі з грецької або латини)	Позна- чення	Множ- ник	Пре- фікс	Значення (у перекладі з грецької або латини)	Позна- чення	Множ- ник
тера-	чудовисько	T	10^{12}	санти-	сто	c	10^{-2}
гіга-	гігантський	G	10^9	мілі-	тисяча	m	10^{-3}
мега-	великий	M	10^6	мікро-	малий	mk	10^{-6}
кіло-	тисяча	k	10^3	нано-	карлик	n	10^{-9}
гекто-	сто	g	10^2	піко-	мала величина (ісп.)	p	10^{-12}

Підбиваємо підсумки

Існують теоретичні й експериментальні методи фізичних досліджень. Експеримент — це дослідження фізичного явища в умовах, які перебувають під контролем ученого, з метою глибшого вивчення цього явища. Теоретичні методи передбачають аналіз даних, одержаних експериментальними методами, формулювання законів природи, пояснення конкретних явищ на основі цих законів, передбачення й теоретичне обґрунтування нових явищ. В основі будь-якого теоретичного дослідження лежить ідеалізований об'єкт — фізична модель.

Фізична величина — це характеристика, яка є спільною для багатьох матеріальних об'єктів або явищ у якісному відношенні, але може набувати індивідуального значення для кожного з них. Виміряти фізичну величину означає порівняти її з однорідною величиною, взятою за одиницю.

Вимірювання поділяють на прямі та непрямі. У разі прямих вимірювань величину порівнюють з її одиницею за допомогою вимірювального приладу, проградуйованого у відповідних одиницях. У разі непрямих вимірювань шукану величину визначають (обчислюють) за результатами прямих вимірювань інших величин, пов'язаних із вимірюваною величиною певною функціональною залежністю.

Контрольні запитання

1. Назвіть основні методи фізичних досліджень. Наведіть приклади. 2. Наведіть приклади фізичних моделей. Чому фізична модель — це ідеалізований об'єкт? 3. Дайте визначення фізичної величини. Як ви його розумієте? 4. Що означає виміряти фізичну величину? 5. Назвіть основні одиниці SI, їхні еталони та величини, для вимірювання яких вони слугують. 6. Наведіть приклади префіксів, що слугують для утворення назв кратних і частинних одиниць. Коли застосовують ці префікси?

5.3. ВИМІРЮВАННЯ. ПОХИБКИ ВИМІРЮВАНЬ

71 Фізика — наука експериментальна. Це означає, що фізичні закони встановлюють і перевіряють шляхом накопичення та порівняння експериментальних даних. Однак результати, одержані в ході будь-якого фізичного експерименту, завжди містять певні похибки, оскільки вимірювання практично неможливо провести з абсолютною точністю. Можливі похибки відіграють істотну роль у разі порівняння результатів експерименту з теоретичними формулами, тому необхідно навчитись обробляти результати вимірювань. Із цього параграфа ви дізнаєтесь, як у сучасній лабораторній практиці прийнято обробляти та подавати результати вимірювань.

1 Основні етапи здійснення вимірювань

У ході вимірювання будь-якої фізичної величини зазвичай виконують три послідовні операції: 1) вибір, перевірка та встановлення приладів; 2) зняття показів приладів; 3) обчислення шуканої величини за результатами вимірювань, оцінювання похибки.

Наведемо приклади.

Якщо потрібно виміряти на місцевості відстань, яка дорівнює приблизно 50 м, то зрозуміло, що для цього не слід брати 20-сантиметрову лінійку — зручніше скористатися відповідною рулеткою. Усі прилади мають певну точність, тому слід ознайомитися з будовою рулетки та встановити її точність. Відстань у 50 м, як правило, не потрібно визначати з точністю до міліметра, тому взята рулетка може й не містити відповідних поділок.

А от якщо для поладження лабораторного крана необхідно визначити розмір дрібної шайби, доцільно скористатися штангенциркулем (рис. 3.1).

Далі ви дізнаєтесь про те, як знайти середнє значення результатів вимірювань, обчислити шукану величину за результатами вимірювань, оцінити похибку.



Рис. 3.1. Штангенциркуль. Точність його вимірювання — десяті частки міліметра

2 У чому криється причина похибок вимірювань.

Випадкова абсолютна похибка

Різницю між вимірним та істинним значеннями вимірюваної величини називають **похибкою (помилкою) вимірювання**.

Похибки в ході вимірювань фізичних величин поділяють на два види: *випадкові* та *систематичні*.

Випадкові похибки пов'язані з процесом вимірювання. Наприклад, вимірюючи рулеткою дальність польоту тіла, неможливо прокласти її ідеально рівно; вимірюючи масу тіла на важільних терезах, неможливо уникнути тертя й т. д. Тому, якщо провести те саме вимірювання кілька разів, результати трохи відрізнятимуться.

Припустимо, що, використовуючи ту саму апаратуру й один метод вимірювання, провели N вимірювань величини x і одержали

N значень: x_1, x_2, \dots, x_N , де величина x_1 — результат першого вимірювання, x_2 — другого, x_N — N -го вимірювання. Щоб обробити результати, маємо відповісти на два запитання: як знайти найбільш імовірне значення вимірюваної величини? як визначити випадкову похибку вимірювання? Відповіді на ці запитання дає теорія ймовірностей.

Найбільш імовірне значення вимірюваної величини ($x_{\text{вимір}}$) дорівнює середньому арифметичному значень, одержаних у результаті вимірювань:

$$x_{\text{вимір}} = x_{\text{сер}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}.$$

Випадкова абсолютна похибка ($\Delta x_{\text{вип}}$) — середня помилка, одержана в результаті всіх вимірювань, — обчислюється за формулою:

$$\Delta x_{\text{вип}} = \sqrt{\frac{(x_1 - x_{\text{сер}})^2 + (x_2 - x_{\text{сер}})^2 + \dots + (x_N - x_{\text{сер}})^2}{N}}.$$

Іноді немає необхідності здійснювати вимірювання багато разів. Наприклад, вимірюючи довжину того самого відрізка лінійкою, ви навряд чи одержите різні результати. Однак це не означає, що випадкові похибки відсутні, адже неможливо точно зіставити нуль шкали лінійки з початком відрізка, крім того, цілком імовірно, що кінець відрізка не збігатиметься з поділкою шкали. У таких випадках вважатимемо, що випадкова похибка дорівнює половині ціни поділки шкали приладу.

3 Систематичні похибки (похибки приладу)

Систематичні похибки пов'язані насамперед із вибором приладу: неможливо знайти рулетку з ідеально точним розбиттям шкали, абсолютно точні гирі, ідеально рівноплечі важелі. Систематичні похибки визначаються якістю приладу — його класом, тому їх часто називають *похибками приладу*. В Україні за величиною похибки прилади поділяються на сім класів. Особливо точні (прецизійні) прилади, що використовуються в точних наукових дослідженнях, — це прилади класів 0,1; 0,2; 0,5*. Із такими приладами працюють, наприклад, у фармацевтичній промисловості. У техніці використовують менш точні прилади — класів 1; 1,5; 2,5; 4. У процесі експлуатації точність приладів може зменшуватися, тому їх необхідно періодично перевіряти в Палаті мір і ваг (в Україні відповідна установа розташована в Харкові).

Наведемо абсолютні похибки деяких приладів, що використовуються в школі:

* Клас точності дорівнює відносній похибці приладу, поданий у відсотках (тут 0,1 %, 0,2 %, 0,5 % відповідно).

Фізичний прилад	Ціна поділки шкали	Абсолютна похибка
Лінійка учнівська	1 мм	± 1 мм
— демонстраційна	1 см	$\pm 0,5$ см
Стрічка вимірювальна, рулетка	0,5 см	$\pm 0,5$ см
Штангенциркуль	0,1 мм	$\pm 0,05$ мм
Мікрометр	0,01 мм	$\pm 0,005$ мм
Циліндр вимірювальний	1 мл	± 1 мл
Секундомір	0,2 с	± 1 с за 30 хв
Терези навчальні	—	$\pm 0,01$ г
Динамометр навчальний	0,1 Н	$\pm 0,05$ Н
Барометр-анероїд	1 мм рт. ст.	± 3 мм рт. ст.
Термометр лабораторний	1°C	$\pm 1^{\circ}\text{C}$
Амперметр шкільний	0,1 А	$\pm 0,05$ А
Вольтметр шкільний	0,2 В	$\pm 0,1$ В

4 Як визначити абсолютну та відносну похибки прямих вимірювань

Щоб правильно оцінити точність експерименту, необхідно враховувати як систематичну похибку, зумовлену приладом ($\Delta x_{\text{прил}}$), так і випадкову похибку ($\Delta x_{\text{вип}}$), зумовлену помилками вимірювань. Цю сумарну похибку називають *абсолютною похибкою вимірювання* (Δx) і визначають за формулою:

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta x_{\text{прил}})^2 + (\Delta x_{\text{вип}})^2}.$$

Сама по собі абсолютна похибка не розкриває якості вимірювання. Справді, якщо відстань у 10 м буде виміряно з похибкою 0,2 м, то це говорить про досить високу якість вимірювання. Зовсім інша річ, якщо таку саму похибку одержати, вимірюючи відстань у 0,5 м. Тому доцільно говорити про *відносну похибку*.

Відносна похибка ϵ_x характеризує якість вимірювання й дорівнює відношенню абсолютної похибки (Δx) до середнього (виміряного) значення вимірюваної величини ($x_{\text{вимір}}$):

$$\epsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{вимір}}}.$$

Відносну похибку іноді називають *точністю*. Найчастіше відносну похибку подають у відсотках:

$$\epsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{вимір}}} \cdot 100\%.$$

5 Як визначити абсолютну та відносну похибки непрямих вимірювань

Багато фізичних величин неможливо виміряти безпосередньо. Їх *непряме вимірювання* має два етапи. Спочатку вимірюють величини x , y , z ,

які можна виміряти методом прямих вимірювань, а потім, використовуючи виміряні значення x, y, z , обчислюють шукану величину f . Як у такому випадку визначити абсолютну та відносну похибки вимірювань? Відповідь на це запитання також дає теорія ймовірностей. У таблиці наведено низку формул обчислення відносних похибок для деяких функцій без виведення.

Зверніть увагу: якщо у формулі, яка визначає фізичну величину f , присутні тільки операції множення й ділення, то *відносна похибка цієї величини дорівнює сумі відносних похибок величин, які «входять» у формулу.*

Абсолютну похибку (Δf) можна знайти, скориставшись визначенням відносної похибки (ε_f). Справді, за визначенням $\varepsilon_f = \frac{\Delta f}{f_{\text{вимір}}}$, звідки:

$$\Delta f = \varepsilon_f \cdot f_{\text{вимір}}.$$

Зверніть увагу на таке. Інколи проводять експеримент, щоб з'ясувати, чи справджується деяка рівність (наприклад, $X = Y$). Якщо в такому експерименті оцінити похибку важко, то відносну похибку експериментальної перевірки рівності $X = Y$ обчислюють за формулою:

$$\varepsilon = \left| \frac{X}{Y} - 1 \right| \cdot 100\%.$$



Як правильно записати результати вимірювання

Абсолютна похибка експерименту визначає точність, з якою є сенс проводити обчислення вимірюваної величини.

Абсолютна похибка завжди округлюється до однієї значущої цифри із завищенням, а результат вимірювання — до величини розряду, який залишився в абсолютній похибці після округлення.*

Остаточний результат для значення величини x записують у вигляді:

$$x = x_{\text{вимір}} \pm \Delta x,$$

де $x_{\text{вимір}}$ — виміряне (середнє) значення; Δx — абсолютна похибка.

Остання формула означає, що істинне значення вимірюваної величини лежить у проміжку між $x_{\text{вимір}} - \Delta x$ і $x_{\text{вимір}} + \Delta x$ (рис. 3.2).

* *Значущі цифри* — усі цифри числа починаючи з першої цифри зліва, відмінної від нуля, до останньої цифри, за правильність якої можна «ручатися». Наприклад, у числі 320,0 — чотири значущі цифри (3; 2; 0; 0), у числі 0,32 — дві (3; 2), у числі $3 \cdot 10^5$ — одна (3).

Вид формули (функції)	Відносна похибка
-----------------------	------------------

$$f = x + y \quad \varepsilon_f = \frac{\Delta x + \Delta y}{x + y}$$

$$f = x - y \quad \varepsilon_f = \frac{\Delta x + \Delta y}{x - y}$$

$$f = xy \quad \varepsilon_f = \varepsilon_x + \varepsilon_y$$

$$f = \frac{x}{y} \quad \varepsilon_f = \varepsilon_x + \varepsilon_y$$

$$f = x^n \quad \varepsilon_f = n\varepsilon_x$$

$$f = \sqrt[n]{x} \quad \varepsilon_f = \frac{1}{n}\varepsilon_x$$

Абсолютну похибку Δx прийнято вважати додатною величиною, тому $x_{\text{вимір}} + \Delta x$ — це завжди *найбільше* ймовірне значення вимірюваної величини, а $x_{\text{вимір}} - \Delta x$ — її *найменше* ймовірне значення.

Наведемо приклад. Нехай вимірювали прискорення g вільного падіння. У результаті обробки одержаних експериментальних даних було знайдено середнє значення: $g_{\text{вимір}} = 9,736 \text{ м/с}^2$. Для абсолютної похибки було отримано: $\Delta g = 0,123 \text{ м/с}^2$. Абсолютну похибку потрібно округлити до однієї значущої цифри із завищенням: $\Delta g = 0,2 \text{ м/с}^2$. Тоді результат вимірювання округлюється до того ж розряду, що й розряд похибки, тобто до десятих: $g_{\text{вимір}} = 9,7 \text{ м/с}^2$.

Відповідь за підсумками експерименту слід подати у вигляді: $g = (9,7 \pm 0,2) \text{ м/с}^2$, а інтервал, у якому міститься істинне значення прискорення вільного падіння, має вигляд: $[9,5; 9,9] \text{ м/с}^2$ (рис. 3.3).

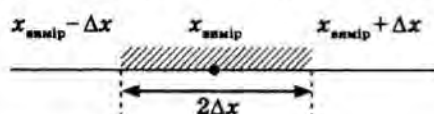


Рис. 3.2. Абсолютна похибка експерименту визначає інтервал, у якому перебуває істинне значення вимірюваної величини

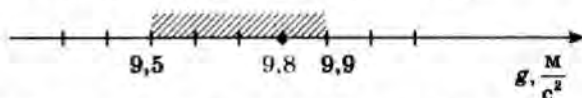


Рис. 3.3. Істинне значення прискорення вільного падіння міститься в інтервалі $[9,5; 9,9] \text{ м/с}^2$. Оскільки табличне значення ($g_{\text{табл}} = 9,8 \text{ м/с}^2$) належить до цього інтервалу, можна сказати, що одержані результати збіглися з табличними в межах похибки вимірювань

7 Графічний метод обробки результатів

Іноді обробити результати експерименту значно легше, якщо подати їх у вигляді графіка. Припустимо, що необхідно визначити жорсткість пружини. Було вирішено скористатися формулою

$k = \frac{F_{\text{пруж}}}{x}$. Для отримання якнайточнішого результату виміряли силу пружності за різних значень видовження пружини й одержали таку таблицю результатів вимірювань:

$F_{\text{пруж}}, \text{ Н}$	0,0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8
$x, \text{ м}$	0,0	0,022	0,038	0,058	0,090	0,101	0,123	0,130

Зобразимо наведені в таблиці експериментальні дані у вигляді точок, відклавши по осі абсцис значення видовження пружини, а по осі ординат — відповідні їм значення сили пружності (рис. 3.4). Оскільки жорсткість не залежить від видовження пружини, то теоретично графік залежності $F_{\text{пруж}}(x)$ повинен мати вигляд прямої лінії, яка проходить через початок координат. Проведемо цю пряму таким чином, щоб вона лежала якнайближче до отриманих точок і щоб з обох

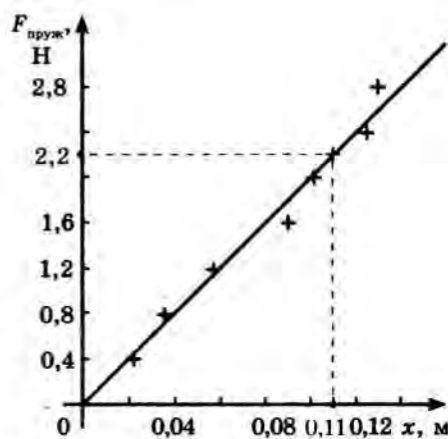


Рис. 3.4. Визначення жорсткості пружини графічним методом

боків від неї опинилася приблизно однакова їх кількість. Вибравши на графіку довільну точку й знайшовши відповідні їй значення $F_{\text{пруж}}$ та x , визначимо середнє значення жорсткості пружини:

$$k = \frac{F_{\text{пруж}}}{x} = \frac{2,2 \text{ Н}}{0,11 \text{ м}} = 20 \text{ Н/м.}$$

Таким чином, побудова графіка дозволила, використавши всі наявні експериментальні дані, знайти середнє значення жорсткості пружини без складних обчислень.



Підбиваємо підсумки

Похибки в ході вимірювань фізичних величин поділяють на два види: випадкові, пов'язані з процесом вимірювання, і систематичні, пов'язані з вибором приладу для вимірювання.

У разі прямих вимірювань найбільш імовірне значення вимірюваної величини дорівнює середньому арифметичному значень, отриманих у результаті вимірювань:

$$x_{\text{вимір}} = x_{\text{сеп}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}.$$

Абсолютна похибка експерименту визначає інтервал, у якому перебуває істинне значення вимірюваної величини, і обчислюється за формулою: $\Delta x = \sqrt{(\Delta x_{\text{прил}})^2 + (\Delta x_{\text{вип}})^2}$, де $\Delta x_{\text{прил}}$ — похибка приладу (систематична похибка); $\Delta x_{\text{вип}}$ — випадкова похибка (похибка відліку).

Абсолютну похибку експерименту округлюють до однієї значущої цифри із завищенням, середнє значення вимірюваної величини — до того ж розряду, що й абсолютну похибку. Результат вимірювань записують у вигляді: $x = x_{\text{вимір}} \pm \Delta x$.

Відносною похибкою називають відношення абсолютної похибки до середнього значення вимірюваної величини: $\epsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{вимір}}}$.

Якщо в експерименті оцінити похибку важко, то відносну похибку експериментальної перевірки рівності $X = Y$ обчислюють за формулою $\epsilon = \left| \frac{X}{Y} - 1 \right| \cdot 100\%$.

Контрольні запитання

1. Які послідовні операції виконують, вимірюючи будь-яку фізичну величину? Наведіть приклади.
2. Які види похибок вимірювань ви знаєте?
3. Як знайти найбільш імовірне (середнє) значення вимірюваної величини в разі прямих вимірювань?
4. Як визначити випадкову похибку вимірювання?
5. Чим визначається абсолютна систематична похибка?
6. Що називають відносною похибкою вимірювання?
7. Як правильно округлити й записати результати вимірювань?
8. Яку перевагу має графічний метод обробки результатів вимірювання?

Вправа № 1

1. Визначаючи діаметр дроту за допомогою штангенциркуля, вимірювання проводили чотири рази. Було одержано такі результати: $d_1 = 2,2$ мм; $d_2 = 2,0$ мм; $d_3 = 2,0$ мм; $d_4 = 2,2$ мм. Обчисліть середнє значення діаметра дроту, випадкову похибку вимірювання, абсолютну та відносну похибки вимірювання. Округліть одержані результати й запишіть результат вимірювання у вигляді: $d = d_{\text{сеп}} \pm \Delta d$.
2. Щоб довести закон збереження механічної енергії, провели експеримент. Отримали, що середня енергія системи тіл до взаємодії (W_1) дорівнювала 225 Дж, а після взаємодії (W_2) — 243 Дж. Оцініть відносну похибку експерименту.

3*. Щоб визначити швидкість прямолінійного рівномірного руху візка, провели експеримент. Пройдений шлях вимірювали рулеткою, а час — секундоміром із відносною систематичною похибкою 1 % (клас точності 1). Вимірювання проводили п'ять разів. Показання рулетки щоразу залишалися незмінними й дорівнювали 1 м. У ході вимірювання часу було одержано такі результати: $t_1 = 5,6$ с; $t_2 = 5,8$ с; $t_3 = t_4 = 5,3$ с; $t_5 = 5,5$ с. Використовуючи наведені результати, обчисліть середнє значення швидкості руху візка, відносну й абсолютну похибки вимірювання швидкості. Округліть одержані результати та запишіть результат вимірювання у вигляді: $v = v_{\text{сеп}} \pm \Delta v$.

§ 4. МАТЕМАТИКА — МОВА ФІЗИКИ

До розуміння того, що для описування природи потрібно використовувати мову математики, учені прийшли давно. Власне математика була створена для того, щоб описувати природу стислою та доступною мовою. Так з'явилася векторна алгебра, необхідна для теоретичних досліджень величин, що мають напрямок (наприклад, сили та швидкості). Для визначення миттєвої швидкості, роботи змінної сили, об'єму тіла неправильної форми й т. ін. була створена математика нескінченно малих величин (диференціальне та інтегральне числення). Для наочнішого описання багатьох фізичних процесів навчилися будувати графіки функцій, а для швидкої обробки результатів експерименту придумали методи наближених обчислень. Пригадаємо деякі важливі математичні поняття та методи, без яких вам не обійтися в ході вивчення курсу фізики 10-го класу.

Скалярні та векторні величини

Фізичні величини, які використовують у фізиці для кількісної характеристики фізичних явищ і об'єктів, поділяються на два великі класи: *скалярні величини* і *векторні величини*.

До *скалярних величин*, або *скалярів* (від латин. *scalaris* — східчастий), належать довжина, площа, температура, густина, робота й багато інших. Ці величини характеризуються одним значенням; для їх позначення зазвичай використовують літери латинського та грецького алфавітів (l , S , t , ρ , A тощо). Наприклад, маса тіла — скалярна величина, і якщо ми говоримо, що маса тіла дорівнює двом кілограмам ($m = 2$ кг), то повністю визначаємо цю величину. Додати дві скалярні фізичні величини означає додати їхні значення, подані в однакових одиницях. Зрозуміло, що додавати можна тільки однорідні скаляри (наприклад, не можна додавати масу до часу, а густину до роботи тощо).

Для визначення *векторних величин* важливо знати не тільки їхні значення, але й напрямки. *Вектор* (від латин. *vector* — носій) — це *напрявлений відрізок, тобто відрізок, що має і довжину, і напрямок*. Довжина напрямленого відрізка називається *модулем вектора*. Позначають векторні величини літерами грецького та латинського алфавітів, над якими поставлено стрілки, або напівжирними літерами. Наприклад, швидкість записують так: \vec{v} або \mathbf{v} , модуль вектора швидкості відповідно позначають як v .

Правила додавання (віднімання) векторів відрізняються від правил додавання (віднімання) скалярних величин.

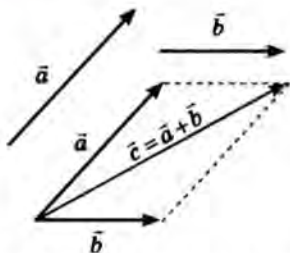


Рис. 4.1. Визначення суми двох векторів \vec{a} і \vec{b} за правилом паралелограма: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$

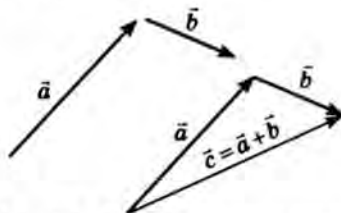


Рис. 4.2. Визначення суми двох векторів \vec{a} і \vec{b} за правилом трикутника: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$

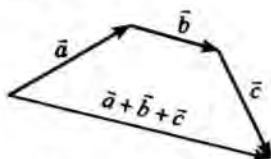


Рис. 4.3. Визначення суми трьох векторів \vec{a} , \vec{b} і \vec{c}

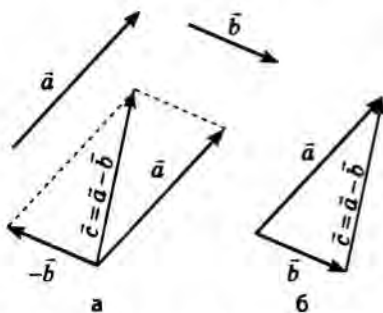


Рис. 4.4. Два способи визначення різниці двох векторів: а — до вектора \vec{a} додають вектор, протилежний вектору \vec{b} : $\vec{c} = \vec{a} + (-\vec{b})$, тобто $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$; б — вектори \vec{a} і \vec{b} розміщують так, щоб вони виходили з однієї точки, вектор \vec{c} , що з'єднує кінець вектора \vec{b} з кінцем вектора \vec{a} , є вектор різниці векторів \vec{a} і \vec{b} , тобто $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$

Суму двох векторів визначають за допомогою правила паралелограма або правила трикутника (рис. 4.1, 4.2).

Як визначити суму декількох векторів і різницю двох векторів, показано на рис. 4.3, 4.4.

У результаті множення векторної величини \vec{a} на скалярну величину k виходить вектор \vec{c} (рис. 4.5).

Зверніть увагу: у фізиці модулі векторної та скалярної величин мають — крім числових значень — ще й одиниці, в яких вони вимірюються. Одиниця їхнього добутку визначається як добуток одиниці векторної величини на одиницю скалярної. Припустимо, потрібно знайти переміщення літака, який протягом 0,5 год летить на північ зі швидкістю 500 км/год. Вектор переміщення: $\vec{s} = \vec{v}t$. Оскільки $t > 0$, то вектор переміщення \vec{s} буде напрямлений у той самий бік, що й вектор швидкості \vec{v} , а модуль вектора переміщення дорівнюватиме: $s = vt = 500 \text{ км/год} \cdot 0,5 \text{ год} = 250 \text{ км}$.

2 Як знайти проекції вектора на осі координат

З векторами здійснювати математичні операції набагато складніше, ніж зі скалярами, тому в ході розв'язування задач від векторних фізичних величин переходять до їхніх проекцій на осі координат.

Нехай вектор \vec{a} лежить в одній площині з осями OX і OY (рис. 4.6). Опустимо з точки A (початок вектора \vec{a}) і точки B (кінець вектора \vec{a}) перпендикуляри на вісь OX . Основи цих перпендикулярів — точки A_1 і B_1 — називають проекціями точок A і B на вісь OX , а відрізок A_1B_1 — проекцією вектора \vec{a} на вісь OX . Проекцію вектора позначають тією самою літерою, що й вектор, із зазначенням у нижньому індексі осі, наприклад: a_x . Якщо із кінців вектора \vec{a} побудувати перпендикуляри до осі OY , дістанемо відрізок A_2B_2 — проекцію вектора \vec{a} на вісь OY (a_y).

Проекція вектора — величина скалярна, а її знак залежить від напрямків вектора

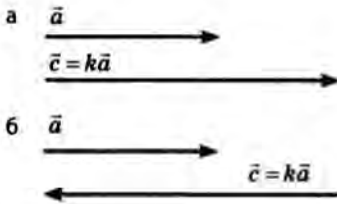


Рис. 4.5. Визначення добутку вектора \vec{a} на скаляр k : модуль вектора \vec{c} дорівнює добутку модуля скаляра і модуля вектора \vec{a} , тобто $c = |k|a$. Якщо $k > 0$, вектори \vec{c} і \vec{a} співнапрямлені (а); якщо $k < 0$, вектори \vec{c} і \vec{a} напрямлені протилежно (б)

й осі координат. Проекція вектора на вісь координат вважається *додатною*, якщо від проекції початку вектора до проекції його кінця треба рухатися в напрямку осі координат; проекція вектора вважається *від'ємною*, якщо від проекції початку вектора до проекції кінця вектора треба рухатися проти напрямку осі координат (див. рис. 4.6).

У загальному випадку проекцію вектора визначають звичайними геометричними методами (рис. 4.7, а). На практиці часто доводиться мати справу з випадками, коли вектор паралельний осі координат або перпендикулярний до неї. Якщо вектор паралельний осі координат, а його напрямок збігається з напрямком осі, то його проекція на цю вісь додатна й дорівнює модулю вектора (рис. 4.7, б). Якщо напрямок вектора протилежний напрямку осі координат, то його проекція на цю вісь дорівнює модулю вектора, взятому з протилежним знаком (рис. 4.7, в). Якщо ж вектор перпендикулярний до осі координат, то його проекція на цю вісь дорівнює нулю (рис. 4.7, г).

Дуже важливою властивістю проекцій є те, що *проекція суми двох або декількох векторів на координатну вісь дорівнює алгебраїчній сумі проекцій цих векторів на дану вісь* (рис. 4.8). Саме ця

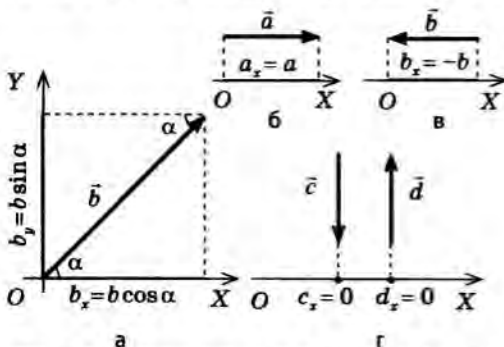


Рис. 4.7. Визначення проекцій вектора на осі координат: а — вектор напрямлений під кутом α до осі координат; б, в — вектор паралельний осі координат; г — вектор перпендикулярний до осі координат

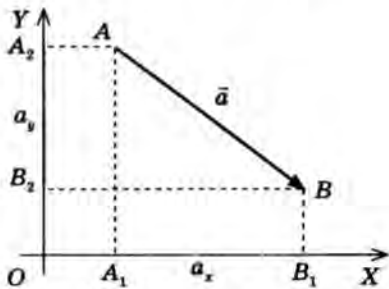


Рис. 4.6. Визначення проекцій вектора на осі координат: a_x — проекція вектора \vec{a} на вісь OX , $a_x > 0$; a_y — проекція вектора \vec{a} на вісь OY , $a_y < 0$

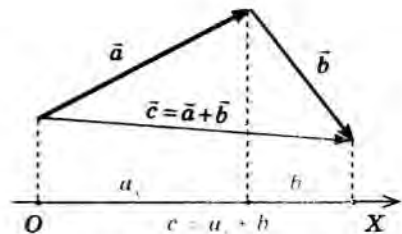


Рис. 4.8. Проекція суми векторів дорівнює сумі проекцій векторів, що додаються: якщо $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, то $c_x = a_x + b_x$

властивість дозволяє замінювати в рівнянні векторні величини їхніми проекціями — скалярними величинами і далі розв'язувати одержане рівняння звичайними алгебраїчними методами.

3 Наближені обчислення

Випадкові та систематичні похибки прямих вимірювань призводять до того, що результати експерименту виявляються *наближеними*. Зупинимось на тому, як правильно визначати наближене значення суми, різниці, добутку, частки декількох вимірювань, одержаних із різним ступенем точності.

Припустимо, що маси декількох тіл виміряли різними вагами (різного класу точності) й отримали такі результати: $m_1 = 31,4$ кг, $m_2 = 230$ г, $m_3 = 27,8$ кг, $m_4 = 114,2$ г. У першому й третьому випадках вимірювання проводили з точністю до 100 г, у другому — з точністю до 1 г, у четвертому випадку — з точністю до 100 мг. Нехай необхідно знайти загальну масу всіх зважених тіл. Якщо не звертати уваги на точність вимірювань, можна записати:

$$\begin{aligned} m &= m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = \\ &= 31,4 \text{ кг} + 0,240 \text{ кг} + 27,8 \text{ кг} + 0,1142 \text{ кг} = 59,5542 \text{ кг}. \end{aligned}$$

Очевидно, що три останні цифри в записаній сумі по суті не мають сенсу, бо невідомі соті, тисячні та десятитисячні в першому та третьому доданках. Тому слід округлити результати вимірювань до десятих, а вже потім обчислювати суму:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 31,4 \text{ кг} + 0,2 \text{ кг} + 27,8 \text{ кг} + 0,1 \text{ кг} = 59,5 \text{ кг}.$$

Якщо необхідно знайти суму декількох результатів вимірювань, то їх потрібно спочатку округлити до того розряду, що є останнім у доданка з найкоротшою десятковою частиною, а вже потім додавати. При відніманні результатів вимірювань чинять аналогічно.

У разі множення та ділення результатів вимірювань важливим є не порядок величини, а кількість значущих цифр.

При множенні (діленні) результатів вимірювань їхній добуток (їхня частка) не може бути виражений (виражена) більшим числом значущих цифр, ніж будь-який співмножник (ділене або дільник).

Припустимо, необхідно обчислити площу прямокутника, ширину якого виміряли лінійкою: $d = 11,6$ см, а довжину — рулеткою: $l = 2,1$ м. Тобто ширину визначено до трьох значущих цифр, а довжину — до двох. Площа прямокутника дорівнює добутку його довжини та ширини: $S = ld = 2,1 \text{ м} \cdot 0,116 \text{ м} = 0,2436 \text{ м}^2$.

Результат вимірювання площі слід округлити до двох значущих цифр і записати у вигляді: $S = 0,24 \text{ м}^2 = 2,4 \cdot 10^{-1} \text{ м}^2 = 2,4 \cdot 10^3 \text{ см}^2$.

Зверніть увагу: у цьому випадку ми не можемо записати одержаний результат у вигляді $S = 2400 \text{ см}^2$ або $S = 2,40 \cdot 10^{-1} \text{ м}^2$, бо це означало б, що остання цифра є нулем, тоді як насправді нічого певного про неї сказати не можна.

Графіки функцій і правила їхньої побудови

Для розуміння фізичних процесів і для аналізу фізичних досліджень велику роль відіграє побудова графіків. Загальний метод побудови графіків будь-яких функцій такий: для функції, графік якої потрібно побудувати, складають таблицю; в одному рядку таблиці записують значення аргументу, у другому — обчислені для цих значень аргументу значення функції. Потім на міліметровому папері будують вісь абсцис (вісь значень аргументу) і вісь ординат (вісь значень функції), згідно з таблицею наносять точки й по отриманих точках проводять плавну криву.

Наприклад, щоб побудувати графік квадратичної функції $y(t) = 10t^2 + 0,4$ (м), можна скласти таку таблицю:

$t, \text{с}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$y(t), \text{м}$	0,4	0,5	0,8	1,3	2,0	2,9	4,0	5,3	6,8

Графік цієї функції має вигляд, показаний на рис. 4.9. Аналогічно можна побудувати графік іншої функції.

Визначати багато точок для побудови графіка не завжди зручно; та й не потрібно. З курсу математики ви знаєте, що, наприклад, графіком лінійної функції є пряма, а також те, що через дві задані точки проходить єдина пряма. Отже, для побудови графіка будь-якої лінійної функції досить визначити положення двох його точок і через ці точки провести пряму.

Наприклад, для побудови графіка функції $v_x(t) = 1 + 3t$ (м/с) досить таблиці, наведеної поряд з рис. 4.10. Графік цієї функції має вигляд, показаний на рис. 4.10.

Графік квадратичної функції — парабола. Для її побудови теж існують певні правила, які ви вивчали в курсі математики.

Щоб побудувати графік функції за допомогою комп'ютера, можна скористатися програмами «Mathematica» і «MathLab».

Підбиваємо підсумки

За своїми геометричними властивостями фізичні величини поділяються на скалярні і векторні.

Додати дві скалярні величини означає додати їхні значення. Додавати можна скалярні величини, подані в одних одиницях.

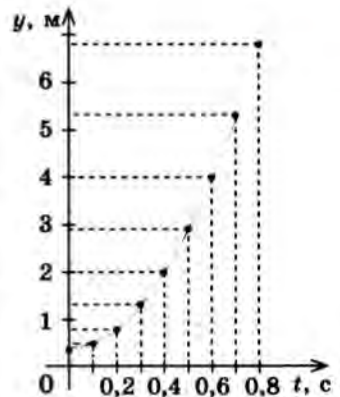


Рис. 4.9. Побудова графіка функції $y(t) = 10t^2 + 0,4$ (м) по точках. По горизонтальній осі відкладено значення t , по вертикальній осі — значення y

$t, \text{с}$	0	1
$v_x, \text{м/с}$	1	4

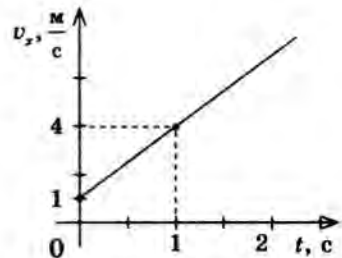


Рис. 4.10. Побудова графіка функції $v_x(t) = 1 + 3t$ (м/с)

Обчислюючи суму результатів вимірювань, результати потрібно спочатку округлити до того розряду, що є останнім у доданка з найкоротшою десятковою частиною, а вже потім додавати. Віднімаючи результати вимірювань, чинять аналогічно. Якщо результати вимірювань множать (ділять), їхній добуток (їхня частка) не може бути виражений (виражена) більшою кількістю значущих цифр, ніж будь-який співмножник (ділене або дільник).

Вектор — це напрямлений відрізок, тобто відрізок, що має і довжину, і напрям. Довжина напрямленого відрізка називається модулем вектора. Щоб знайти суму векторів, використовують правило паралелограма або правило трикутника.

Для описання фізичних процесів часто використовують графіки. Графік лінійної функції — пряма лінія, графік квадратичної функції — парабола.

Контрольні запитання

1. Які фізичні величини називають скалярними? Наведіть приклади.
2. Які фізичні величини називають векторними? Наведіть приклади.
3. Сформулюйте правила додавання та віднімання векторів, правило множення вектора на скаляр.
4. Якого правила необхідно дотримуватися, обчислюючи суму або різницю результатів вимірювань? обчислюючи добуток або частку результатів вимірювань?
5. Що являє собою графік лінійної функції? Якими є правила його побудови?
6. Що являє собою графік квадратичної функції?

Вправа № 2

1. Чи можна додавати вектор швидкості та вектор сили? Чому?
2. Перенесіть у зошит рис. 1. Для кожного випадку знайдіть суму та різницю двох векторів.
3. Перенесіть у зошит рис. 2. Для кожного випадку знайдіть суму трьох векторів.

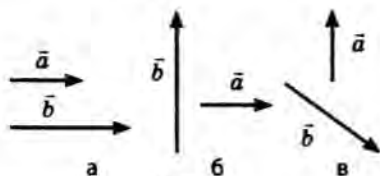


Рис. 1

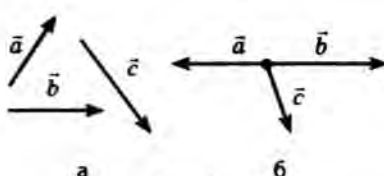


Рис. 2

4. Визначте проекції векторів на осі координат (рис. 3).
5. Вимірявши розміри дерев'яного бруска, школяр отримав такі результати: $l=6,3$ см, $d=12,1$ см, $h=84$ мм. Обчисліть об'єм бруска.
6. Побудуйте графік функції: а) $y=2x-6$; б) $v_x=-3t+9$; в) $y=-x^2+4x-4$; г) $s_x(t)=t^2+t$; д) $x(t)=2t^2-4t-6$.

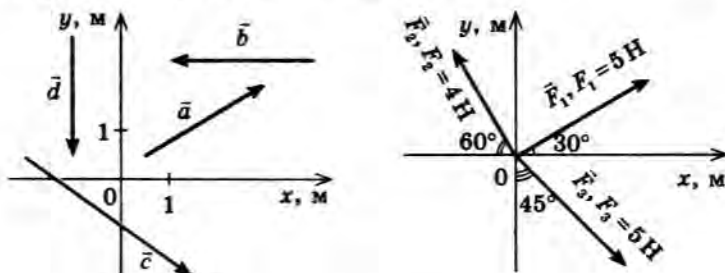


Рис. 3

РОЗДІЛ 1. КІНЕМАТИКА

§ 5. ОСНОВНА ЗАДАЧА МЕХАНІКИ. МЕХАНІЧНИЙ РУХ. СИСТЕМИ КООРДИНАТ І СИСТЕМИ ВІДЛІКУ

Товарний потяг їде зі швидкістю 50 км/год. Позаду нього, на відстані 1 км, з-за повороту з'являється експрес, що проходить за 1 годину 70 км. Машиніст експреса, помітивши попереду товарний потяг, починає гальмувати. При цьому необхідно не менш ніж 2 км, щоб експрес зупинився. Чи станеться катастрофа? Чому потрібні 2 км, щоб зупинити експрес? На ці та багато інших запитань відповідає розділ фізики, який називається «Механіка». А от знайомство з механікою традиційно починають з кінематики.

1 Що таке механічний рух

Ви напевне знаєте вислів давньогрецького філософа *Геракліта Ефеського* (кін. VI — поч. V ст. до н. е.): «Усе тече, усе змінюється». Інакше кажучи, все у світі перебуває в русі. Найпростішою з форм руху є *механічний рух*.

Механічний рух — зміна з часом положення тіла або частин тіла у просторі відносно інших тіл.

Нагадаємо, що Всесвіт за розмірами матеріальних тіл у ньому ділять на три рівні: *мікросвіт*, *макросвіт* і *мегасвіт*. До мікросвіту належать атоми, молекули, а також частинки, які їх складають; до макросвіту — планети, фізичні тіла, що оточують людину, сама людина; до мегасвіту — зорі, галактики та інші величезні космічні об'єкти. *Механічний рух* — це рух об'єктів макро- та мегасвіту.

Механічний рух умовно ділять на два найпростіші види: *поступальний рух* і *обертальний рух*.

Поступальний рух — це такий рух тіла, при якому всі точки тіла рухаються однаково.

Поступально рухаються сходи ескалатора метро, курсор на моніторі комп'ютера, потяг на прямолінійній ділянці шляху тощо. *Під час поступального руху будь-яка пряма лінія, уявно проведена в тілі, залишається паралельною сама собі* (рис. 5.1).

Обертальний рух, або обертання, — це такий рух тіла, коли всі точки тіла рухаються по колах, центри яких розташовані на одній прямій лінії — на осі обертання.

Добове обертання Землі, обертання дзиґи, обертання Землі навколо Сонця — усе це приклади обертального руху.



Рис. 5.1. Рух кузова автомобіля — поступальний; рух його коліс не є поступальним, цей рух — сума обертального та поступального рухів

Якщо перевернути велосипед колесами догори й розкрутити їх, то одержимо обертальний рух коліс; при цьому вісцю обертання кожного колеса буде вісь, на якій воно прикріплене до корпусу велосипеда. А от під час звичайного руху велосипеда точки на його колесах здійснюють складніший рух, який являє собою суму поступального та обертового рухів. Слід зазначити, що, як правило, рух будь-якого тіла — це сума поступального та обертового рухів.

2 Що вивчає механіка

Механіка — наука про механічний рух матеріальних тіл і взаємодії, які відбуваються при цьому між тілами.

Основна задача механіки — пізнати закони механічного руху матеріальних тіл, взаємодій між тілами; передбачати поведінку тіл на основі законів механіки; визначати механічний стан тіла (координати та швидкість руху) у будь-який момент часу.

Наприклад, блискучим досягненням механіки Ньютона було пізнання законів руху планет Сонячної системи, визначення часу сонячних затемнень у майбутньому та минулому.

Механіка у своєму складі має кілька розділів, зокрема *кінематику*.

Кінематика (від грец. *kinematos* — рух) — розділ механіки, що вивчає рух тіл і при цьому не розглядає причини, якими цей рух викликаний.

Інакше кажучи, кінематика не відповідає на запитання на зразок: «Чому потрібні саме 2 км, щоб зупинити експрес?» — вона займається *тільки описанням руху*. А от *причини зміни руху тіл* розглядають у розділі механіки, який називається *динамікою*.

3 Чому без вибору системи відліку неможливо розв'язати основну задачу механіки

Зверніть увагу: будь-який механічний рух є відносним. У природі немає нерухомих тіл, а отже, немає якогось абсолютно «зручного» тіла, відносно якого можна розглядати рух решти тіл. Тому залежно від поставленого завдання спостерігач обирає певне тіло й, умовно вважаючи його нерухомим, розглядає рух решти тіл саме відносно обраного тіла. Таке тіло називають тілом відліку.

Тіло відліку — це тіло, яке в умовах даної задачі вважається нерухомим і відносно якого вивчають рух усіх інших тіл, що розглядаються в цій задачі.

Взагалі за тіло відліку можна взяти будь-яке тіло, однак слід виходити з міркувань зручності. Так, якщо розглядається рух потяга від пункту А до пункту В, то за тіло відліку доцільно взяти тіло, нерухоме відносно Землі, наприклад залізничну станцію. А от якщо розглядається рух пасажирів в цьому потязі, то за тіло відліку зручно обрати полицю вагона або будь-яке інше тіло, нерухоме відносно потяга.

Механічний рух відбувається в просторі та часі, тому для описування механічного руху насамперед необхідно вміти визначати положення тіла в просторі. Для цього з тілом відліку пов'язують *систему координат*.

Зручно використовувати прямокутну (декартову) систему координат, яка задається за допомогою *трьох* взаємно перпендикулярних координатних осей (OX , OY і OZ)*, що перетинаються в одній точці — у *початку відліку*. По осях відкладають відстані в обраній шкалі довжин, наприклад у метрах. Значення відстаней, відлічуваних від початку відліку в напрямку осі координат, вважаються *додатними*, у протилежному напрямку — *від'ємними*. В обраній системі координат положення точки у просторі задається *трьома* координатами (x ; y ; z) або *радіус-вектором* (\vec{r}) (рис. 5.2).

Радіус-вектор — вектор, який сполучає початок відліку з положенням точки в довільний момент часу.

Скажімо, щоб задати положення підводного човна (рис. 5.3), спочатку потрібно обрати тіло відліку (наприклад, будівля порту), а потім із тілом відліку зв'язати осі координат (OX , OY і OZ), на яких задати одиничні відрізки (200 м). Відповідно положення точки A на підводному човні буде задане трьома координатами: $x=600$ м, $y=500$ м, $z=-700$ м.

На практиці часто доводиться мати справу з рухами, які відбуваються тільки в одній площині (рух човна по поверхні води, біг спортсмена по колу стадіону) або тільки вздовж однієї прямої (рухи автомобіля або пішохода на прямій ділянці дороги, каменя, що падає вертикально вниз). У таких випадках для опису положення тіла досить використати відповідно *двовимірну* (рис. 5.4) або *одновимірну* (рис. 5.5) системи координат.

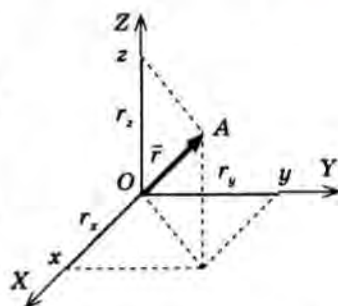


Рис. 5.2. Положення точки в просторі задається трьома координатами (x ; y ; z) або радіус-вектором (\vec{r}). Проекції радіус-вектора на осі координат збігаються з координатами точки: $r_x = x$; $r_y = y$; $r_z = z$

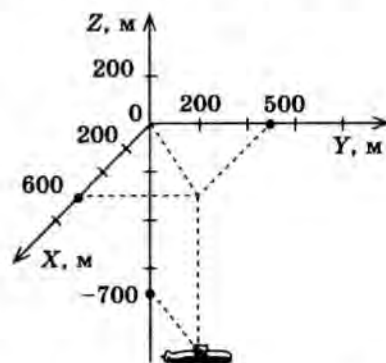


Рис. 5.3. Положення у просторі підводного човна можна задати трьома координатами: $x=600$ м, $y=500$ м, $z=-700$ м

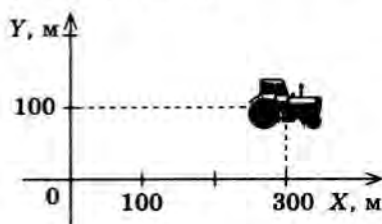


Рис. 5.4. Щоб визначити положення трактора в полі, досить знати тільки дві координати: $x=300$ м, $y=100$ м

* Напрямок кожної осі пов'язують з яким-небудь тілом, тому тіл, відносно яких розглядається рух, має бути чотири (три тіла, пов'язані з осями координат, і тіло відліку). Саме чотири тіла задають систему координат.



Рис. 5.5. Для визначення положення пішохода й положення автомобіля на прямолінійній ділянці дороги досить однієї координати: $x_{\text{п}} = -2$ км; $x_{\text{А}} = 8$ км

При цьому, щоб визначити положення тіла в будь-який момент часу, недостатньо задати систему координат і пов'язати її з тілом відліку, — необхідний також прилад для відлічування часу.

Тіло відліку, пов'язана з ним система координат і прилад для відлічування часу утворюють **систему відліку**.

Зверніть увагу: судити про механічний рух без зазначення системи відліку (*дали* — *СВ*) неможливо. Дуже часто СВ уже визначено умовою задачі. Наведемо приклад найпростішої задачі про механічний рух.

Задача. Автомобіль рухається прямолінійним шосе від пункту А до пункту В, відстань між якими дорівнює 100 км. Де перебуватиме автомобіль через 1 год, якщо відомо, що всю відстань він подолає за 2 год? Швидкість руху автомобіля вважати постійною.

У задачі не визначено тіло відліку, але очевидно, що це тіло на поверхні Землі. Тобто тіло на поверхні Землі — це зручне для даного випадку умовно нерухоме тіло, яке й беруть за тіло відліку. Автомобіль рухається прямолінійним шосе, отже, у задачі слід використати одновимірну систему координат. Вісь координат доцільно спрямувати вздовж прямої АВ, а початок відліку сумістити з точкою А. Одиничний відрізок уже задано — 1 км. Також у задачі визначено одиницю часу (1 год) і момент початку відліку часу (момент, коли автомобіль виїхав із пункту А).

Розв'язуючи задачу, легко визначимо, що через 1 год автомобіль перебуватиме в точці, координата якої $x = 50$ км. Також можна визначити положення автомобіля й у будь-який інший момент часу його руху від пункту А до пункту В, іншими словами — розв'язати основну задачу механіки.

4 Які задачі розв'язує механіка в наш час

Механіка вивчає закони, яким підпорядковуються різні види рухів, — від руху планет і космічних кораблів до руху газу та нафти трубопроводами. Усе це є дуже важливим для практичної діяльності людей, тому механіка, що є найдавнішим розділом фізики, і нині інтенсивно розвивається. Наведемо кілька прикладів.

На початку минулого століття потужний імпульс розвитку механіки дала авіація: було потрібно визначити, якою має бути форма крила літака, щоб піднімальна сила літака була найбільшою, яким повинен бути корпус, щоб на надзвукових швидкостях опір його руху був найменшим, і т. д.

У середині ХХ ст. виникла низка задач, пов'язаних із космічними польотами, наприклад розрахунок траєкторії руху ракети.

З кінця ХХ ст. велику увагу приділяють механіці нелінійних коливань — коливань великої амплітуди (нелінійних коливань, наприклад, зазнає земна поверхня під час землетрусів у 6–7 балів за шкалою

Ріхтера). Дослідженнями нелінійних коливань займалися українські фізики *Микола Миколайович Крилов*, *Миколай Митрофанович Боголюбов*, *Юрій Олексійович Митропольський*.

Підбиваємо підсумки

Механіка — наука про рух матеріальних тіл у мегахсперименту й макросвіті та про взаємодії, які відбуваються при цьому між тілами.

Основна задача механіки — пізнати закони руху матеріальних тіл, взаємодій між ними й передбачити їхню поведінку на основі законів механіки; визначити механічний стан тіла у будь-який момент часу.

Механічний рух — зміна з часом положення тіла або частин тіла у просторі відносно інших тіл. Найпростіші види руху — поступальний і обертальний. У ході поступального руху всі точки тіла рухаються по паралельних один одному відрізках прямих ліній. У ході обертального руху точки тіла рухаються по колах, центри яких розташовані на осі обертання тіла. На практиці тіло зазвичай здійснює обидва види рухів одночасно.

Будь-який рух відбувається як у просторі, так і в часі. Тіло відліку, пов'язана з ним система координат і прилад для відлічування часу утворюють систему відліку (СВ). Розв'язуючи будь-яку задачу про механічний рух, обов'язково слід обрати СВ.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення механічного руху.
2. Наведіть приклади механічних рухів.
3. Який рух називають поступальним? обертальним? Наведіть приклади.
4. Що вивчає механіка?
5. У чому полягає основна задача механіки?
6. Що таке тіло відліку?
7. Що таке система координат?
8. Які види систем координат ви знаєте?
9. Наведіть приклад, коли використовують тривимірну систему координат; двовимірну; одновимірну.
10. Що таке система відліку (СВ)? Навіщо в ній потрібен годинник?
11. Що означає обрати СВ?
12. Наведіть приклади задач, які розв'язує сучасна механіка.

Вправа № 3

1. Чи є поступальним рух вашого рюкзака, коли ви піднімаєте його з підлоги і ставите (не обертаючи) на парту? коли ви розмахуєте ним, спускаючись сходами?
2. Відносно якого тіла відліку розглядають рух, коли кажуть: а) швидкість течії річки 3 м/с; б) повз автомобіль пролітають придорожні стовпи; в) сонце вранці встає на сході, а ввечері сідає на заході; г) капелюх нерухомо лежить на поверхні річки?
3. Якою системою координат (одновимірною, двовимірною чи тривимірною) ви скористаєтесь, розглядаючи такі рухи: політ бджоли; катання на ковзанах; спуск із гори на лижах; падіння каменя; рух ліфта; біг на 60 м; гра у футбол?
4. Дано точки з координатами: $A(-10)$; $B(100)$; $C(-5; 6)$; $D(0,3; 0,8)$; $E(4; 6; 8)$. Накресліть у зошиті відповідні системи координат і зобразіть на них зазначені точки.
5. Уявіть, що вам електронною поштою призначили зустріч четверо друзів. Один написав: «Зустрінемося о 15.00 за 100 метрів від кав'ярні "Апельсин"»; другий: «Зустрінемося о 15.00 за 100 метрів від кав'ярні "Апельсин" у напрямку до найближчої станції метро»; третій: «Зустрінемося о 15.00»; четвертий: «Зустрінемося за 100 метрів від кав'ярні "Апельсин" у напрямку до найближчої станції метро». З ким із ваших друзів зустріч відбудеться напевно? Чому з іншими вона навряд чи відбудеться?



Експериментальне завдання

«Створіть» у класній кімнаті декартову систему координат (за площину XOY візьміть площину підлоги, за площину YOZ — стіну, на якій висить класна дошка, за площину XOZ — стіну з вікнами). Визначте в цій системі координат розташування декількох тіл у класній кімнаті, наприклад вашого стільця, журналу на столі вчителя, ручки дверей тощо.



Я. С. Яцків

ФІЗИКА ТА ТЕХНІКА В УКРАЇНІ

Головна астрономічна обсерваторія НАН України (ГАО) (Київ) — всесвітньо відома наукова установа, де здійснюють наукові дослідження з космічної геодинаміки, фізики Сонця й тіл Сонячної системи, еволюції зір і галактик, фізики космічної плазми та ін.

Вирішальне значення як для наукових спостережень, так і для практичного застосування має створення систем відліку в просторі та часі, наприклад систем GPS (Global Positioning System) чи ГЛОНАСС (глобальна навігаційна супутникова система). ГАО є провідним науковим центром із дослідження проблем координатно-часового забезпечення об'єктів науки

й економіки України. Науковцями ГАО виконано цикл робіт із вивчення вільного та вимушеного рухів полюсів Землі, з визначення координат полюсів Землі за даними майже сторічних астрономічних спостережень. Цей ряд координат полюсів відомий серед науковців світу як «київський ряд».

За пропозицією директора ГАО, президента Української астрономічної асоціації акад. Ярослава Степановича Яцківа (див. фото) установою були задіяні нові технічні засоби спостереження, які визначають параметри обертання Землі, нові підходи до побудови небесної та загальноземної систем координат. Під керівництвом Я. С. Яцківа створено високоточні каталоги слабких зір і джерел космічного радіовипромінювання. Учений брав активну участь у підготовці та виконанні низки космічних програм (ВЕГА, СОПРОГ, ФОБОС, МАРС). За дослідження зміни орієнтації земної осі в тілі Землі та просторі його відзначено престижною міжнародною премією ім. Рене Декарта (2003).

§ 6. МАТЕРІАЛЬНА ТОЧКА. ТРАЕКТОРІЯ РУХУ. ШЛЯХ. ПЕРЕМІЩЕННЯ



Будь-яке фізичне тіло складається з величезної кількості частинок. Наприклад, в 1 см^3 заліза міститься понад 10^{23} атомів Феруму. Порівняйте це число з кількістю людей на Землі — 10^{10} (10 млрд). Тобто число атомів в 1 см^3 заліза в багато разів більше за кількість жителів Землі! А щоб визначити розташування тіла у просторі, суворо кажучи, потрібно визначити розташування кожної його точки. Тож розв'язати основну задачу механіки неможливо? Чи так це? І чи завжди для розгляду руху тіла є сенс розглядати рух кожної його точки?



Чи завжди тіло можна вважати матеріальною точкою

У механіці матеріальне тіло описують його розмірами, формою та масою. Наприклад, планета Земля має форму кулі радіусом 6400 км , її маса становить приблизно $6 \cdot 10^{24}\text{ кг}$. Чи завжди для опису руху тіла потрібно знати об'єм і форму цього тіла? Розглянемо

поступальний рух якогось пробного тіла. У ході такого руху всі частини тіла рухаються однаково. Тому можна обрати одну частину пробного тіла, досить малу за розмірами, та розглядати її як «представницю» всього тіла в його русі. Додамо до розташування цієї частини у просторі масу всього тіла й назовемо цю частину *матеріальною точкою*.

Матеріальна точка — це фізична модель, що застосовується для спрощення опису руху тіла та відповідає тілу, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати.

Сфера застосування моделі «матеріальна точка» обмежена. Так, розглядаючи рух потяга між станціями, потяг можна вважати матеріальною точкою. Але коли потяг зупиняється на станції, ця модель не працює, бо, наприклад, пасажери мають знати номери вагонів у потязі, тобто мусять брати до уваги його розміри. Якщо тіло здійснює обертальний рух і радіуси кіл, які описують усі точки тіла, набагато більші за розміри тіла, то цей рух теж можна описувати, вважаючи тіло матеріальною точкою. Наприклад, за допомогою моделі «матеріальна точка» можна описувати рух Землі навколо Сонця. При цьому описувати добове обертання Землі за допомогою цієї моделі, звичайно, не можна.

Далі, якщо не буде спеціальних застережень, вважатимемо, що дане тіло є матеріальною точкою.

2 Що таке траєкторія руху матеріальної точки

Траєкторія — уявна лінія, в кожній точці якої послідовно перебувала матеріальна точка під час свого руху в просторі.

Проведіть по класній дошці крейдою — слід, який залишить крейда, збігається із траєкторією її руху. Іноді можна побачити траєкторію руху літака. Ланцюжок слідів на чистому снігу допоможе відновити траєкторію руху людини або тварини.

Форма траєкторії руху тіла може бути довільною: дуга, парабола, пряма, ламана, яка-небудь складна лінія тощо. Ділянки траєкторії за формою поділяються на *прямолінійні* та *криволінійні*. У першому випадку траєкторія руху тіла в даній СВ — пряма лінія, у другому — крива. Наведемо кілька прикладів.

Траєкторією руху Землі в Сонячній системі є її орбіта. Орбіта Землі плоска, практично не відрізняється від кола. Траєкторія руху штучного супутника Землі трохи складніша й містить у собі дві ділянки: траєкторію підняття супутника та його орбіту. Остання теж плоска, але за формою являє собою еліпс.

Зверніть увагу: *траєкторія руху тіла залежить від того, відносно якого тіла відліку спостерігають за рухом*. Тому для опису руху тіла дуже важливо вибрати таку СВ, у якій траєкторія руху цього тіла якнайпростіша. Для наочності наведемо приклад з історії.



Рис. 6.1. Геоцентрична система світобудови за Птолемеєм. Для пояснення руху планет Птолемей придумав «систему епіциклів». Планета «прикріплена» до невеликої «кришталевий» сфери, а та, у свою чергу, «прикріплена» до великої сфери, у центрі якої розташована Земля. Обидві сфери обертаються, причому кожна має свій період обертання. Одночасним обертанням сфер, за Птолемеєм, і пояснюються незвичайні траєкторії планет



Рис. 6.2. Геліоцентрична система світобудови за М. Коперником: у центрі Всесвіту розташоване Сонце, а кожна планета обертається навколо Сонця по своїй коловій орбіті

Давньогрецький учений *Клавдій Птолемей*, розглядаючи рух усіх небесних тіл і припускаючи, що в центрі Всесвіту розташована Земля (Гея), запропонував *геоцентричну СВ*, тобто СВ, пов'язану із Землею (рис. 6.1). Траєкторії руху планет у цій системі були настільки складними, що мало хто навіть із дуже освічених людей того часу міг їх уявити, а тим більше описати. Кілька століть по тому польський учений *Миколай Коперник* запропонував *геліоцентричну СВ*, узявши за тіло відліку Сонце (Геліос) (рис. 6.2). І картина будови Сонячної системи стала простою й доступною для розуміння.

3 Чим шлях відрізняється від переміщення

З поняттям траєкторії руху тісно пов'язане поняття *шляху*.

Шлях l — це фізична величина, що чисельно дорівнює довжині ділянки траєкторії, яка пройдена тілом за даний проміжок часу.

Одиниця шляху в СІ — метр (м).

Шлях, пройдений тілом, дозволяє визначити положення тіла в певний момент часу тільки тоді, коли відома траєкторія руху тіла. У цьому випадку досить від початкового положення тіла вздовж траєкторії в напрямку руху відкласти пройдений шлях.

Однак що робити, якщо траєкторія руху невідома? Наприклад, вийшовши зі школи, учень пройшов за півгодини шлях, який дорівнює 2 км. У цьому випадку неможливо визначити, у якому місці учень перебуватиме через півгодини, адже він може обрати будь-який напрямок руху і будь-яку траєкторію. Інша річ, якщо відомо, що через півгодини учень опиниться на відстані 2 км на південь від школи. Тут ідеться вже про зовсім іншу фізичну величину, яка називається *переміщенням*.

Переміщення \vec{s} — це векторна величина, яку графічно представляють у вигляді напрямленого відрізка прямої, проведеного із початкового положення точки до її кінцевого положення.

Як і будь-який вектор, переміщення вважається заданим, якщо відомі напрямок і модуль переміщення.

Одиниця модуля переміщення в СІ — метр (м).

Вектор переміщення в загальному випадку не збігається з траєкторією руху тіла (рис. 6.3, 6.4, а, б), тому шлях, пройдений тілом, не завжди дорівнює модулю переміщення: $l \neq s$. Шлях і модуль переміщення виявляються однако-вими тільки в тому випадку, коли тіло рухається вздовж прямої в незмінному напрямку (рис. 6.4, в).

Зверніть увагу: у будь-якому разі переміщення дорівнює зміні радіус-вектора:

$$\vec{s} = \vec{r} - \vec{r}_0$$



Рис. 6.3. Переміщення \vec{s} (позначено синім кольором) показує, на яку відстань від початкового положення і в якому напрямку перемістилося тіло за даний проміжок часу. Точка А — початкове положення тіла, точка В — положення тіла через заданий проміжок часу; l — шлях, пройдений тілом (позначено червоним кольором)

4 Для чого потрібно вміти знаходити проекцію переміщення

Якщо переміщення тіла відоме, то радіус-вектор тіла в будь-який даний момент часу можна обчислити за формулою:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{s}$$

Таким чином, можна визначити положення тіла в будь-який момент часу, тобто розв'язати основну задачу механіки. Однак за формулами, записаними у векторному вигляді, здійснювати обчислення доволі складно, адже в цьому випадку постійно доводиться враховувати напрямки векторів. Тому для розв'язування задач векторне рівняння переписують для проекцій векторів.

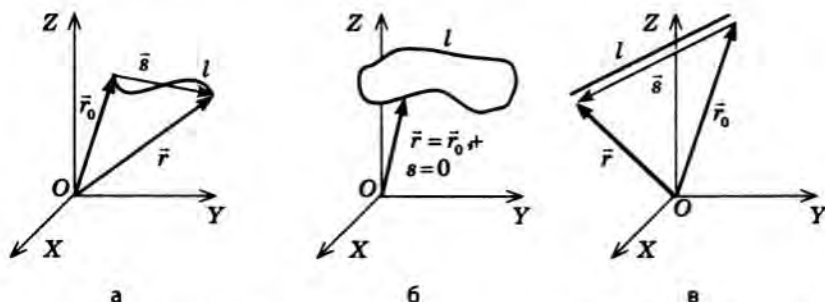


Рис. 6.4. Шлях l і модуль переміщення s тіла: а — траєкторією руху є крива лінія ($l > s$); б — траєкторією руху є замкнена лінія ($l \neq 0$, $s = 0$); в — траєкторією руху є пряма лінія; напрямок руху незмінний ($l = s$). У будь-якому разі $\vec{s} = \vec{r} - \vec{r}_0$

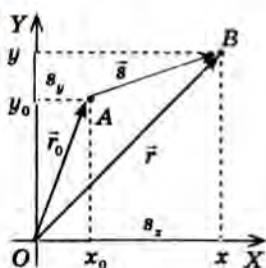


Рис. 6.5. Взаємозв'язок векторного і координатного методів знаходження положення тіла у просторі

Припустимо, що тіло переміщується в одній площині з точки A , положення якої задане радіус-вектором \vec{r}_0 (або координатами x_0, y_0), у точку B , положення якої задане радіус-вектором \vec{r} (або координатами x, y) (рис. 6.5). Тоді рівняння $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{s}$ можна переписати у вигляді:

$$r_x = r_{0x} + s_x; \quad r_y = r_{0y} + s_y,$$

де s_x і s_y — проекції вектора переміщення на осі OX і OY відповідно.

Оскільки $r_x = x$; $r_{0x} = x_0$; $r_y = y$; $r_{0y} = y_0$, то маємо рівняння координат, якими й будемо користуватися для розв'язування задач:

$$x = x_0 + s_x; \quad y = y_0 + s_y$$

Підбиваємо підсумки

Матеріальна точка — це фізична модель, що застосовується для спрощення опису руху тіла та відповідає тілу, розмірами якого за умов задачі можна знехтувати. Матеріальна точка описується координатами у просторі та масою, що збігається з масою тіла.

Лінія руху матеріальної точки у просторі називається траєкторією її руху. Ділянки траєкторії за формою поділяються на прямолінійні та криволінійні. Траєкторія руху тієї самої матеріальної точки залежить від того, відносно якого тіла відліку розглядається рух.

Шлях l — це фізична величина, що чисельно дорівнює довжині ділянки траєкторії, яка пройдена матеріальною точкою за даний проміжок часу.

Переміщення \vec{s} — це векторна величина, яку графічно представляють у вигляді напрямленого відрізка прямої, проведеного із початкового положення точки до її кінцевого положення.

У загальному випадку $l \neq s$. Одиниця шляху й одиниця переміщення в СІ — метр (м).

Положення (координати) матеріальної точки в будь-який момент часу можна обчислити, скориставшись співвідношеннями: $x = x_0 + s_x$; $y = y_0 + s_y$, де x_0, y_0 — координати точки в момент початку відліку часу; x, y — координати точки в момент часу, який визначається в задачі; s_x, s_y — проекції вектора переміщення на відповідні осі координат.

Контрольні запитання

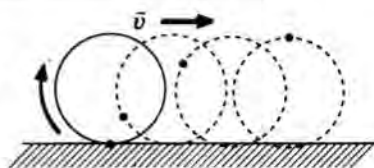
1. Що називають матеріальною точкою? 2. У яких випадках тіло, що рухається, можна розглядати як матеріальну точку? 3. Дайте визначення траєкторії руху тіла. Чи залежить траєкторія руху тіла від вибору СВ? Наведіть приклади.
4. Що таке шлях? У яких одиницях його вимірюють? 5. Чому, знаючи шлях, не завжди можна визначити положення тіла? 6. Дайте визначення переміщення.
7. Коли модуль переміщення дорівнює пройденому шляху? 8. Запишіть формули для визначення положення тіла у просторі у векторному вигляді; через проекції.

Вправа № 4

- Поясніть, у яких випадках можна вважати матеріальною точкою такі тіла:
а) автомобіль; б) ракету; в) Землю; г) людину.
- Вертоліт підіймається вертикально. Зобразіть траєкторію руху точки, розташованої на лопаті гвинта, відносно пілота; відносно Землі.
- Футболіст пробігає за матч близько 10 км. Що означає це число — шлях чи модуль переміщення? Яким може виявитися мінімальний модуль переміщення футболіста за матч?
- Чи є шлях і переміщення відносними величинами (чи залежать вони від вибору СВ)?
- З яким тілом потрібно пов'язати СВ, щоб ваші шлях і переміщення в будь-який момент часу дорівнювали нулю?
- М'яч, кинутий вертикально вгору, піднявся на висоту 5 м і впав на те саме місце, з якого був кинутий. Визначте шлях і модуль переміщення м'яча.
- Автомобіль рухається на повороті дороги, який являє собою половину дуги кола радіусом 20 м. Визначте шлях і модуль переміщення автомобіля за час повороту.
- У початковий момент часу тіло перебувало в точці з координатами $x_0 = 4$ м, $y_0 = -3$ м. Через певний проміжок часу тіло перемістилося в точку з координатами $x = -4$ м, $y = 3$ м. Накресліть вектор переміщення та знайдіть його проекції на осі координат. Визначте модуль переміщення. Чи можна, використовуючи дані задачі, визначити шлях, пройдений тілом?

Експериментальне завдання

Зробіть невеликий паперовий круг — «колесо», на «ободі» якого позначте точку. Потім на аркуші накресліть пряму й покладіть колесо так, щоб воно торкалося прямої. Перекочуючи «колесо» вздовж лінії, позначайте на папері положення точки (див. рисунок). Сполучіть одержані позначки — це й буде траєкторія руху заданої точки відносно поверхні Землі.



Побудуйте траєкторію руху цієї ж точки відносно осі обертання «колеса». Позначте інші точки, зробивши в «колесі» 2–3 отвори. Побудуйте траєкторії руху цих точок відносно поверхні Землі та відносно осі обертання «колеса».

§ 7. РІВНОМІРНИЙ ПРЯМОЛІНІЙНИЙ РУХ

Механічні рухи є дуже різноманітними. Наприклад, уявіть свій ранок. Ви прокинулися, розплющили очі — ваші вії виконали механічний рух. Устали з ліжка — знову механічний рух. Відкрили водопровідний кран; плин води — це теж механічний рух. Спробуйте продовжити — і ви зрозумієте: щоб тільки перелічити всі механічні рухи, з якими ви зустрінетеся, наприклад, протягом години, вам години не вистачить! Тому зрозуміло, що описати відразу всі види рухів неможливо. Почнемо з найпростішого.

Який рух називають рівномірним прямолінійним

Найпростіший вид механічного руху — це рівномірний прямолінійний рух.

Рівномірний прямолінійний рух — це такий механічний рух, під час якого тіло за будь-які рівні проміжки часу здійснює однакові переміщення.

Прикладами рівномірного прямолінійного руху можуть бути рух автомобіля на прямолінійній ділянці дороги (без розгону та гальмування), усталене падіння кульки в рідині, політ парашутиста через деякий час після розкриття парашута.

З визначення рівномірного прямолінійного руху можна зробити такі висновки. По-перше, траєкторія такого руху — пряма лінія, тому для його опису досить скористатись одновимірною системою координат. Вісь координат, наприклад вісь OX , слід напрямити вздовж траєкторії руху тіла. При цьому вектор переміщення буде напрямлений або так само, як вісь координат, або протилежно їй (рис. 7.1). По-друге, за будь-які рівні проміжки часу тіло здійснює однакові переміщення, тому відношення переміщення \vec{s} до проміжку часу t , за який це переміщення відбулося, для цього руху є сталою величиною. Це відношення називають *швидкістю рівномірного прямолінійного руху тіла* і позначають символом \vec{v} .

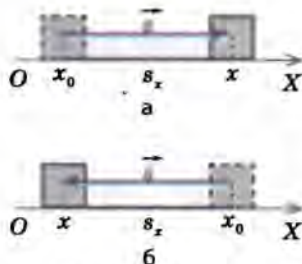


Рис. 7.1. Вибір осі координат у випадку рівномірного прямолінійного руху: а — напрямок вектора переміщення \vec{s} збігається з напрямком осі координат, тому $s_x = s$; б — вектор переміщення \vec{s} напрямлений протилежно осі координат, тому $s_x = -s$

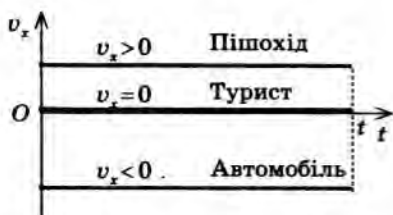


Рис. 7.2. Графік залежності $v_x(t)$ для прямолінійного рівномірного руху

Швидкість \vec{v} рівномірного прямолінійного руху — векторна фізична величина, яка дорівнює відношенню переміщення \vec{s} тіла до часу t , за який це переміщення відбулося:

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$$

З означення випливає, що *напрямок вектора швидкості збігається з напрямком переміщення тіла, а модуль швидкості визначається за формулою:*

$$v = \frac{s}{t}$$

Одиниця швидкості руху в СІ — метр на секунду (м/с).

1 м/с дорівнює швидкості такого рівномірного прямолінійного руху, під час якого тіло за 1 с переміщується на відстань 1 м.

Прилад для вимірювання швидкості руху — *спідометр*.

Для описання руху зручно використовувати графіки.

На рис. 7.2 наведено графіки залежності проекцій швидкостей від часу — для автомобіля; пішохода, який рухається назустріч цьому автомобілю; туриста, що сидить нерухомо на узбіччі дороги (напрямок осі OX співпадає з напрямком руху пішохода). Віссю

абсцис служить вісь часу, вісью ординат — вісь проекції швидкості. У випадку рівномірного прямолінійного руху графік залежності проекції швидкості руху від часу — відрізок прямої, паралельної осі часу, оскільки під час такого руху швидкість тіла є постійною.

Як визначити переміщення тіла у випадку рівномірного прямолінійного руху

Скориставшись формулою для визначення швидкості руху тіла $\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$, можна знайти переміщення тіла за будь-який проміжок часу:

$$\vec{s} = \vec{v}t$$

Цю формулу можна записати і для проекцій: $s_x = v_x t$, і для модулів: $s = vt$.

У випадку рівномірного прямолінійного руху проекція швидкості не змінюється з часом ($v_x = \text{const}$), а це означає, що проекція переміщення прямо пропорційна часу руху тіла. Тому подібно до всіх графіків, що відображають пряму пропорційність, у випадку рівномірного прямолінійного руху графік залежності проекції переміщення від часу — відрізок прямої, що проходить через початок координат (рис. 7.3).

Для встановлення геометричного змісту переміщення звернемося до графіка залежності проекції швидкості руху тіла від часу (рис. 7.4). Для рівномірного прямолінійного руху $s_x = v_x t$. З рис. 7.4 бачимо, що v_x відповідає висоті заштрихованого прямокутника, t — його довжині. Добуток висоти і довжини прямокутника — це його площа. Оскільки одна сторона заштрихованого прямокутника подана в секундах, а друга — у метрах на секунду, добуток буде в метрах.

У випадку рівномірного прямолінійного руху проекція переміщення тіла чисельно дорівнює площі прямокутника під графіком залежності проекції швидкості руху від часу. У цьому полягає геометричний зміст переміщення.

Рівняння координати в разі рівномірного прямолінійного руху

Для розв'язання основної задачі механіки — визначення положення (координати) тіла в будь-який момент часу — скористаємося рівнянням координати: $x = x_0 + s_x$. Оскільки $s_x = v_x t$, то

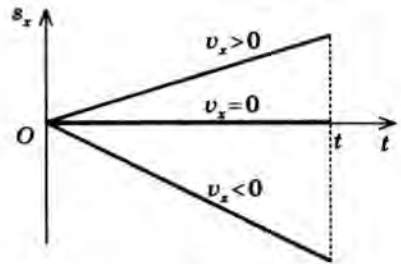


Рис. 7.3. Графік залежності $s_x(t)$ для рівномірного прямолінійного руху

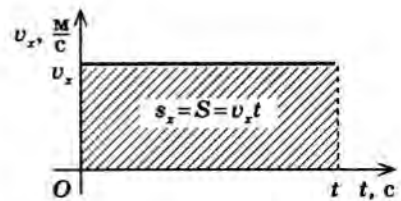


Рис. 7.4. Переміщення тіла у випадку рівномірного прямолінійного руху чисельно дорівнює площі прямокутника під графіком залежності $v_x(t)$

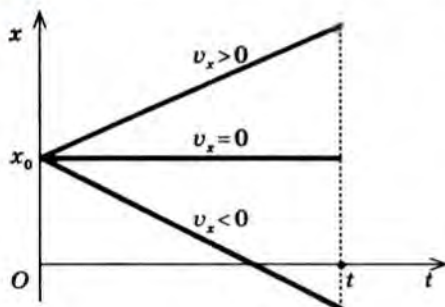


Рис. 7.5. Графік залежності $x(t)$ для прямолінійного рівномірного руху

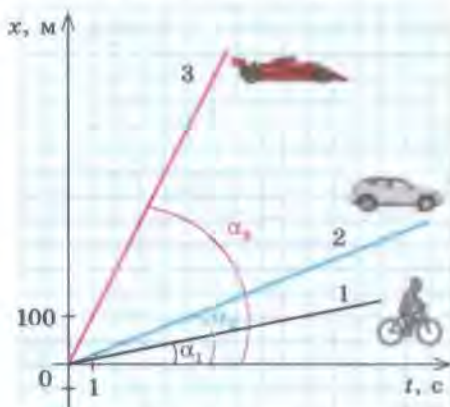


Рис. 7.6. Графіки руху велосипеда, автомобіля й боїда, що рухаються в одному напрямку зі швидкостями 10 м/с, 20 м/с і 100 м/с відповідно; $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3$. У момент початку відліку часу всі три тіла перебували в точці початку координат ($x_0 = 0$ м).

Дано:

$$v_1 = 25 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 50 \text{ м/с}$$

$$l = 1500 \text{ м}$$

t — ?

x — ?

Аналіз фізичної проблеми, розв'язання. Виконаємо пояснювальний рисунок (рис. 1), на якому зазначимо вісь координат, положення катерів у момент початку спостереження й напрямки швидкостей їхнього руху (напрямок осі нехай збігається з напрямком руху катера 1, початок координат нехай буде в точці, де перебував катер 1 у момент початку спостереження).

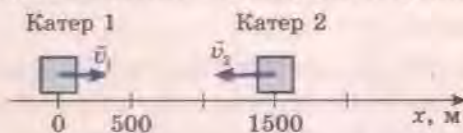


Рис. 1

для рівномірного прямолінійного руху рівняння координати має вигляд:

$$x = x_0 + v_x t.$$

Таким чином, за допомогою цієї формули, знаючи початкове положення тіла (x_0), його швидкість і напрямок руху (проекцію швидкості v_x), можна визначити положення тіла в будь-який заданий момент часу, тобто розв'язати основну задачу механіки для даного виду руху.

Залежність координати тіла від часу його руху можна задати й у вигляді графіка (рис. 7.5). Такий графік так само повно описує рух тіла, як і рівняння координати. Справді, якщо дано графік руху тіла, то можна визначити початкове положення x_0 тіла, його координату x у будь-який момент часу та швидкість

руху ($v_x = \frac{x - x_0}{t}$). Зверніть увагу: чим більший кут α між віссю абсцис (віссю часу) і графіком, тим більшою є швидкість руху тіла (рис. 7.6).

4 Учимся розв'язувати задачі

Задача. Два катери, які розташовані на відстані 1500 м один від одного, почали рух назустріч один одному з постійними швидкостями 25 і 50 м/с. Визначте час і місце зустрічі катерів. Побудуйте графіки координати та швидкості руху для кожного катера.

Запишемо рівняння координати для рівномірного прямолінійного руху: $x = x_0 + v_x t$. Скориставшись рис. 1, конкретизуємо це рівняння для кожного катера:

$$x_{01} = 0, \quad v_{1x} = v_1 = 25 \text{ м/с, звідси } x_1 = 25t \text{ (м);}$$

$$x_{02} = 1500 \text{ м, } v_{2x} = -v_2 = -50 \text{ м/с, звідси } x_2 = 1500 - 50t \text{ (м).}$$

На момент зустрічі координати катерів будуть однаковими ($x_1 = x_2$), тому маємо рівняння: $25t = 1500 - 50t$. Розв'язавши його, обчислимо час зустрічі катерів: $50t + 25t = 1500$; $75t = 1500$; $t = 20 \text{ с.}$

Обчислимо координату катера 1 в момент зустрічі: $x_1 = 25t = 25 \cdot 20 = 500 \text{ (м).}$

Аналіз результатів. Оскільки катер 1 рухається повільніше за катер 2, то в момент зустрічі положення катера 1 у точці з координатою $x_1 = 500 \text{ м}$ є реальним.

Відповідь: катери зустрінуться через 20 с у точці, розташованій на відстані 500 м від початкового положення катера 1.

Знаючи рівняння координати для кожного катера: $x_1 = 25t \text{ (м), } x_2 = 1500 - 50t \text{ (м),}$ — побудуємо графіки координат. Ці графіки являють собою відрізки прямої, тому для побудови кожного графіка досить задати дві точки (зазвичай одна з них відповідає моменту початку відліку часу, а другу обирають довільно).

Відклавши по осі абсцис (осі t) час руху катерів, а по осі ординат (осі x) відповідні координати, побудуємо обидва графіки (рис. 2). Графіки перетнулися в точці $t = 20 \text{ с, } x = 500 \text{ м}$, що збігається з розв'язком, отриманим аналітично.

У даному випадку графік проекції швидкості являє собою відрізок прямої, паралельної осі часу. Знаючи, що $v_{1x} = 25 \text{ м/с,}$ а $v_{2x} = -50 \text{ м/с,}$ побудуємо відповідні графіки (рис. 3).

$t, \text{ с}$	$x_1, \text{ м}$
0	0
40	1000

$t, \text{ с}$	$x_2, \text{ м}$
0	1500
10	1000

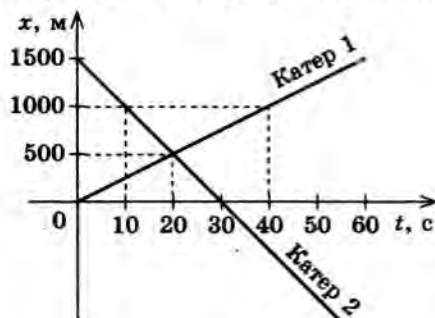


Рис. 2

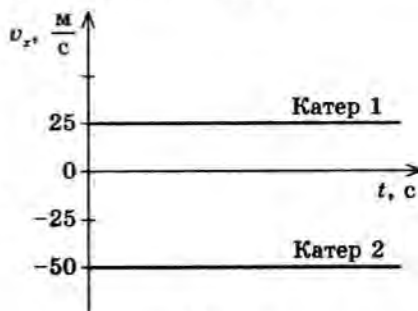


Рис. 3

Підбиваємо підсумки

Рівномірний прямолінійний рух — це механічний рух, під час якого тіло за будь-які рівні проміжки часу здійснює однакові переміщення.

Швидкість \vec{v} рівномірного прямолінійного руху — векторна фізична величина, яка дорівнює відношенню переміщення \vec{s} тіла до часу t , за який це переміщення відбулося: $\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$.

Одиниця швидкості руху в СІ — метр за секунду (м/с).

1 м/с дорівнює швидкості такого рівномірного прямолінійного руху, у ході якого тіло за 1 с переміщується на відстань 1 м.

У випадку рівномірного прямолінійного руху графік залежності $v_x(t)$ являє собою відрізок прямої, паралельної осі часу.

Переміщення тіла у випадку рівномірного прямолінійного руху можна обчислити за формулою $\vec{s} = \vec{v}t$, або в проекціях: $s_x = v_x t$. Проекція переміщення тіла чисельно дорівнює площі прямокутника під графіком залежності проекції швидкості руху від часу. У цьому полягає геометричний зміст переміщення.

Графік залежності $s_x(t)$ у випадку рівномірного прямолінійного руху — відрізок прямої, яка проходить через початок координат.

Рівняння координати для рівномірного прямолінійного руху має вигляд: $x = x_0 + v_x t$. Графік координати являє собою відрізок прямої, початок якого розташований на осі ординат у точці x_0 .

Контрольні запитання

1. Який рух називають рівномірним прямолінійним? 2. Дайте характеристику швидкості рівномірного прямолінійного руху. 3. Що являє собою графік залежності $v_x(t)$ у випадку рівномірного прямолінійного руху? 4. Як обчислити переміщення тіла, якщо відомі швидкість та час руху тіла? 5. Що являє собою графік залежності $s_x(t)$ у випадку рівномірного прямолінійного руху? 6. Яким є геометричний зміст переміщення? 7. Запишіть рівняння координати для рівномірного прямолінійного руху. 8. Що являє собою графік залежності $x(t)$ для рівномірного прямолінійного руху? 9. Як кут нахилу графіка координати рівномірного прямолінійного руху залежить від швидкості руху тіла?

Вправа № 5

1. Потяг 10 хв рухається рівномірно прямолінійною ділянкою шляху завдовжки 5 км. Визначте швидкість руху потяга. Що зазначено в завданні — шлях чи переміщення?
2. Які з наведених нижче формул описують рівномірний прямолінійний рух? Для кожного випадку рівномірного прямолінійного руху визначте проекцію швидкості, початкову координату та напрямок руху тіла: а) $x = 10 - 2t$; б) $x = 5t$; в) $x = 10 - 2,5t + 2t^2$; г) $x = -8 + 4t$; д) $x = -2,5t^2$.
3. Тіло рухається в напрямку, протилежному напрямку осі Ox , з постійною швидкістю 18 км/год. Початкова координата тіла дорівнює 30 м. Запишіть рівняння координати. Знайдіть координату тіла та модуль його переміщення через 10 с після початку спостереження.

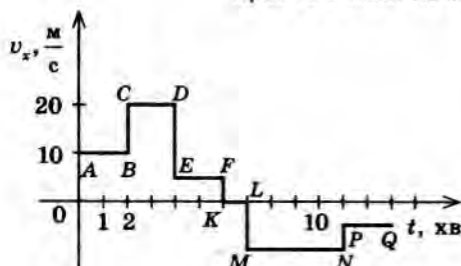
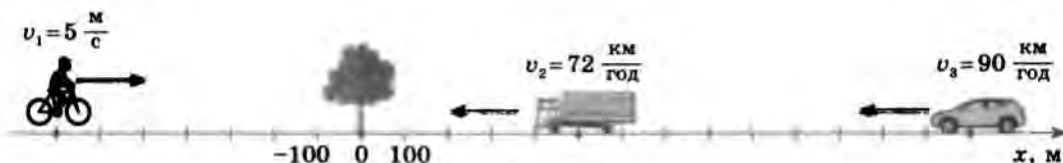
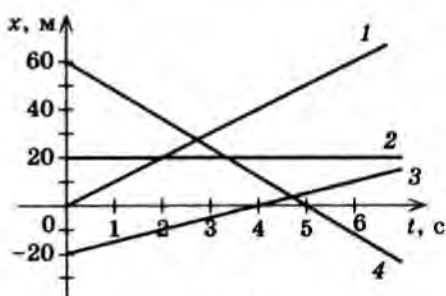


Рис. 1

4. На рис. 1 наведено графік руху автомобіля з різною швидкістю в різні проміжки часу. Скориставшись графіком, визначте: за який проміжок часу швидкість руху автомобіля була найбільшою; найменшою; коли автомобіль зупинився; скільки часу він перебував у стані спокою; коли напрямок його руху збігався з напрямком осі Ox ; коли автомобіль рухався в напрямку, протилежному напрямку осі Ox . Визначте модуль переміщення тіла за перші 10 хв руху та за весь час руху.

- За поданими на рис. 2 графіками запишіть рівняння залежності $x(t)$.
- Уздовж осі OX рухаються два тіла. Рівняння залежності їхніх координат від часу мають вигляд: $x_1 = -4 + t$; $x_2 = 10 - 2t$. Опишіть рухи цих тіл. Знайдіть час і місце їхньої зустрічі. Побудуйте графіки залежності $x(t)$ та $v_x(t)$ для кожного тіла.
- Скориставшись рис. 3, запишіть рівняння руху кожного транспортного засобу. Визначте час і місце зустрічі вантажного автомобіля і велосипеда, легкового автомобіля і велосипеда, а також те, де й коли легковий автомобіль об'їде вантажний.



§ 8. ВІДНОСНІСТЬ РУХУ. ЗАКОНИ ДОДАВАННЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ І ШВИДКОСТЕЙ

Чи траплялося вам перепливати річку зі швидкою течією? Ні? Тоді повірте, що дуже важко перепливати її так, щоб потрапити на протилежний берег прямо навпроти місця запливу. А хтось намагався спуститися ескалатором, що рухається вгору? Теж складно. Набагато швидше спуститися, якщо напрямок вашого руху збігається з напрямком руху ескалатора. У кожному з наведених прикладів людина бере участь водночас у двох рухах. Як при цьому розрахувати переміщення та швидкість руху, ви дізнаєтесь із цього параграфа.

Що таке відносність руху

Ви вже добре знаєте, що рух тіла можна розглядати тільки відносно якого-небудь іншого тіла (тіла відліку). Саме з тілом відліку ми пов'язуємо систему координат і прилад для відлічування часу. За тіло відліку можна взяти будь-яке тіло. Наприклад, описуючи рух пасажирів в салоні автомобіля, тілом відліку можна обрати і придорожню кав'ярню, і салон автомобіля, і зустрічний автомобіль.

Рух тіла характеризується траєкторією, швидкістю, переміщенням, пройденим шляхом. У разі зміни СВ ці характеристики змінюються. Наприклад, в автомобілі, що рухається, ви перебуваєте в стані спокою відносно салону (швидкість і переміщення дорівнюють нулю) і рухаєтесь відносно придорожньої кав'ярні та зустрічного автомобіля. При цьому швидкість вашого руху відносно зустрічного автомобіля більша за швидкість руху відносно кав'ярні.

Залежність траєкторії, шляху, переміщення та швидкості руху тіла від вибору системи відліку називають **відносністю руху**.

Звернемо увагу ще на одну фізичну величину, яка характеризує рух, — час. У процесі руху тіл зі швидкостями, які розглядаються в класичній механіці (тобто набагато меншими за швидкість світла), час не залежить від вибору СВ. Тобто *проміжок часу між двома даними подіями в усіх системах відліку має те саме значення*. Це твердження є однією з найважливіших аксіом класичної механіки.

2 Як визначити швидкість руху тіла відносно різних СВ

Розглянемо рух тіла, яке бере участь водночас у двох рухах. Нехай таким тілом буде собака, який рухається рівномірно прямо-лінійно по плоту, що пливе річкою (рис. 8.1). Очевидно, що швидкість руху плоту дорівнює швидкості течії річки. Припустимо, що за рухом собаки стежать двоє спостерігачів, один із яких (рибалка) перебуває на березі, другий (господар собаки) стоїть на плоті. Обидва спостерігачі вимірюють переміщення собаки та час його руху. Якщо час руху собаки для обох спостерігачів однаковий, то переміщення відрізняться.

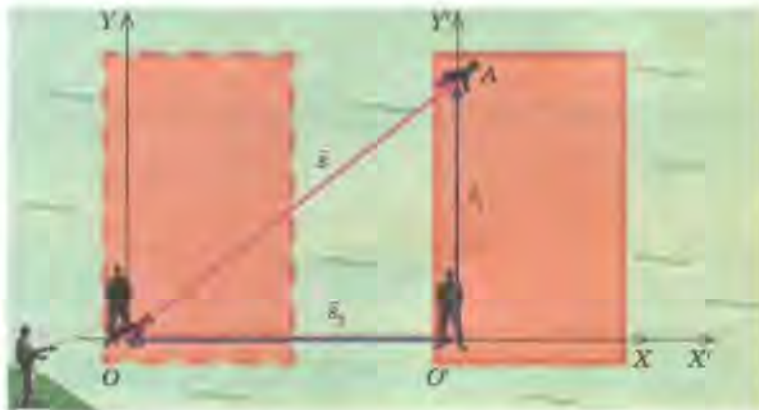


Рис. 8.1. До виведення додавання переміщень і швидкостей

Припустимо, що за якийсь час t собака перебіг, рухаючись із постійною швидкістю, на інший край плоту. Переміщення \vec{s}_1 , яке здійснив собака відносно плоту (і яке виміряв господар собаки), дорівнює за модулем ширині плоту (відізок $O'A$) і напрямлене перпендикулярно до течії річки. Переміщення \vec{s} , здійснене собакою відносно берега (яке виміряв рибалка), дорівнює за модулем довжині відрізка OA і напрямлене під певним кутом до течії річки. Сам пліт за цей час змістився за течією і здійснив переміщення \vec{s}_2 відносно берега. З рис. 8.1 бачимо, що $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$, тобто *переміщення собаки відносно берега дорівнює геометричній сумі переміщення собаки відносно плоту й переміщення плоту відносно берега*. Пов'яжемо з берегом систему координат XOY — це *нерухома система координат*. Із плотом пов'яжемо систему координат $X'O'Y'$ — це *рухома система координат*.

Тепер можна сформулювати **закон додавання переміщень**:

Переміщення \vec{s} тіла в нерухомій системі відліку дорівнює геометричній сумі переміщення \vec{s}_1 тіла в рухомій системі відліку й переміщення \vec{s}_2 рухомої системи відліку відносно нерухомої:

$$\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$$

Поділивши обидві частини рівняння $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$ на час руху тіла, маємо: $\frac{\vec{s}}{t} = \frac{\vec{s}_1}{t} + \frac{\vec{s}_2}{t}$. Відповідно до визначення швидкості руху тіла:

$\frac{\vec{s}}{t} = \vec{v}$ — швидкість тіла в нерухомій СВ; $\frac{\vec{s}_1}{t} = \vec{v}_1$ — швидкість тіла в рухомій СВ; $\frac{\vec{s}_2}{t} = \vec{v}_2$ — швидкість рухомої СВ відносно нерухомої СВ.

Тобто $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Отже, формулюємо **закон додавання швидкостей**:

Швидкість \vec{v} руху тіла в нерухомій системі відліку дорівнює геометричній сумі швидкості \vec{v}_1 руху тіла в рухомій системі відліку й швидкості \vec{v}_2 руху рухомої системи відліку відносно нерухомої:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

Зверніть увагу: оскільки рух і спокій є відносними, то в наведеному вище прикладі як нерухому СВ можна було обрати й СВ, пов'язану з плотом. У такому разі СВ, пов'язана з берегом, була б рухомою, а напрямок її руху був би протилежним напрямку течії.

1 Учимися розв'язувати задачі

Задача. Рибалка перепливає річку на човні, утримуючи його перпендикулярно до напрямку течії річки. Швидкість \vec{v}_1 руху човна відносно води — 4 м/с, швидкість \vec{v}_2 течії річки — 3 м/с, ширина l річки — 400 м.

- Як напрямлена швидкість v човна відносно берега?
- За який час t човен перепливе річку?
- За який час t_1 човен переплив би річку, якби не було течії?
- Якими є модуль переміщення s і модуль швидкості v руху човна відносно берега?
- На якій відстані s_2 вниз за течією від вихідної точки човен досягне протилежного берега?

$$v_1 = 4 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 3 \text{ м/с}$$

$$l = 400 \text{ м}$$

$$t = ?$$

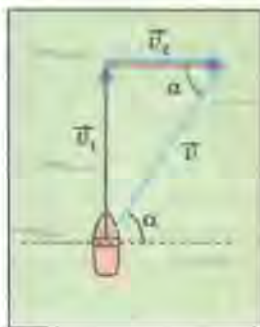
$$t_1 = ?$$

$$s = ?$$

$$v = ?$$

$$s_2 = ?$$

Аналіз фізичної проблеми, пошук математичної моделі, розв'язання. Як нерухому візьмемо СВ, пов'язану із Землею, як рухому — СВ, пов'язану з водою. Виконаємо пояснювальний рисунок, на якому зазначимо напрямок швидкості руху човна (\vec{v}_1), напрямок швидкості течії річки (\vec{v}_2) і вектор швидкості руху човна відносно берега (\vec{v}). Запишемо закон додавання швидкостей: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.



а) Як видно з рисунка, вектор \vec{v} напрямлений під певним кутом α до берега, при цьому $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_1}{v_2}$.

б) У СВ, пов'язаний з водою, човен рухався зі швидкістю $v_1 = \frac{s_1}{t}$ і при цьому подолав відстань, яка дорівнює ширині річки: $s_1 = l$. Звідси знайдемо час руху човна: $t = \frac{l}{v_1}$.

в) У даному випадку час t_1 руху човна не залежить від швидкості течії річки, тому, якби не було течії, переїзд через річку зайняв би стільки ж часу ($t = t_1$).

г) Модуль швидкості v руху човна відносно берега можна знайти, скориставшись теоремою Піфагора: $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$. Модуль переміщення s човна відносно берега знайдемо з рівності: $s = vt$, де t — час руху човна.

д) Знаючи час t руху човна та швидкість v_2 течії річки, визначимо відстань s_2 , на яку човен знесло вниз відносно вихідної точки: $s_2 = v_2 t$.

Визначимо значення шуканих величин:

$$[\operatorname{tg} \alpha] = \frac{\text{м/с}}{\text{м/с}} = 1, \quad \{\operatorname{tg} \alpha\} = \frac{4}{3} \approx 1,33, \text{ отже, } \alpha \approx 53^\circ;$$

$$[t] = \frac{\text{м}}{\text{м/с}} = \text{с}, \quad \{t\} = \frac{400}{4} = 100, \quad t = 100 \text{ с} = 1 \text{ хв } 40 \text{ с};$$

$$[v] = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad \{v\} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5, \quad v = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$[s] = \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{с} = \text{м}, \quad \{s\} = 5 \cdot 100 = 500, \quad s = 500 \text{ м};$$

$$[s_2] = \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{с} = \text{м}, \quad \{s_2\} = 3 \cdot 100 = 300, \quad s_2 = 300 \text{ м}.$$

Відповідь: човен рухається відносно берега зі швидкістю $v = 5$ м/с, що напрямлена під кутом $\alpha = 53^\circ$ до берега річки. Човен перетне річку за час $t = 1$ хв 40 с, при цьому переміщення човна відносно берега становитиме $s = 500$ м; човен знесе вниз за течією на відстань $s_2 = 300$ м. У разі відсутності течії час руху човна $t_1 = 1$ хв 40 с.



Підбиваємо підсумки

Залежність траєкторії, шляху, переміщення та швидкості руху тіла від вибору СВ називають відносністю руху.

У випадку руху тіл зі швидкостями, які розглядаються в класичній механіці, час не залежить від вибору СВ.

Закон додавання переміщень: переміщення \vec{s} тіла в нерухомій СВ дорівнює геометричній сумі переміщення \vec{s}_1 тіла в рухомій СВ й переміщення \vec{s}_2 рухомої СВ відносно нерухомої: $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$.

Закон додавання швидкостей: швидкість \vec{v} руху тіла в нерухомій СВ дорівнює геометричній сумі швидкості \vec{v}_1 руху тіла в рухомій СВ й швидкості \vec{v}_2 рухомої СВ відносно нерухомої: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.

Контрольні запитання

1. Що розуміють під відносністю механічного руху? 2. Які характеристики механічного руху змінюються в разі переходу від однієї СВ до іншої? Які залишаються незмінними? 3. Наведіть приклади, які підтверджують, що рух і спокій є відносними. 4. Сформулюйте закон додавання переміщень. 5. Сформулюйте закон додавання швидкостей. 6. Чи завжди як нерухому СВ потрібно обирати ту, що пов'язана із Землею?

Вправа № 6

1. Моторний човен розвиває швидкість 10 м/с відносно води. Швидкість течії річки дорівнює 1 м/с. Якою є швидкість моторного човна відносно берега під час його руху за течією? проти течії?
2. Крилата насінина набуває постійної швидкості падіння, що дорівнює 0,3 м/с, практично відразу після початку падіння з верхівки дерева. На якій відстані від основи дерева впаде насінина, якщо швидкість вітру спрямована горизонтально та дорівнює 1 м/с, а висота дерева становить 50 м? Яким є переміщення насінини відносно поверхні Землі?
3. Літак летить на південь зі швидкістю 540 км/год відносно повітря крізь повітряний потік, що рухається на схід зі швидкістю 250 км/год. Яким є напрямок руху літака відносно поверхні Землі? Який шлях відносно Землі пролетить літак за 15 хв?
4. Пілотові літака, що летить зі швидкістю 300 км/год відносно повітря, потрібно потрапити до міста, розташованого на відстані 600 км на північ. Із заходу дме вітер зі швидкістю 40 км/год. Яким курсом має летіти літак? Скільки часу триватиме рейс?
5. Ширина річки 150 м, швидкість її течії — 1 м/с. Плавець перепливає цю річку, рухаючись зі швидкістю 2 м/с відносно води. Якими є швидкості і переміщення плавця відносно берега, якщо плавець рухається постійно перпендикулярно до течії річки? Скільки часу йому потрібно, щоб перепливити річку за таких умов, і на яку відстань його знесе течією?
6. Ескалатор піднімає людину, яка стоїть на ньому, за 1 хв. Якщо ескалатор нерухомий, а людина рухається, то її підняття займе 3 хв. Скільки часу займе підняття, якщо людина йтиме вгору рухомих ескалатором?

§ 9. НЕРІВНОМІРНИЙ РУХ. СЕРЕДНЯ ТА МИТТЄВА ШВИДКОСТІ

Пригадайте, як їде автомобіль, наприклад, з одного населеного пункту до іншого. Навряд чи можна стверджувати, що його рух є рівномірним, адже протягом усього часу руху автомобіль змінює свою швидкість: час від часу він зупиняється перед світлофором, гальмує перед пішохідним переходом, збільшує швидкість і т. д. Стрілка спідометра весь час коливається і тільки іноді завмирає на місці. Про те, яку швидкість показує стрілка спідометра, і йтиметься в цьому параграфі.

Як знайти середню швидкість руху тіла

У реальному житті ми рідко маємо справу з рівномірним прямолінійним рухом. Частіше швидкість руху з часом змінюється, тобто є певною функцією часу. *Рух, під час якого тіло за рівні проміжки часу проходить різний шлях, називають нерівномірним.*

Для характеристики нерівномірного руху введемо поняття *середньої швидкості* (векторної і шляхової) та *миттєвої швидкості*.

Середня векторна швидкість $\vec{v}_{\text{ср.в}}$ — це векторна фізична величина, яка характеризує нерівномірний рух і дорівнює відношенню переміщення \vec{s} до проміжку часу t , за який це переміщення здійснене:

$$\vec{v}_{\text{ср.в}} = \frac{\vec{s}}{t}$$

З означення середньої векторної швидкості випливає, що її напрямок збігається з напрямком переміщення, а модуль визначається за формулою $v_{\text{ср.в}} = \frac{s}{t}$.

На практиці частіше використовують поняття *середньої шляхової швидкості*.

Середня шляхова швидкість $v_{\text{ср.ш}}$ — це фізична величина, що дорівнює відношенню всього шляху l до проміжку часу t , за який цей шлях пройдено:

$$v_{\text{ср.ш}} = \frac{l}{t}$$

Оскільки шлях не завжди дорівнює модулю переміщення, то й модуль середньої векторної швидкості не завжди дорівнює *середній шляховій швидкості* (див. задачу в п. 3 параграфа).



Що таке миттєва швидкість руху тіла

Поняття середньої швидкості відіграє важливу роль як у науці, так і в повсякденному житті. Наприклад, в Україні встановлено середню швидкість руху автомобілів у місті 60 км/год, а на дорогах за межами міста — 90 км/год. Це було зроблено з міркувань безпеки: відомо, щоб прийняти рішення щодо руху, водієві потрібно приблизно 2 с. Неважко здогадатися, що зазначені обмеження стосуються *середньої швидкості, яка вимірюється за малий інтервал часу*. Адже якщо водій 30 хв мчить містом зі швидкістю 100 км/год, а наступні 30 хв «повзе» зі швидкістю 20 км/год, то його середня швидкість не перевищує 60 км/год:

$$v_{\text{ср.ш}} = \frac{l}{t} = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{100 \text{ км/год} \cdot 0,5 \text{ год} + 20 \text{ км/год} \cdot 0,5 \text{ год}}{0,5 \text{ год} + 0,5 \text{ год}} = 60 \text{ км/год}.$$

Проте при цьому рух автомобіля навряд чи можна вважати безпечним. Інша річ, якщо середню швидкість вимірювати за дуже малий проміжок часу.

Середню швидкість, виміряну за нескінченно малий проміжок часу, називають **миттєвою швидкістю руху тіла**. Миттєва швидкість — це швидкість руху тіла в даний момент часу, швидкість руху в даній точці.

Щоб зрозуміти зміст цього означення, розглянемо приклад. Нехай автомобіль рухається прямолінійною ділянкою швидкісного

поше. Графік залежності модуля переміщення автомобіля від часу подано на рис. 9.1, а. Швидкість руху автомобіля весь час змінюється, тому графік відмінний від прямої.

Припустимо, необхідно визначити миттєву швидкість автомобіля через 30 с після початку спостереження (швидкість у точці А). Визначимо модуль середньої векторної швидкості за проміжок часу

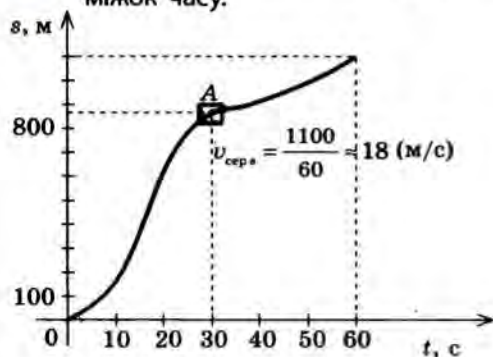
$$\text{від } t_1 = 29 \text{ с до } t_2 = 31 \text{ с (рис. 9.1, б): } v_{\text{серед}} = \frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} = \frac{42 \text{ м}}{2 \text{ с}} = 21 \text{ м/с.}$$

Якщо зменшити розглядуваний проміжок часу в 10 разів, тобто подати рух автомобіля за проміжок часу від $t_1 = 29,9 \text{ с}$ до $t_2 = 30,1 \text{ с}$ (рис. 9.1, в), то відповідна частина графіка матиме вигляд майже прямої лінії, а значення середньої швидкості руху наблизиться до значення швидкості в момент часу $t = 30 \text{ с}$:

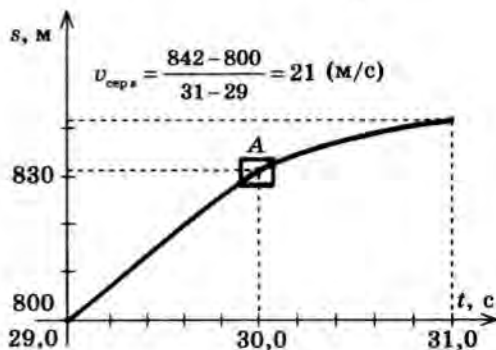
$$v_{\text{серед}} = \frac{\Delta s_2}{\Delta t_2} = \frac{4 \text{ м}}{0,2 \text{ с}} = 20 \text{ м/с.}$$

Якщо й далі зменшувати розглядуваний проміжок часу ($\Delta t \rightarrow 0$), то значення середньої швидкості автомобіля дедалі наблизатиметься до значення його миттєвої швидкості в точці А*.

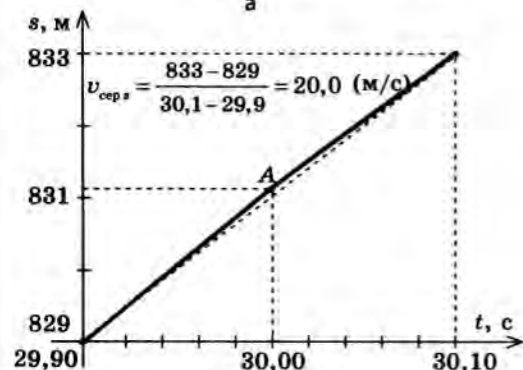
Миттєва швидкість — це векторна фізична величина, яка дорівнює середній векторній швидкості, виміряній за нескінченно малий проміжок часу.



а



б



в

Рис. 9.1. Графік залежності $s_x(t)$ руху автомобіля, швидкість якого постійно змінюється: а — графік руху автомобіля у проміжок часу від $t_1 = 0 \text{ с}$ до $t_2 = 60 \text{ с}$; б — ділянка графіка, що відповідає руху автомобіля у проміжок часу від $t_1 = 29 \text{ с}$ до $t_2 = 31 \text{ с}$, збільшена у 10 разів; в — ділянка графіка, яка відповідає руху автомобіля у проміжок часу від $t_1 = 29,9 \text{ с}$ до $t_2 = 30,1 \text{ с}$, у разі 100-кратного збільшення виглядає майже прямою

* Цей процес розглядають у галузі математики, яка називається *диференціальним численням*.

Напрямок миттєвої швидкості руху тіла, як і напрямок його середньої векторної швидкості, збігається з напрямком переміщення тіла.

Щоб розрахувати миттєву швидкість руху тіла, потрібно мати загальні уявлення про характер його руху. Спосіб обчислення миттєвої швидкості запропонував І. Ньютон — він дав загальне означення поняття «мить» як гранично (нескінченно) малого інтервалу часу, вивів загальні рівняння руху матеріальних тіл.

Далі, говорячи про швидкість руху тіла, матимемо на увазі його миттєву швидкість.

3 Учимися розв'язувати задачі

Задача. Від одного пункту до іншого мотоцикліст їхав зі швидкістю 72 км/год, а повертався зі швидкістю 48 км/год. Визначте модуль середньої векторної швидкості та середню шляхову швидкість мотоцикліста за весь час руху.

Дано:

$$v_1 = 72 \text{ км/год}$$

$$v_2 = 48 \text{ км/год}$$

$$v_{\text{сера}} = ?$$

$$v_{\text{сепл}} = ?$$

Аналіз фізичної проблеми, пошук математичної моделі, розв'язання. За визначенням: $v_{\text{сера}} = \frac{s}{t}$, $v_{\text{сепл}} = \frac{l}{t}$. Оскільки мотоцикліст повернувся до того ж пункту, з якого починав рух, його переміщення дорівнює нулю ($s=0$), тому й $v_{\text{сера}}=0$.

Для визначення середньої шляхової швидкості знайдемо весь час руху мотоцикліста: $l_1 = \frac{l}{2} = v_1 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{l}{2v_1}$; $l_2 = \frac{l}{2} = v_2 \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{l}{2v_2}$;

$$t = t_1 + t_2 = \frac{l}{2v_1} + \frac{l}{2v_2} = \frac{l}{2} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) = \frac{l(v_1 + v_2)}{2v_1v_2}.$$

$$\text{Отже, отримуємо: } v_{\text{сепл}} = \frac{l}{t} = \frac{l}{\frac{l(v_1 + v_2)}{2v_1v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}.$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$\left[v_{\text{сепл}} \right] = \frac{\frac{\text{км}}{\text{год}} \cdot \frac{\text{км}}{\text{год}}}{\frac{\text{км}}{\text{год}} + \frac{\text{км}}{\text{год}}} = \frac{\text{км}}{\text{год}}; \quad \{ v_{\text{сепл}} \} = \frac{2 \cdot 72 \cdot 48}{72 + 48} = 57,6; \quad v_{\text{сепл}} = 57,6 \text{ км/год}.$$

Відповідь: середня шляхова швидкість мотоцикліста становить $v_{\text{сепл}} = 57,6$ км/год; модуль середньої векторної швидкості $v_{\text{сера}} = 0$.

Підбиваємо підсумки

Середня векторна швидкість $\vec{v}_{\text{сера}}$ — це векторна фізична величина, яка характеризує нерівномірний рух і дорівнює відношенню переміщення \vec{s} до проміжку часу t , за який це переміщення здійснено:

$$\vec{v}_{\text{сера}} = \frac{\vec{s}}{t}.$$

Середня шляхова швидкість $v_{\text{сері}}$ дорівнює відношенню всього шляху l до проміжку часу t , за який цей шлях пройдено: $v_{\text{сері}} = \frac{l}{t}$.

Середня швидкість, яка вимірюється за нескінченно малий проміжок часу, називається миттєвою швидкістю.

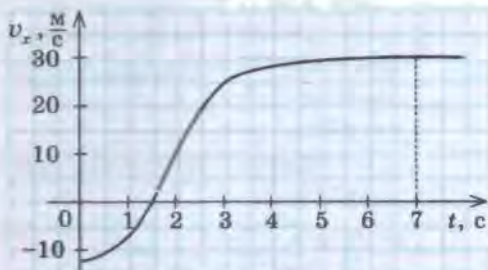
Миттєва швидкість — це швидкість руху тіла в даний момент часу, швидкість руху в даній точці. У даний момент часу напрямок миттєвої швидкості тіла збігається з напрямком його переміщення.

Контрольні запитання

1. Сформулюйте означення середньої векторної швидкості. За якою формулою її визначають? 2. Як визначити середню шляхову швидкість? 3. Чи завжди модуль середньої векторної швидкості дорівнює середній шляховій швидкості? Відповідь обґрунтуйте. 4. Дайте означення миттєвої швидкості. 5. Як напрямлений вектор миттєвої швидкості? 6. Яку швидкість показує спідометр?

Вправа № 7

- Першу ділянку шляху — завдовжки 120 м — лижник пройшов за 2 хв, а другу ділянку — завдовжки 30 м — за 0,5 хв. Знайдіть середню шляхову швидкість руху лижника.
- Тіло рухається по дузі кола радіусом 4 м, описуючи при цьому траєкторію, яка являє собою половину дуги кола. Першу чверть кола тіло рухається зі швидкістю 2 м/с, а другу чверть — зі швидкістю 8 м/с. Визначте середню шляхову швидкість і середню векторну швидкість тіла за весь час руху.
- Відомо, що третину шляху тіло рухалося зі швидкістю 36 км/год, а 300 м, які залишилися, воно пододало за 1 хв. Визначте, скільки часу рухалося тіло, обчисліть середню шляхову швидкість його руху.
- Першу половину часу польоту літак рухався зі швидкістю 600 км/год, а решту часу — зі швидкістю 800 км/год. Знайдіть середню шляхову швидкість руху літака.
- На рисунку подано графік залежності проекції швидкості тіла, яке рухається прямолінійно, від часу. Якою буде миттєва швидкість тіла через 1 с після початку руху? через 1,5 с? через 4 с? Визначте переміщення тіла протягом останніх 3 с руху.



§ 10. РІВНОПРИСКОРЕНИЙ ПРЯМОЛІНІЙНИЙ РУХ. ПРИСКОРЕННЯ

Чи спостерігали ви змагання легкоатлетів-спринтерів? Спортсмени майже миттєво зриваються з місця, частки секунди — і вони набирають швидкість, недоступну звичайній людині. Але хоч як швидко розганяються бігуни, серед них виявляються ті, які витрачають на розгін ледь-ледь більше часу і програють. Обізнана людина скаже: «Не вистачило прискорення». Про те, що таке прискорення і як воно пов'язане зі швидкістю руху та часом, йтиметься в цьому параграфі.

Що таке прискорення

Проведемо простий дослід, для якого потрібні довгий дерев'яний жолоб і кулька. Піднявши край жолоба, покладемо на нього кульку й відпустимо. Кулька почне скочуватися жолобом.

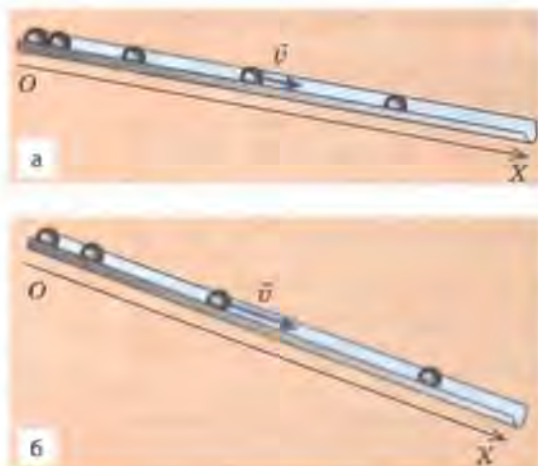


Рис. 10.1. Рисунок, виконаний зі стробоскопічної фотографії руху кульки по похилому жолобу

На рис. 10.1, а, де відтворено рисунок, виконаний зі стробоскопічної фотографії цього процесу, бачимо, що чим далі перебуває кулька від верхнього краю жолоба, тим більшу відстань вона проходить за рівні проміжки часу. Це означає, що швидкість руху кульки з часом збільшується. Повторимо дослід, збільшивши кут нахилу жолоба (рис. 10.1, б): у міру скоочування кульки відстань, яку вона проходить за рівні проміжки часу, збільшується швидше, ніж у попередньому досліді, тобто швидше збільшується й швидкість руху кульки. У фізиці кажуть, що в другому досліді кулька рухалася з більшим *прискоренням*.

Прискорення — це векторна фізична величина, що характеризує швидкість зміни швидкості руху тіла й дорівнює відношенню зміни швидкості руху тіла до проміжку часу, за який ця зміна відбулася:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t},$$

де \vec{v}_0 — початкова швидкість руху тіла (швидкість руху тіла в момент початку відліку часу); \vec{v} — швидкість руху тіла через певний проміжок часу t ; $\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ — зміна швидкості руху тіла; \vec{a} — прискорення руху тіла.

Дану формулу можна записати й у проекціях на вісь координат OX :

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$$

Одиниця прискорення в СІ — метр на секунду в квадраті (метр на секунду за секунду) (м/с^2): $[a] = \frac{1 \text{ м/с}}{1 \text{ с}} = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2 Який рух називають рівноприскореним прямолінійним

Якщо тіло рухається нерівномірно, то його швидкість із плином часу безперервно змінюється. Зазвичай за рівні проміжки часу швидкість руху тіла змінюється неоднаково. Наприклад, під час ходьби людина то швидше, то повільніше збільшує швидкість свого руху, іноді сповільнює свій рух, а іноді якийсь проміжок часу швидкість її руху не змінюється зовсім. Тому в загальному випадку за допомогою

формули $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{t}$ визначають *середнє прискорення тіла*.

Розглядати рухи, у ході яких прискорення з плином часу змінюється, досить складно, тому зупинимося на *найпростішому виді прискореного руху* — **рівноприскореному русі**. У розділі 2 «Динаміка» ви дізнаєтеся, що такий рух відбувається у випадку, коли рівнодійна сил, прикладених до тіла, є постійною.

Рівноприскорений прямолінійний рух — це такий рух, під час якого швидкість руху тіла за будь-які рівні проміжки часу змінюється однаково:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{const}$$

Інакше кажучи, **рівноприскорений рух** — це рух із постійним прискоренням. Прискорення в рівноприскореному русі показує, на скільки змінюється швидкість руху тіла за одиницю часу.

Під час рівноприскореного руху прискорення тіла є постійним протягом усього часу руху, тому графік залежності проекції прискорення від часу являє собою відрізок прямої, паралельної осі часу (рис. 10.2).

Зверніть увагу: якщо прискорення тіла дорівнює нулю, то тіло не змінює швидкості свого руху ($\bar{a} = \frac{\bar{v} - \bar{v}_0}{t} = 0 \Rightarrow \bar{v} = \bar{v}_0$), тобто рухається рівномірно

прямолінійно. Це означає, що **рівномірний прямолінійний рух** є окремим випадком **рівноприскореного прямолінійного руху**, а саме **рівноприскореним рухом із нульовим прискоренням**.

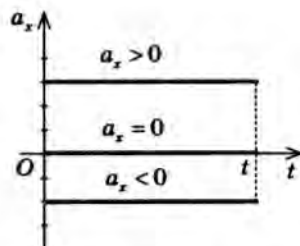


Рис. 10.2. Графік залежності $a_x(t)$ для рівноприскореного прямолінійного руху

3 Як визначити швидкість руху тіла під час рівноприскореного прямолінійного руху

З формули для обчислення прискорення легко одержати *формулу для обчислення швидкості руху тіла в будь-який момент часу*.

Справді, оскільки $\bar{a} = \frac{\bar{v} - \bar{v}_0}{t}$, то

$$\bar{v} = \bar{v}_0 + \bar{a}t$$

Для розв'язування задач будемо використовувати формулу швидкості, записану в проекціях на вісь координат Ox (або Oy):

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

В останній формулі величини v_{0x} і a_x не залежать від часу, тому залежність проекції швидкості від часу є лінійною і графік $v_x(t)$ являє собою відрізок прямої. Якщо $t=0$ (момент початку

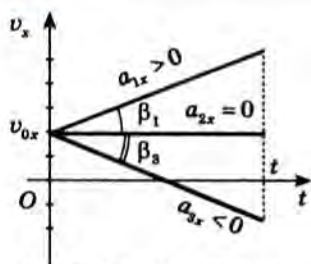


Рис. 10.3. Графік залежності $v_x(t)$ для рівноприскореного прямолінійного руху. Кут β пов'язаний із прискоренням співвідношенням $a = \tan \beta$ (на рисунку: $a_1 = \tan \beta_1$, $\beta_2 = 0$, $a_3 = \tan \beta_3$)

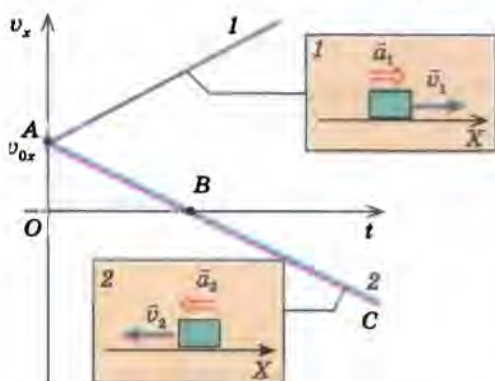


Рис. 10.4. Якщо напрямок вектора прискорення збігається з напрямком вектора швидкості, то швидкість руху тіла збільшується (ділянка 1, ділянка BC графіка 2)

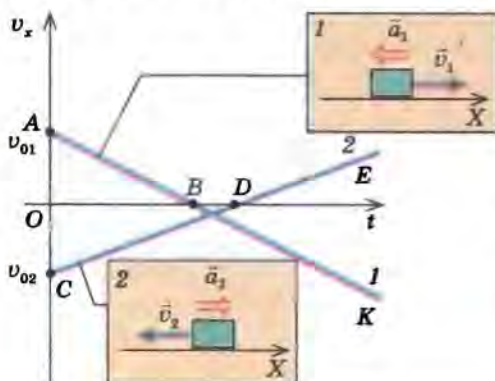


Рис. 10.5. Якщо напрямок вектора прискорення протилежний напрямку вектора швидкості, то швидкість руху тіла зменшується (ділянка AB графіка 1, ділянка CD графіка 2)

відліку часу), то $v_x = v_{0x}$, тобто в загальному випадку графік починається на осі швидкості (осі ординат) у точці v_{0x} (рис. 10.3).

Розглянемо графіки $v_x(t)$ для деяких тіл, що рухаються рівноприскорено прямолінійно (рис. 10.4). Із графіка для тіла 1 бачимо, що швидкість руху цього тіла збільшується, при цьому знаки проекцій швидкості і прискорення збігаються ($a_x > 0$, тому що графік піднімається; $v_x > 0$, тому що графік розташований вище від осі абсцис). На ділянці BC швидкість руху тіла 2 теж збільшується й знаки проекцій швидкості та прискорення теж збігаються ($a_x < 0$, $v_x < 0$, тому що графік опускається й розташований нижче від осі абсцис).

Якщо вектори напрямлені вздовж однієї прямої, а знаки проекцій векторів збігаються, то ці вектори співнаправлені. Таким чином, якщо вектор прискорення та вектор швидкості співнаправлені ($\vec{a} \uparrow \vec{v}$), то модуль швидкості збільшується.

Якщо ж знаки проекцій швидкості та прискорення не збігаються ($a_x > 0$, $v_x < 0$ або $a_x < 0$, $v_x > 0$), тобто якщо вектор прискорення та вектор швидкості протилежно напрямлені ($\vec{a} \uparrow \vec{v}$), то модуль швидкості зменшується (рис. 10.5).

Зверніть увагу: якщо швидкість руху тіла зменшиться до нуля, але після цього його рух не припиниться, це означає, що тіло почало рухатись у протилежному напрямку. При цьому швидкість тіла після досягнення «точки повороту» починає збільшуватися (див. ділянку BK графіка 1 і ділянку DE графіка 2 на рис. 10.5).

4 Учимось розв'язувати задачі

Задача 1. Автомобіль, що рухається зі швидкістю 90 км/год, зупиняється перед світлофором. Визначте час гальмування автомобіля, якщо вважати його рух рівноприскореним прямолінійним із прискоренням 5 м/с².

Дано:

$v_0 = 90 \text{ км/год} =$

$= 25 \text{ м/с}$

$a = 5 \text{ м/с}^2$

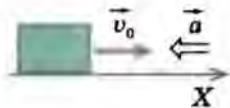
$v = 0$

$t = ?$

Аналіз фізичної проблеми. Автомобіль зупиняється, тож його кінцева швидкість дорівнює нулю ($v = 0$), а напрямок вектора прискорення протилежний напрямку вектора швидкості ($\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}$).

Виберемо СВ, яку пов'яжемо з точкою на поверхні Землі.

Виконаємо пояснювальний рисунок, на якому зазначимо вісь координат (її напрямок нехай збігається з напрямком руху), напрямок швидкості та напрямок прискорення руху автомобіля.



Пошук математичної моделі, розв'язання. Оскільки автомобіль рухається рівноприскорено прямолінійно, для розв'язання задачі використаємо рівняння залежності $v_x(t)$ для рівноприскореного руху: $v_x = v_{0x} + a_x t$.

Скориставшись рисунком, конкретизуємо це рівняння:

$$v_{0x} = v_0, \quad v_x = 0, \quad a_x = -a, \quad \text{отже, } 0 = v_0 - at \Rightarrow v_0 = at \Rightarrow t = \frac{v_0}{a}.$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$[t] = \frac{\text{м/с}}{\text{м/с}^2} = \text{с}; \quad \{t\} = \frac{25}{5} = 5; \quad t = 5 \text{ с.}$$

Відповідь: час гальмування автомобіля $t = 5 \text{ с}$.

Задача 2. Тіло рухалося прямолінійно вздовж осі OX . За поданим графіком залежності $v_x(t)$ (рис. 1): 1) опишіть характер руху тіла; 2) запишіть рівняння проекції швидкості руху; 3) побудуйте графік залежності проекції прискорення руху від часу.

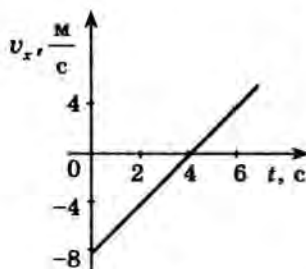


Рис. 1

Аналіз фізичної проблеми, розв'язання

(1) Графік залежності проекції швидкості руху від часу — пряма лінія, тож рух тіла був рівноприскореним.

Перші 4 с тіло рухалося в напрямку, протилежному напрямку осі OX (проекція швидкості від'ємна), а швидкість руху тіла зменшувалась.

У момент часу $t = 4 \text{ с}$ швидкість руху тіла дорівнює нулю, тобто тіло зупинилося, після чого почало рухатись у зворотному напрямку (знак проекції швидкості змінився на протилежний). Протягом наступних 3 с тіло рухалося в напрямку осі OX , а швидкість його руху збільшувалась.

(2) Оскільки тіло рухалося рівноприскорено, запишемо рівняння проекції швидкості для рівноприскореного руху тіла в загальному вигляді: $v_x = v_{0x} + a_x t$. Конкретизуємо це рівняння:

а) за графіком знайдемо проекцію початкової швидкості:
 $v_{0x} = -8 \text{ м/с};$

б) оберемо на графіку довільну точку, наприклад точку, якій відповідають $t = 4 \text{ с}$ та $v_x = 0$, і знайдемо проекцію прискорення:

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t} = \frac{0 - (-8) \text{ м/с}}{4 \text{ с}} = 2 \text{ м/с}^2;$$

в) підставим одержані значення в рівняння проекції швидкості руху тіла:
 $v_x = -8 + 2t \text{ (м/с)}.$

(3) Оскільки прискорення тіла є постійним ($a_x = 2 \text{ м/с}^2$), то графік залежності $a_x(t)$ — пряма, паралельна осі часу й розташована вище від цієї осі (рис. 2).

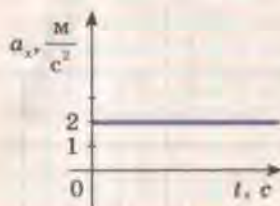


Рис. 2

Відповідь: тіло рухалося рівноприскорено прямолінійно з початковою швидкістю 8 м/с. Перші 4 с тіло рухалося у напрямку, протилежному напрямку осі OX , і його швидкість зменшувалася; через 4 с тіло зупинилося, після чого продовжило рух у зворотному напрямку (у напрямку осі OX) і його швидкість збільшувалася. Рівняння залежності проекції швидкості руху тіла від часу має вигляд: $v_x = -8 + 2t \text{ (м/с)}.$

Підбиваємо підсумки

Рівноприскорений прямолінійний рух — це такий рух, під час якого швидкість руху тіла за будь-які рівні проміжки часу змінюється однаково. Рівноприскорений рух — це рух із постійним прискоренням.

Прискорення \vec{a} — це векторна фізична величина, яка характеризує швидкість зміни швидкості руху тіла й дорівнює відношенню зміни швидкості до проміжку часу, за який ця зміна відбулася:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}.$$

У СІ одиниця прискорення — метр на секунду в квадраті (м/с^2). 1 м/с^2 дорівнює прискоренню тіла, яке рухається рівноприскорено прямолінійно так, що за 1 с швидкість його руху змінюється на 1 м/с.

Графік залежності проекції прискорення руху від часу ($a_x(t)$) для рівноприскореного руху — пряма, паралельна осі часу.

У разі рівноприскореного руху швидкість змінюється лінійно: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ ($v_x = v_{0x} + a_x t$); графік залежності проекції швидкості руху від часу ($v_x(t)$) — відрізок прямої, що починається на осі швидкості в точці v_{0x} .

Контрольні запитання

1. Який прямолінійний рух називають рівноприскореним? 2. Дайте визначення прискорення тіла. 3. Якою є одиниця прискорення? Дайте її визначення. 4. Який вигляд має графік залежності $a_x(t)$? 5. Запишіть рівняння залежності $v_x(t)$ для рівноприскореного прямолінійного руху. Який вигляд має графік цієї залежності? 6. Як рухається тіло, якщо напрямок його прискорення: а) збігається з напрямком швидкості руху? б) протилежний напрямку швидкості руху?

Вправа № 8

1. Чи може тіло рухатися з великою швидкістю, але з малим прискоренням?
2. Чи буває так, що водночас швидкість руху тіла дорівнює нулю, а прискорення не дорівнює нулю?
3. Визначте, з яким прискоренням рухається автомобіль, що рушає з місця, якщо відомо, що за 10 с він досягає швидкості 54 км/год.
4. Кульку штовхнули вгору по похилій площині, надавши швидкості 2 м/с. Визначте швидкість руху кульки через 0,5 с; через 1 с; через 1,5 с після початку руху. Прискорення руху кульки 2 м/с². Поясніть отримані результати.
5. Під час прямолінійного руху з постійним прискоренням 0,2 м/с² велосипедист досягає швидкості 5 м/с за 25 с. Якою була початкова швидкість велосипедиста?
6. Скільки часу потрібно автобусу для зміни швидкості руху від 54 км/год до 5 м/с? Прискорення автобуса є постійним і дорівнює 0,5 м/с².
7. На рис. 1 подано графіки залежності $a_x(t)$ для чотирьох тіл. Для кожного тіла запишіть рівняння залежності $v_x(t)$ і побудуйте графік цієї залежності. Вважайте, що $v_{01} = -4$ м/с, $v_{02} = 6$ м/с, $v_{03} = 2,5$ м/с, $v_{04} = -10$ м/с.
8. На рис. 2 подано графіки залежності $v_x(t)$ для чотирьох тіл. Для кожного тіла опишіть характер руху, запишіть рівняння швидкості руху, побудуйте графік залежності проекції прискорення від часу.
- 9.* Тіло рухалося рівноприскорено тривалий час. На рис. 3 подано графік проекції швидкості руху цього тіла від певного моменту часу. Чи можливо визначити час, коли тіло змінило напрямок швидкості руху? Якщо можливо, то визначте цей час.

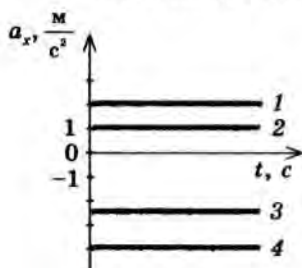


Рис. 1

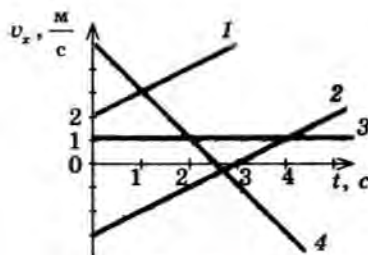


Рис. 2

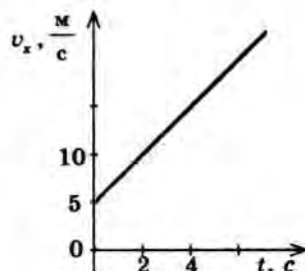


Рис. 3

§ 11. ПЕРЕМІЩЕННЯ ПІД ЧАС РІВНОПРИСКОРЕНОГО РУХУ. РІВНЯННЯ КООРДИНАТИ

Ви напевне спостерігали по телевізору: на дорозі сталася аварія, інспектори ДАІ вимірюють гальмівний шлях. Навіщо? Щоб визначити швидкість руху автомобіля на початку гальмування та прискорення в ході гальмування. Ці дані потім використовують для з'ясування причини аварії: чи то водій перевищив дозволenu швидкість, чи то несправні гальма, чи, може, з автомобілем усе гаразд і винен, наприклад, пішохід, який порушив правила дорожнього руху. Як, знаючи час гальмування й гальмівний шлях, визначити швидкість та прискорення руху тіла, ви довідаєтесь із цього параграфа.

Переміщення під час рівноприскореного руху

Щоб отримати формулу для обчислення переміщення тіла під час рівноприскореного руху, покажемо, що в ході такого руху переміщення тіла чисельно дорівнює площі фігури під графіком

залежності проекції швидкості руху тіла від часу. Для простоти розглянемо рівноприскорений рух, при якому початкова швидкість і прискорення мають однаковий напрямок, а напрямок осі Ox збігається з напрямком швидкості. У цьому випадку графік залежності $v_x(t)$ має вигляд, поданий на рис. 11.1, а.

Скориставшись наведеним графіком, знайдемо проекцію s_x переміщення тіла за деякий час t . Для цього розіб'ємо весь час руху тіла на невеликі проміжки Δt (рис. 11.1, б). Припустимо, що протягом кожного проміжку часу швидкість руху тіла лишалася постійною, тобто замінимо реальний рівноприскорений рух уявним, під час якого швидкість збільшується не рівномірно, а стрибками.

Під час руху з постійною швидкістю переміщення тіла чисельно дорівнює площі прямокутника під графіком залежності $v_x(t)$. Загальне переміщення під час уявного руху дорівнюватиме сумі площ смужок завширшки Δt , які разом утворюють східчасту фігуру. Якщо зменшити проміжок часу Δt (рис. 11.1, в), то переміщення, як і раніше, дорівнюватиме площі східчастої фігури, яка поступово набуває вигляду трапеції.

Неважко здогадатися, що в результаті нескінченного зменшення проміжку часу ($\Delta t \rightarrow 0$) східчаста фігура «перетвориться» на трапецію, а переміщення чисельно дорівнюватиме площі цієї трапеції (рис. 11.1, г). Площа трапеції дорівнює добутку півсуми її основ на висоту, тобто $S_{OABC} = \frac{OA + BC}{2} OC$. На графіку відрізок OA відповідає проекції початкової швидкості v_{0x} , відрізок BC — проекції кінцевої швидкості v_x , а відрізок OC — проміжку часу t . Замінивши зазначені відрізки відповідними фізичними величинами й взявши до уваги,

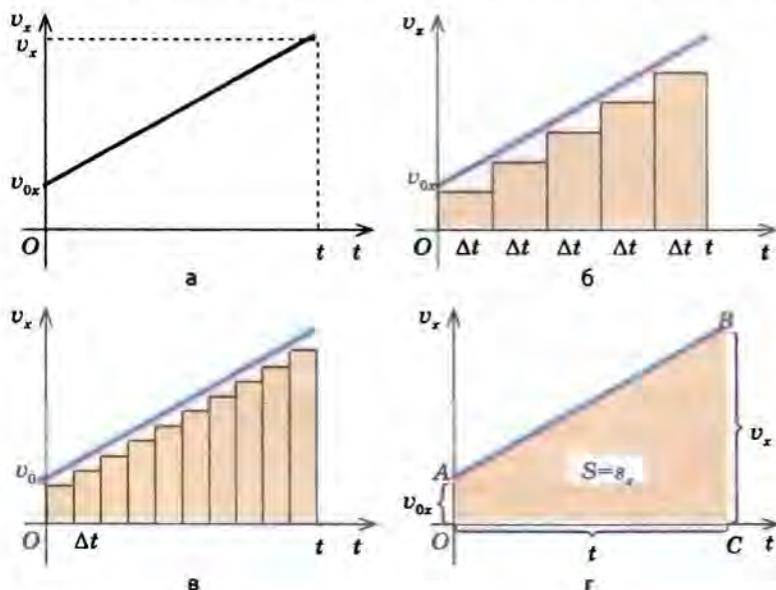


Рис. 11.1. До виведення формули залежності переміщення тіла від часу руху в разі рівноприскореного руху: а — графік залежності $v_x(t)$; графік (г) отримано з графіків (б) і (в) внаслідок нескінченного зменшення проміжку часу Δt . Переміщення тіла чисельно дорівнює площі трапеції, обмеженої осями Ov_x і Ot , графіком $v_x(t)$ і перпендикуляром, проведеним із точки t до перетину з графіком $v_x(t)$

що $s_x = S_{OABC}$, отримуємо формулу, яка виражає *геометричний зміст переміщення під час рівноприскореного прямолінійного руху*:

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t \quad (1)$$

Як ще можна визначити переміщення у разі рівноприскореного прямолінійного руху

Формула (1) є зручною для розв'язування багатьох задач, але за її допомогою неможливо встановити функціональну залежність проекції переміщення тіла від часу його руху ($s_x(t)$), оскільки у формулі (1) присутні відразу дві змінні: v_x і t . Змінну v_x легко виключити, знаючи, що проекція швидкості при рівноприскореному русі розраховується за формулою: $v_x = v_{0x} + a_x t$. Підставивши цей вираз у формулу (1), отримаємо: $s_x = \frac{v_{0x} + v_{0x} + a_x t}{2} t = \frac{2v_{0x} + a_x t}{2} t = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$. Отже, одержано *рівняння залежності проекції переміщення від часу ($s_x(t)$)*:*

$$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2} \quad (2)$$

Оскільки величини v_{0x} і a_x не залежать від часу руху, то залежність $s_x(t)$ є квадратичною. Графік квадратичної функції — *парабола* (рис. 11.2).

Скориставшись означенням прискорення та формулою (1), можна отримати ще одну формулу для обчислення переміщення.

Оскільки $a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$, то $t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$. Підставимо вираз, отриманий для t , у формулу (1):

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot t = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot \frac{v_x - v_{0x}}{a_x} = \frac{(v_{0x} + v_x)(v_x - v_{0x})}{2a_x}.$$

Остаточно маємо:

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}. \quad (3)$$

Формулою (3) зручно користуватися, якщо в задачі не дано часу руху тіла та не потрібно його знаходити.

Зверніть увагу: у кожній з отриманих формул (1)–(3) проекції v_x , v_{0x} і a_x можуть бути як додатними, так і від'ємними — залежно від того, як напрямлені вектори \vec{v} , \vec{v}_0 і \vec{a} відносно осі OX .

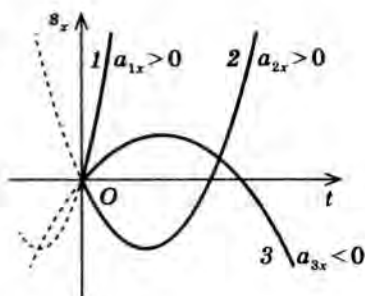


Рис. 11.2. Графік залежності проекції переміщення від часу — параболы, яка проходить через початок координат: якщо $a_x > 0$, то вітки параболы напрямлені вгору (графіки 1, 2); якщо $a_x < 0$, то вітки параболы напрямлені вниз (графік 3). Чим крутіше графік, тим більше прискорення ($a_1 > a_2$)

* Переміщення \vec{s} — величина векторна. Рівняння залежності $\vec{s}(t)$ для рівноприскореного прямолінійного руху має вигляд: $\vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$.

1 Як під час рівноприскореного прямолінійного руху координата тіла залежить від часу

Знаючи рівняння залежності $s_x(t)$, легко одержати рівняння координати тіла для рівноприскореного прямолінійного руху.

Справді, для будь-якого виду руху проекція переміщення і координата пов'язані співвідношенням $x = x_0 + s_x$; для рівноприскореного руху $s_x = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$. Отже, рівняння координати для рівноприскореного прямолінійного руху:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad (4)$$

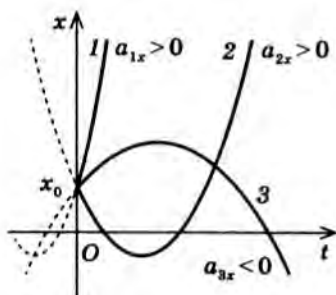


Рис. 11.3. Графік залежності координати від часу — парабола, яка перетинає вісь x у точці x_0

Знаючи початкове положення тіла x_0 (положення в момент часу $t=0$), початкову швидкість \vec{v}_0 тіла, його прискорення \vec{a} і скориставшись формулою (4), можна визначити положення тіла в будь-який момент часу, тобто розв'язати основну задачу механіки для рівноприскореного прямолінійного руху.

Проаналізувавши рівняння координати, можна дійти висновку, що залежність $x(t)$ є квадратичною, тому графік залежності координати від часу — парабола (рис. 11.3).

4 Учимися розв'язувати задачі

Основні етапи розв'язування задач на рівноприскорений рух розглянемо на конкретному прикладі. У лівому стовпчику таблиці наведено алгоритм — послідовність дій, якої слід дотримуватись у ході розв'язування багатьох задач із кінематики, у правому — приклад розв'язування задачі.

Послідовність дій

1. Уважно прочитайте умову задачі. З'ясуйте, які тіла беруть участь у русі, яким є характер їхнього руху, які параметри руху відомі.

2. Запишіть коротку умову задачі. У разі необхідності переведіть значення фізичних величин в одиниці СІ.

Приклад розв'язування задачі

Задача. Після початку гальмування потяг пройшов до зупинки 225 м. Якою була швидкість руху потяга перед початком гальмування? Вважайте, що прискорення потяга є постійним і дорівнює $0,5 \text{ м/с}^2$.

Дано:

$$s = 225 \text{ м}$$

$$a = 0,5 \text{ м/с}^2$$

$$v = 0$$

$$v_0 = ?$$

Закінчення таблиці

Послідовність дій

3. Виконайте пояснювальний рисунок, на якому позначте осі координат; для кожного тіла позначте також напрямки швидкості руху, початкової швидкості, прискорення.

4. Із формул, що описують рівноприскорений рух, виберіть ті, які найбільше відповідають умові задачі.

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t};$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t;$$

$$s_x = v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2;$$

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x};$$

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t.$$

Обрані формули конкретизуйте для даної задачі.

5. Розв'яжіть задачу в загальному вигляді (отримайте математичний вираз для шуканих величин).

6. Перевірте одиницю шуканої величини.

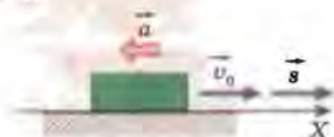
7. Знайдіть числове значення шуканої величини.

8. Запишіть та проаналізуйте результат.

9. Запишіть відповідь.

Приклад розв'язування задачі

На пояснювальному рисунку напрямимо вісь OX у напрямку руху потяга. Оскільки потяг зменшує свою швидкість, то $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}_0$.



З умови задачі відомі a , v і s , потрібно знайти v_0 . Усі ці чотири фізичні величини входять у формулу $s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$. Запишемо цю формулу для даного конкретно-

го випадку (скориставшись рисунком, перейдемо від проекцій до модулів). Напрямок переміщення й напрямок початкової швидкості збігаються з напрямком осі OX , тому $s_x = s$, $v_{0x} = v_0$. Напрямок прискорення протилежний напрямку осі OX , отже, $a_x = -a$. За умовою кінцева швидкість $v = 0$. Підставимо одержані дані у формулу переміщення: $s = \frac{0 - v_0^2}{-2a} = \frac{v_0^2}{2a}$.

Із формули $s = \frac{v_0^2}{2a}$ знайдемо початкову швидкість v_0 : $v_0^2 = 2as$, звідси $v_0 = \sqrt{2as}$.

$$[v] = \sqrt{\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}} = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\{v\} = \sqrt{2 \cdot 225 \cdot 0,5} = \sqrt{225} = 15.$$

$v_0 = 15 \text{ м/с} = 54 \text{ км/год}$ — цілком реальна швидкість руху для потяга.

Відповідь: перед початком гальмування швидкість руху потяга $v_0 = 54 \text{ км/год}$.

Підбиваємо підсумки

Як і в разі рівномірного руху, для рівноприскореного руху проекція переміщення чисельно дорівнює площі фігури під графіком залежності швидкості від часу: $s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t$.

Рівняння проекції переміщення для рівноприскореного прямолінійного руху має вигляд: $s_x = v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$.

Рівняння залежності проекції переміщення від часу являє собою квадратичну функцію, тому графік залежності $s_x(t)$ — парабола.

У ході розв'язування задач застосовують ще одну формулу для обчислення переміщення: $s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$.

Координату тіла в разі рівноприскореного прямолінійного руху визначають із рівняння: $x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$.

Знаючи початкове положення тіла x_0 , його початкову швидкість v_0 і прискорення a , можна визначити положення тіла в будь-який момент часу, тобто розв'язати основну задачу механіки для рівноприскореного прямолінійного руху.

Контрольні запитання

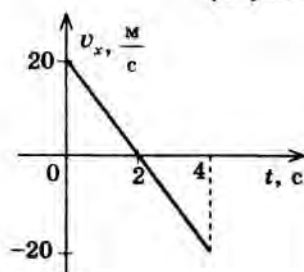
1. Доведіть, що в разі рівноприскореного прямолінійного руху проекція переміщення чисельно дорівнює площі фігури під графіком залежності швидкості від часу.
2. За допомогою яких формул можна обчислити проекцію переміщення для рівноприскореного прямолінійного руху? Виведіть ці формули.
3. Що являє собою графік координати в разі рівноприскореного прямолінійного руху? графік залежності переміщення від часу?
4. Як розв'язується основна задача механіки для рівноприскореного прямолінійного руху?

Вправа № 9

1. Лижник, що рухається зі швидкістю 1 м/с, починає спускатися з гори. Визначте довжину спуску, якщо лижник проїхав його за 10 с. Вважайте, що прискорення лижника було постійним і дорівнювало 0,5 м/с².
2. Пасажирський потяг загальмував, змінивши свою швидкість від 54 км/год до 5 м/с. Визначте відстань, яку пройшов потяг під час гальмування, якщо прискорення потяга було постійним і дорівнювало 4 м/с².
3. Гальмо легкового автомобіля є справним, якщо при швидкості 8 м/с гальмівний шлях автомобіля дорівнює 7,2 м. Визначте час гальмування та прискорення руху автомобіля.
4. На рисунку подано графік залежності швидкості від часу для деякого тіла. Визначте шлях і проекцію переміщення тіла протягом 4 с після початку відліку часу. Запишіть рівняння координати, якщо в момент часу $t=0$ тіло перебувало в точці з координатою -20 м.

5. Рухи тіл задані рівняннями: а) $x_1 = 4 + 5t + 2t^2$; б) $x_2 = -9 + t + 0,5t^2$; в) $x_3 = 0,2t^2$; г) $x_4 = -5t - 3t^2$; д) $x_5 = 4 + 0,75t$. Для кожного випадку запишіть залежність $v_x(t)$; побудуйте графік цієї залежності; опишіть характер руху тіла.

- 6*. Два автомобілі виїхали з одного пункту в одному напрямку, причому перший автомобіль виїхав на 20 с пізніше, ніж другий. Обидва автомобілі рухаються рівноприскорено з прискоренням 0,4 м/с². Через який проміжок часу після початку руху другого автомобіля відстань між ними становитиме 240 м?



ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

Тема. Визначення прискорення руху тіла в ході рівноприскореного прямолінійного руху.

Мета: визначити прискорення руху кульки, яка скочується похилим жолобом.

Обладнання: металевий або дерев'яний жолоб, кулька, штатив із муфтою та лапкою, секундомір, вимірювальна стрічка, металевий циліндр або інший предмет для припинення руху кульки по жолобу.

ВКАЗІВКИ ДО РОБОТИ

Підготовка до експерименту

1. Перед тим як виконувати роботу, пригадайте відповіді на подані нижче запитання та розв'яжіть задачу.

1) Який рух називають рівноприскореним?

2) Що таке прискорення руху тіла?

3) Яка одиниця прискорення в СІ?

Задача. Кулька, скочуючись похилим жолобом, рухається рівноприскорено. Визначте прискорення руху кульки, якщо жолоб завдовжки s кулька проходить за час t , а початкова швидкість кульки дорівнює нулю.

2. Проаналізувавши кінцеву формулу, одержану в задачі, запишіть, які фізичні величини вам необхідно виміряти в ході лабораторної роботи та які прилади для цього потрібні.

3. Закріпіть жолоб у лапці штатива. Опустіть лапку, розташувавши жолоб під невеликим кутом до горизонту (див. рисунок).



4. У нижній частині жолоба розташуйте металевий циліндр.

5. У верхній частині жолоба зробіть мітку, від якої буде рухатися кулька після того, як ви відпустите її, дозволивши вільно котитися по жолобу.

Експеримент

Результати вимірювань відразу заносьте до таблиці.

1. Виміряйте відстань s від мітки до циліндра (ця відстань дорівнює модулю переміщення кульки вздовж жолоба).

2. Розташуйте кульку навпроти мітки. Установіть секундомір.

- Відпустивши кульку, виміряйте час t_1 , за який кулька скочується з жолоба (час між моментом початку руху кульки і моментом її удару об металевий циліндр).
- Не змінюючи нахилу жолоба й початкового положення кульки, повторіть дослід чотири рази, щоразу вимірюючи час руху кульки.



Опрацювання результатів експерименту

1. Обчисліть середній час руху кульки: $t_{\text{сер}} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5}$.

2. Обчисліть середнє значення прискорення кульки: $a_{\text{сер}} = \frac{2s}{t_{\text{сер}}^2}$.

3. Оцініть абсолютну та відносну похибки експерименту (див. § 3). Для цього:

1) обчисліть абсолютну та відносну похибки вимірювання часу:

$$\Delta t_{\text{сер}} = \sqrt{\frac{(t_1 - t_{\text{сер}})^2 + (t_2 - t_{\text{сер}})^2 + (t_3 - t_{\text{сер}})^2 + (t_4 - t_{\text{сер}})^2 + (t_5 - t_{\text{сер}})^2}{5}}; \quad \epsilon_t = \frac{\Delta t_{\text{сер}}}{t_{\text{сер}}};$$

2) обчисліть абсолютну та відносну похибки вимірювання модуля переміщення: $\Delta s = \sqrt{\Delta s_{\text{прил}}^2 + \Delta s_{\text{вип}}^2}; \quad \epsilon_s = \frac{\Delta s}{s};$

3) обчисліть відносну та абсолютну похибки вимірювання модуля прискорення: $\epsilon_a = \epsilon_s + 2\epsilon_t; \quad \Delta a = \epsilon_a \cdot a_{\text{сер}}.$

4. Округліть результати, скориставшись правилами округлення, і запишіть результат вимірювання прискорення у вигляді:
 $a = a_{\text{сер}} \pm \Delta a.$

5. Закінчіть заповнення таблиці.

Номер дослід- ду	Час руху кульки		Перемі- щення кульки	Приско- рення кульки	Похибка вимірюван- ня прискорення		Результат вимірювання прискорення
	$t_1, \text{с}$	$t_{\text{сер}}, \text{с}$			відносна $\epsilon_a, \%$	абсолютна $\Delta a, \text{м/с}^2$	
			$s, \text{м}$	$a_{\text{сер}}, \text{м/с}^2$			$a = a_{\text{сер}} \pm \Delta a,$ м/с^2



Аналіз експерименту та його результатів

Проаналізуйте експеримент та його результати. Зробіть висновок, у якому зазначте, яку величину ви вимірювали, яким є результат вимірювання, у чому причина похибки, вимірювання якої величини, на ваш погляд, дає найбільшу похибку.



Творче завдання

Подумайте, від яких чинників залежить прискорення, з яким тіло скочується похилою площиною. Запишіть план проведення експерименту з перевірки вашого припущення. Проведіть такий експеримент, запишіть його результати, зробіть висновок щодо правильності вашого припущення.

§ 12. ВІЛЬНЕ ПАДІННЯ ТІЛ. ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ. РІВНЯННЯ РУХУ ДЛЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ ТІЛ

Ще Арістотель стверджував, що чим тіло важче, тим швидше воно падає на Землю. Це твердження через дві тисячі років спростував Г. Галілей. «Як же це можна спростувати? — запитаєте ви. — Адже це насправді так!» Дійсно, якщо, наприклад, підняти на однакову висоту порожню та повну коробки сірників й одночасно їх відпустити, то повна впаде раніше. Але так буде, якщо рух відбуватиметься в повітрі. А якщо у вакуумі, де ніщо не заважає руху коробок? Про те, як падає тіло, якщо немає перешкод його руху, ви довідаєтесь із цього параграфу.

Який рух називають вільним падінням

Проведемо кілька простих дослідів. Візьмемо в одну руку журнал, у другу — аркуш паперу, піднімемо їх на деяку висоту й одночасно відпустимо. Журнал упаде швидше, ніж аркуш. Тобто, на перший погляд, чим тіло важче, тим швидше воно падає. Продовжимо дослід. Візьмемо два однакові аркуші, піднімемо їх на однакову висоту й одночасно відпустимо — обидва аркуші впадуть на підлогу практично одночасно. Виходить, що тіла однакової маси падають з однаковою швидкістю? Змінимо умови експерименту: візьмемо два однакові аркуші паперу й один із них зімнемо. Якщо виходити з попереднього висновку, можна припустити, що обидва аркуші мають упасти на підлогу одночасно. Однак дослід показує, що зім'ятий аркуш падає значно швидше, ніж розгорнутий, хоча їхня маса однакова. Отже, або швидкість падіння тіла залежить не тільки від його маси, або взагалі річ не в масі. Тоді в чому?

Проведемо ще кілька експериментів, скориставшись цього разу спеціальним обладнанням. На рис. 12.1, а подано трубку Ньютона — фізичний пристрій, названий так на честь ученого, що його створив. Трубка Ньютона являє собою довгу скляну трубку 1, один кінець якої запаєно, а з другого виведено трубочку 2 з краном 3. Через трубочку за допомогою спеціальної помпи із трубки Ньютона можна відкачати повітря. У трубку поміщено три предмети різної маси: свинцева кулька, шматочок поролону й пташине перо.

Не відкачуючи повітря з трубки, швидко перевернемо її. Першою сягне дна сталева кулька, потім — шматочок поролону, а останнім — пташине перо (рис. 12.1, б). Відкачаємо з трубки повітря, закриємо кран і знову швидко її перевернемо — усі три тіла впадуть на дно трубки одночасно (рис. 12.1, в). Експериментально встановлено, що *падіння тіл за відсутності повітря (падіння у вакуумі) є рівноприскореним рухом*. Той факт, що всі тіла впали на дно трубки одночасно, говорить про те, що прискорення, з яким падали тіла, не залежить від їхньої маси.



Рис. 12.1. Демонстрація синхронного падіння тіл різної маси в трубці Ньютона: а — загальний вигляд трубки; б — у повітрі тіла сягають дна через різні проміжки часу; в — у вакуумі тіла сягають дна одночасно

Падіння тіл у безповітряному просторі називають **вільним падінням**.

У разі вільного падіння всі тіла, незалежно від їхньої маси, падають на Землю з однаковим прискоренням, яке називають **прискоренням вільного падіння** та позначають символом \vec{g} .



рис. 12.2. Христіан Гюйгенс (629–1695) — нідерландський математик, астроном, фізик. Інайшов маятниковий годинник зі спусковим механізмом, встановив закони коливальничного маятника, заклав основи теорії удару, створив вільову теорію світла

Вектор прискорення вільного падіння завжди напрямлений вертикально вниз. Модуль прискорення вільного падіння вперше виміряв **Христіан Гюйгенс** (рис. 12.2) у 1656 р. Біля поверхні Землі воно є практично незмінним і дорівнює приблизно $9,8 \text{ м/с}^2$.*

2 Як експеримент заперечив думку Арістотеля

Падіння тіл уперше дослідив Галілео Галілей, який висунув, а потім експериментально підтвердив гіпотезу: причиною того, що легкі тіла падають із меншим прискоренням, є опір повітря; у разі відсутності повітря всі тіла — незалежно від їхньої маси, об'єму, форми — падають на Землю з однаковим прискоренням. Галілей провів низку добре продуманих експериментів (учений скочував різні кульки по похилому жолобу, поступово збільшуючи кут нахилу) і довів, що твердження Арістотеля про те, що швидкість падіння тіла є прямо пропорційною масі тіла, суперечить експериментальним даним.

Дослідження Галілея мали й загальнонаукове значення: фізичний експеримент став відігравати вирішальну роль в остаточному формулюванні тих чи інших висновків.

3 Який вид мають рівняння руху у випадку вільного падіння

Вільне падіння — це рух з постійним прискоренням, тому для математичного описання цього руху скористаємося формулами залежності швидкості, переміщення та координати від часу для рівноприскореного руху.

Підійдемо до запису законів вільного падіння «технічно». Описуючи рух тіла по вертикалі, вектори швидкості, прискорення та переміщення традиційно проєктують на вісь OY , тоді як, описуючи рух по горизонталі, проєктування цих векторів здійснюють на вісь OX , отже, в рівняннях руху **замінімо x на y** . Традиційно ж переміщення тіла по вертикалі позначають символом h (висота), тому **замінімо s на h** . Для всіх тіл, які вільно падають, прискорення є однаковим і позначається символом g , тому **замість символу a використаємо символ g** . У результаті проведених заміन маємо **рівняння, якими описують рух тіла, що вільно падає**:

* Для не дуже точних розрахунків вважатимемо, що $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

Назви формул	Формули для описання рівноприскореного руху тіл уздовж осі OX	Формули для описання вільного падіння тіл уздовж осі OY
Рівняння залежності проекції швидкості від часу	$v_x = v_{0x} + a_x t$	$v_y = v_{0y} + g_y t$
Рівняння залежності проекції переміщення від часу	$s_x = v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$	$s_y = h_y = v_{0y} t + \frac{1}{2} g_y t^2$
Формула для розрахунку проекції переміщення, якщо невідомий час руху тіла	$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$	$s_y = h_y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2g_y}$
Формула, яка виражає геометричний зміст переміщення	$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t$	$s_y = h_y = \frac{v_{0y} + v_y}{2} t$
Рівняння координати	$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$	$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} g_y t^2$

4 Учимось розв'язувати задачі

Задача. Повітряна куля рівномірно піднімається зі швидкістю 2 м/с. На висоті 7 м від поверхні Землі з неї впустили невелике важке тіло. Через який проміжок часу тіло впаде на землю? Якою буде його швидкість у момент падіння? Падіння тіла вважати вільним.

Дано:

$$v_0 = 2 \text{ м/с}$$

$$h = 7 \text{ м}$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$$t - ?$$

$$v - ?$$

Аналіз фізичної проблеми. Щоб розв'язати задачу, виконаємо пояснювальний рисунок. Спрямуємо вісь OY вертикально вниз, початок координат (точку O) сумістимо з положенням тіла в момент початку падіння. Оскільки тіло впустили з кулі, що рівномірно піднімалася, то в момент початку падіння швидкість руху тіла дорівнювала швидкості руху кулі й була напрямлена вертикально вгору.



Пошук математичної моделі, розв'язання. Оскільки відомі початкова швидкість, прискорення та переміщення тіла, для обчислення часу падіння доцільно скористатися рівнянням переміщення:

$h_y = v_{0y} t + \frac{1}{2} g_y t^2$. Конкретизуємо рівняння (скориставшись рисунком, перейдемо від проекцій до модулів): $h_y = h = 7 \text{ м}$, $v_{0y} = -v_0 = -2 \text{ м/с}$, $g_y = g = 10 \text{ м/с}^2$. Підставимо ці дані в рівняння переміщення: $7 = -2t + 5t^2 \Rightarrow 5t^2 - 2t - 7 = 0$.

Розв'язавши одержане квадратне рівняння, визначимо t : $D = \sqrt{4 + 4 \cdot 5 \cdot 7} = 12$; $t_1 = \frac{2+12}{10} = 1,4 \text{ (с)}$; $t_2 = \frac{2-12}{10} = -1 \text{ (с)}$ — сторонній корінь, оскільки час не може бути від'ємним.

Для визначення швидкості руху тіла в момент падіння скористаємося формулою швидкості: $v_y = v_{0y} + g_y t$. Після конкретизації маємо: $v_y = -v_0 + gt$. Визначимо значення шуканої величини:

$$[v] = \frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с} = \frac{\text{м}}{\text{с}}; [v] = -2 + 10 \cdot 1,4 = 12; v = 12 \text{ м/с}.$$

Відповідь: тіло впаде на землю через $t = 1,4$ с, швидкість його руху в момент падіння $v = 12$ м/с.

Підбиваємо підсумки

Падіння тіл у безповітряному просторі називають вільним падінням. Експериментально встановлено, що вільне падіння є рівноприскореним рухом. У випадку вільного падіння всі тіла, незалежно від їхньої маси, падають з однаковим прискоренням, яке називають прискоренням вільного падіння і позначають символом \vec{g} .

Вектор прискорення вільного падіння завжди напрямлений вертикально вниз. Модуль прискорення вільного падіння біля поверхні Землі приблизно дорівнює $9,8 \text{ м/с}^2$.

Для описання вільного падіння та в ході розв'язування задач використовують такі формули: $v_y = v_{0y} + g_y t$; $h_y = v_{0y} t + \frac{1}{2} g_y t^2$; $h_y = \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2g_y}$; $h_y = \frac{v_{0y} + v_y}{2} t$; $y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} g_y t^2$, де v_{0y} — проекція початкової швидкості на вісь OY ; v_y — проекція кінцевої швидкості на вісь OY ; g_y — проекція прискорення вільного падіння на вісь OY ; h_y — проекція переміщення тіла на вісь OY ; y_0 — початкова координата тіла; y — координата тіла в момент часу t .

Контрольні запитання

1. Який рух називають вільним падінням тіл? Яким є характер цього руху?
2. Опишіть досліди, за допомогою яких можна встановити, що прискорення вільного падіння не залежить від маси тіла.
3. Як напрямлене прискорення вільного падіння і чому воно дорівнює?
4. Хто вперше довів, що всі тіла падають на поверхню Землі з однаковим прискоренням?
5. Якими формулами ви скористаєтесь, щоб описати вільне падіння тіл?

Вправа № 10

Виконуючи завдання, вважайте, що опір повітря відсутній і що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

1. М'яч кинули вертикально вгору з початковою швидкістю 20 м/с . Визначте швидкість руху м'яча та його переміщення через 3 с після початку руху.
2. Тіло кинули вертикально вгору з початковою швидкістю 30 м/с . На якій висоті швидкість руху тіла зменшиться в три рази?
3. За рисунком, виконаним зі стробоскопічної фотографії, визначте прискорення вільного падіння кульки. Час між спалахами стробоскопа — $0,1$ с, сторона кожного квадрата сітки дорівнює 5 см.
4. Стрілу випустили з лука вертикально вгору зі швидкістю 10 м/с . Відомо, що через 2 с вона вже падала вниз із тією самою швидкістю. Визначте максимальну висоту польоту стріли, а також її шлях і переміщення протягом цих 2 с.
5. Дві кульки розміщено на одній вертикалі на відстані 10 м одна від одної. Одночасно верхню кульку кидають вертикально вниз із початковою швидкістю 29 м/с , а нижню просто відпускають. Через який час кульки зіткнуться?
- 6*. Від бурульки на даху відірвалася краплина. Який шлях пройде краплина за четверту секунду після моменту свого відриву?



§ 13. КРИВОЛІНІЙНИЙ РУХ ТІЛА

Уже йшлося про те, що за формою траєкторії усі рухи діляться на два види — прямолінійні та криволінійні. Досі ми вивчали рухи, при яких траєкторією була пряма. Однак на практиці набагато частіше зустрічається криволінійний рух. Автомобіль повертає на перехресті, людина йде звивистою стежкою, планета мчить навколо своєї зорі, заряджена частинка відхиляється в магнітному полі й багато іншого — усе це приклади рухів, ділянки траєкторії яких не є прямими.

У чому полягають особливості криволінійного руху

Криволінійний рух — це такий рух тіла, при якому траєкторія руху тіла являє собою криву лінію.

Криволінійний рух набагато складніший, ніж прямолінійний.

По-перше, у разі криволінійного руху змінюються як мінімум дві координати тіла, яке рухається (рис. 13.1).

По-друге, у разі криволінійного руху вектор миттєвої швидкості, а отже, і вектор переміщення тіла не лежать на траєкторії цього тіла.

Вектор миттєвої швидкості завжди збігається з дотичною до траєкторії руху тіла в точці, що розглядається, й направлений у бік руху тіла (рис. 13.2, 13.3).



Рис. 13.3. Іскри феєрверка, бризки з-під коліс автомобіля направлені по дотичній до траєкторії руху тіла. Отже, по дотичній направлені і їхні миттєві швидкості (тобто швидкості в момент їхнього відриву від тіла)

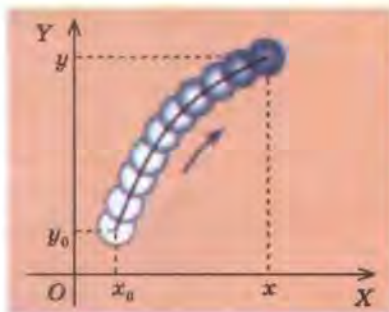


Рис. 13.1. Якщо криволінійний рух тіла відбувається на площині, то змінюються дві координати тіла — x і y

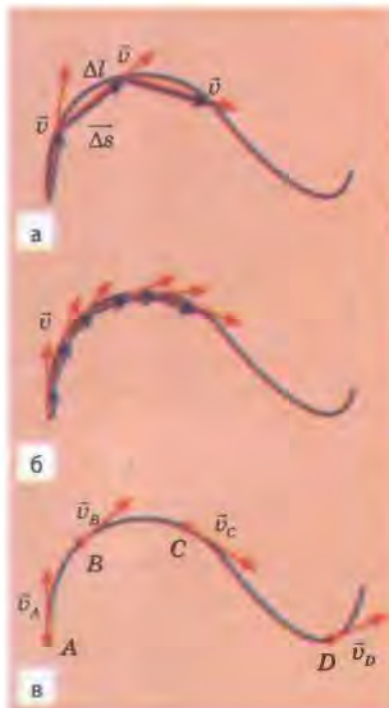


Рис. 13.2. Розбиваючи траєкторію руху тіла на дедалі менші ділянки Δl , бачимо, що напрямок швидкості все більше наближається до дотичної ($\vec{v} \uparrow \uparrow \overline{\Delta s}$) (а, б). У даній точці ($\Delta t \rightarrow 0$) миттєва швидкість направлена вздовж дотичної до траєкторії руху тіла (в)

По-третє, у разі криволінійного руху напрямок вектора швидкості безперервно змінюється, тому навіть якщо модуль швидкості залишається незмінним, швидкість руху не можна вважати постійною, адже для векторних величин однаково важливі і модуль, і напрямок. Безперервна зміна швидкості руху означає, що *криволінійний рух — це завжди рух із прискоренням*. Прискорення під час криволінійного руху теж безперервно змінює свій напрямок.

2 Що таке лінійна швидкість

Лінійна швидкість v — це фізична величина, яка характеризує криволінійний рух і дорівнює середній шляховій швидкості, виміряній за нескінченно малий проміжок часу.

Оскільки для дуже малих проміжків часу модуль переміщення (довжина січної Δs) наближається до довжини ділянки траєкторії (Δl) (див. рис. 13.2), то *лінійна швидкість у даній точці дорівнює модулю миттєвої швидкості*.

Саме лінійну швидкість ми маємо на увазі, коли, наприклад, характеризуємо рух автомобіля на повороті, говоримо про швидкість польоту штучних супутників Землі, описуємо рух частинки в прискорювачі або швидкість руху лижника на трасі тощо.

Із часом лінійна швидкість може змінюватися, а може залишатися величиною постійною. Залежно від цього у фізиці розглядають *нерівномірний криволінійний рух* (рух зі змінною лінійною швидкістю) і *рівномірний криволінійний рух* (рух із постійною лінійною швидкістю). У шкільному курсі фізики ви будете мати справу тільки з рівномірним криволінійним рухом.

У разі рівномірного криволінійного руху за будь-які рівні проміжки часу тіло проходить однаковий шлях, тому лінійну швидкість руху тіла можна обчислити за формулою:

$$v = \frac{l}{t},$$

де l — шлях, пройдений тілом; t — час руху тіла.

1 Підбиваємо підсумки

Криволінійний рух — це такий рух тіла, при якому траєкторія руху тіла являє собою криву лінію.

Для характеристики швидкості руху тіла по криволінійній траєкторії використовують миттєву та лінійну швидкості. Вектор миттєвої швидкості завжди збігається з дотичною до траєкторії руху тіла в точці, що розглядається, а модуль миттєвої швидкості дорівнює лінійній швидкості. Оскільки під час криволінійного руху напрямок миттєвої швидкості безперервно змінюється, криволінійний рух — це завжди рух із прискоренням.

Лінійна швидкість v дорівнює середній шляховій швидкості, виміряній за нескінченно малий проміжок часу.

Рух із постійною лінійною швидкістю називають рівномірним криволінійним рухом. У разі такого руху лінійну швидкість обчислюють за формулою $v = \frac{l}{t}$.

Контрольні запитання

1. Який рух називають криволінійним? 2. Чи може тіло рухатися по криволінійній траєкторії без прискорення? Доведіть ваше твердження. 3. Як у разі криволінійного руху напрямлений вектор миттєвої швидкості? Поясніть свою відповідь. 4. Дайте визначення лінійної швидкості. 5. Які види криволінійних рухів ви знаєте? Дайте їхні визначення. 6. Як визначити лінійну швидкість у випадку рівномірного криволінійного руху?

§ 14. РІВНОМІРНИЙ РУХ ТІЛА ПО КОЛУ

Описувати криволінійний рух досить складно хоча б тому, що різних форм криволінійних траєкторій — безліч. Однак часто виявляється, що не потрібно розглядати рух по кожній кривій окремо. Подивіться уважно на рис. 14.1: окремі ділянки складної криволінійної траєкторії можна подати як сукупність дуг різних радіусів. Тому практично будь-який криволінійний рух можна розглядати як рух по дугах кіл. Як завжди, почнемо з найпростішого — з рівномірного руху по колу.

Які фізичні величини характеризують періодичність рівномірного руху по колу

Рівномірний рух тіла по колу — це такий криволінійний рух, при якому траєкторією руху тіла є коло, а лінійна швидкість і модуль миттєвої швидкості не змінюються з часом.

Рівномірний рух по колу — це *періодичний рух*, оскільки він *повторюється через однакові проміжки часу*, які дорівнюють часу одного повного оберту. З курсу фізики 8-го класу ви знаєте, що будь-який періодичний рух характеризується такими фізичними величинами, як *період* і *частота*.

Період обертання — це фізична величина, яка дорівнює проміжку часу, за який тіло, що рівномірно рухається по колу, здійснює один повний оберт:

$$T = \frac{t}{N}, \quad (1)$$

де T — період обертання; N — кількість повних обертів, зроблених тілом за проміжок часу t .

Одиниця періоду обертання в СІ — **секунда** (с).

Знаючи період обертання та радіус кола, по якому рухається тіло, легко визначити лінійну швидкість v руху тіла. Дійсно, за час одного повного оберту ($t = T$) тіло проходить відстань, яка дорівнює довжині кола: $l = 2\pi r$. Оскільки

$v = \frac{l}{t}$, отримаємо:

$$v = \frac{2\pi r}{T}. \quad (2)$$

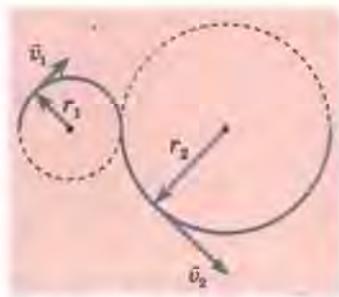


Рис. 14.1. Рух по будь-якій криволінійній траєкторії практично завжди можна подати як рух по дугах кіл

Обертova частота n — це фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості повних обертів за одиницю часу:

$$n = \frac{N}{t}, \quad (3)$$

де n — частота обертання; N — кількість повних обертів, здійснених тілом за проміжок часу t .

Одиниця обертovої частоти в СІ — **оберт на секунду** (об/с, або с^{-1}).

Із формул (1) і (3) випливає, що період і обертova частота пов'язані співвідношенням:

$$n = \frac{1}{T}.$$

Підставивши цей вираз у формулу (2), одержимо ще одну формулу для лінійної швидкості рівномірного руху тіла по колу: $v = 2\pi n r$.

2 Що таке кутова швидкість і як вона пов'язана з лінійною швидкістю

Крім лінійної швидкості для характеристики швидкості руху тіла по колу часто використовують *кутову швидкість*.

Кутова швидкість — це фізична величина, яка чисельно дорівнює куту повороту радіус-вектора за одиницю часу:

$$\omega = \frac{\varphi}{t},$$

де ω — кутова швидкість; φ — кут повороту радіус-вектора за проміжок часу t (рис. 14.2).

Одиниця кутової швидкості в СІ — **радіан на секунду** (рад/с, або с^{-1})*.

Оскільки за час, що дорівнює одному періоду ($t = T$), радіус-вектор виконує один повний оберт ($\varphi = 2\pi$), кутову швидкість можна обчислити за формулою:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n. \quad (4)$$

Із формул (2) і (4) випливає, що кутова та лінійна швидкості пов'язані співвідношенням: $v = \omega r$.

3 Чому прискорення під час рівномірного руху тіла по колу називають доцентровим

Нагадаємо, що будь-який криволінійний рух — це завжди рух із прискоренням. Прискоренням буде й рівномірний рух по колу, оскільки напрямок миттєвої швидкості безперервно змінюється. Визначимо модуль і напрямок прискорення, яке характеризує рівномірний рух тіла по колу.

* Кут 360° (один повний оберт) дорівнює 2π радіан, де $\pi = 3,14$.

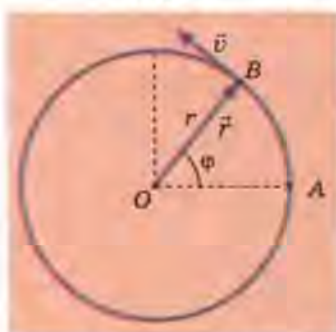


Рис. 14.2. Рівномірний рух тіла по колу: r — радіус кола; \vec{v} — вектор миттєвої швидкості в точці B ; φ — кут повороту радіус-вектора \vec{r}

З означення прискорення $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ випливає, що напрямки векторів прискорення та зміни швидкості збігаються ($\vec{a} \uparrow \Delta \vec{v}$), а модуль прискорення можна знайти за формулою: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

Спочатку визначимо напрямок прискорення (рис. 14.3). Для цього перенесемо вектор \vec{v}_0 паралельно самому собі так, щоб він виходив із точки B . Із рис. 14.3 видно, що за малих кутів φ вектор зміни швидкості $\Delta \vec{v}$ напрямлений до середини кола. Оскільки $\vec{a} \uparrow \Delta \vec{v}$, то так само напрямлений і вектор прискорення \vec{a} . Доведемо, що вектор \vec{a} напрямлений безпосередньо до центра кола, тобто вздовж радіуса. Оскільки в разі руху тіла по колу його миттєва швидкість \vec{v} напрямлена по дотичній, а дотична в даній точці кола перпендикулярна до радіуса, проведеного в цю точку, то потрібно довести, що $\vec{a} \perp \vec{v}$.

Здійснимо доведення методом від протилежного. Припустимо, що вектор прискорення \vec{a} не є перпендикулярним до вектора миттєвої швидкості \vec{v} (рис. 14.4). Це означає, що проекція прискорення на вісь OX відмінна від нуля. Однак у даному випадку, якщо $a_x > 0$, то швидкість руху тіла буде збільшуватися, а якщо $a_x < 0$ — зменшуватися, отже, йдеться про нерівномірний рух, тоді як ми розглядаємо рівномірний. Таким чином, наше припущення було хибним. Отже, $\vec{a} \perp \vec{v}$.

У разі рівномірного руху тіла по колу вектор прискорення в даній точці кола завжди перпендикулярний до вектора миттєвої швидкості й напрямлений до центра кола. Саме тому прискорення тіла під час його руху по колу називають доцентровим прискоренням і записують з індексом: $\vec{a}_{\text{дц}}$ (рис. 14.5).

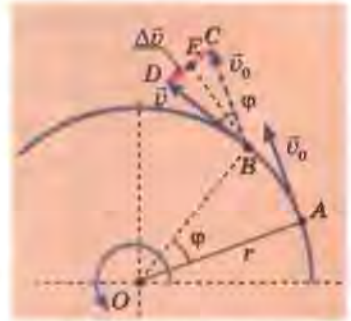


Рис. 14.3. Визначення прискорення для рівномірного руху тіла по колу. Якщо за дуже малий проміжок часу Δt тіло, рухаючись із постійною лінійною швидкістю v по дузі кола радіусом r , переміститься з точки A в точку B , то радіус-вектор тіла повернеться на малий кут φ , а зміна швидкості становитиме: $\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$

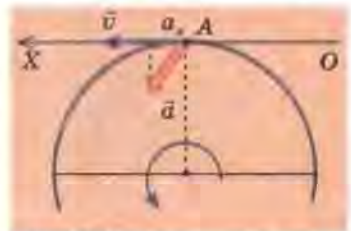


Рис. 14.4. Якщо вектор прискорення не є перпендикулярним до вектора швидкості, то a_x — проекція прискорення на вісь OX — відмінна від нуля

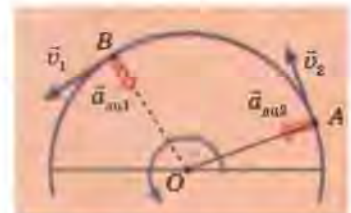


Рис. 14.5. У випадку рівномірного руху по колу прискорення руху тіла в даній точці завжди напрямлене до центра кола (є перпендикулярним до миттєвої швидкості)

4 Чому дорівнює модуль прискорення під час рівномірного руху тіла по колу

Для визначення модуля прискорення знову звернемося до рис. 14.3.

Розглянемо трикутник BCD , утворений векторами $\Delta \vec{v}$ (\overline{CD}), \vec{v} (\overline{BD}) і \vec{v}_0 (\overline{BC}). Цей трикутник є рівнобедреним, оскільки $v = v_0$ (рух рівномірний).

Кут при вершині цього трикутника дорівнює φ ($\angle CBD = \angle AOB$ як кути зі взаємно перпендикулярними сторонами). Опустимо на сторону CD перпендикуляр BE . Висота, проведена з вершини рівнобедреного трикутника, є медіаною та бісектрисою цього трикутника, тому $CD = 2CE = 2BC \sin \frac{\varphi}{2}$, або $\Delta v = 2v \sin \frac{\varphi}{2}$. При малих кутах $\sin \frac{\varphi}{2} \approx \frac{\varphi}{2}$, тому $\Delta v = 2v \frac{\varphi}{2} = v\varphi$.

За означенням $a_{\text{дц}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, отже, $a_{\text{дц}} = \frac{v\varphi}{\Delta t}$. Оскільки $\frac{\varphi}{\Delta t} = \omega$ — кутова швидкість, а кутова та лінійна швидкості пов'язані співвідношенням $\omega = \frac{v}{r}$, то остаточно маємо: $a_{\text{дц}} = v\omega = \frac{v \cdot v}{r} = \frac{v^2}{r}$.

Отже, у разі рівномірного руху тіла по колу модуль прискорення не залежить від часу і його можна обчислити за формулою:

$$a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{r}$$

Взявши до уваги, що лінійну швидкість можна подати через період обертання, через обертову частоту і через кутову швидкість, можна записати ще ряд формул:

$$v = \frac{2\pi r}{T}, \text{ тому } a_{\text{дц}} = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2};$$

$$v = 2\pi r n, \text{ тому } a_{\text{дц}} = \frac{(2\pi r n)^2}{r} = 4\pi^2 n^2 r;$$

$$v = \omega r, \text{ тому } a_{\text{дц}} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r.$$

5 Як розв'язати основну задачу механіки для рівномірного руху по колу

Розв'язати основну задачу механіки — це визначити положення тіла в будь-який заданий момент часу. Якщо відомі радіус траєкторії руху тіла (r), початкове положення тіла ($x_0; y_0$), лінійна (v) і, відповідно, кутова (ω) швидкості руху тіла по даній траєкторії, то визначити положення тіла в довільний момент часу можна трьома способами.

Спосіб 1 — за допомогою шляху l , пройденого тілом від початкового положення (рис. 14.6, а): $l = vt$.

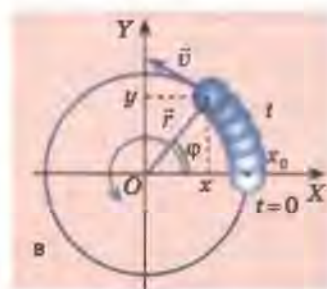
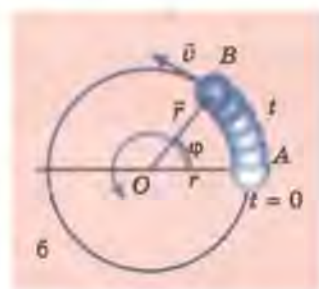
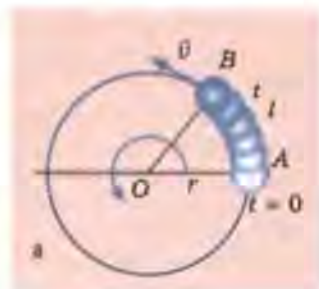


Рис. 14.6. Визначення положення тіла, яке рухається по колу: а — за пройденим шляхом: $l = vt$; б — за кутом повороту радіус-вектора: $\varphi = \omega t$; в — за рівняннями координат: $x = r \cos \varphi$; $y = r \sin \varphi$

Спосіб 2 — за допомогою кута φ повороту радіус-вектора (рис. 14.6, б): $\varphi = \omega t$.

Спосіб 3 — за допомогою рівнянь координат (рис. 14.6, в): $x = r \cos \varphi$; $y = r \sin \varphi$.

Оскільки з часом кут φ змінюється за законом $\varphi = \omega t$, то рівняння координат для рівномірного руху тіла по колу матимуть вигляд: $x = r \cos \omega t$; $y = r \sin \omega t$.

Підбиваємо підсумки

Рівномірний рух тіла по колу — це такий криволінійний рух, під час якого траєкторією руху тіла є коло, а лінійна швидкість і модуль миттєвої швидкості не змінюються з часом.

Кутова швидкість ω — це фізична величина, яка чисельно дорівнює куту φ повороту радіус-вектора за одиницю часу t : $\omega = \frac{\varphi}{t}$.

Одиниця кутової швидкості в СІ — радіан за секунду (рад/с, або с^{-1}). Кутова та лінійна швидкості пов'язані співвідношенням: $v = \omega r$.

Період обертання — це фізична величина, яка дорівнює проміжку часу, за який тіло, що рівномірно рухається по колу, робить один повний оберт: $T = \frac{t}{N}$.

Обертова частота — це фізична величина, яка чисельно дорівнює кількості повних обертів за одиницю часу: $n = \frac{N}{t}$.

Період і обертова частота пов'язані співвідношенням $n = \frac{1}{T}$.

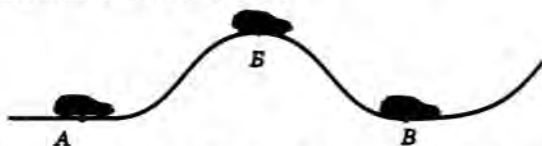
Прискорення у разі рівномірного руху тіла по колу є доцентровим ($a_{\text{дн}}$), тобто завжди напрямлене до центра кола; його модуль не залежить від часу та обчислюється за формулою: $a_{\text{дн}} = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$.

Контрольні запитання

1. Який рух називають рівномірним рухом по колу? 2. Які фізичні величини характеризують швидкість руху тіла по колу? Дайте їхні характеристики. 3. Яким співвідношенням пов'язані кутова та лінійна швидкості руху? Виведіть це співвідношення. 4. Охарактеризуйте фізичні величини, які описують періодичність руху тіла по колу. 5. Як пов'язані період і обертова частота? 6. Доведіть, що в разі рівномірного руху по колу прискорення напрямлене до центра цього кола. 7. За якою формулою визначають доцентрове прискорення? Виведіть цю формулу. 8. Перелічіть відомі вам способи розв'язання основної задачі механіки для рівномірного руху тіла по колу.

Вправа № 11

1. На рисунку показано траєкторію автомобіля, який рухається з постійною швидкістю. У якій із зазначених точок траєкторії доцентрове прискорення автомобіля найбільше? найменше?



2. Знайдіть кутову та лінійну швидкості обертання Землі навколо Сонця, вважаючи, що орбіта Землі — коло радіусом $1,5 \cdot 10^8$ км.

3. Радіус колеса велосипеда — 0,4 м. Скільки обертів за хвилину робить колесо, якщо швидкість руху велосипеда становить 15,7 м/с?
4. Автомобіль рухається зі швидкістю 36 км/год по опуклому мосту з радіусом кривизни 30 м. Чому дорівнює прискорення руху автомобіля та куди воно направлене?
5. Хвилинна стрілка годинника втричі довша за секундну. Якими є співвідношення між лінійними швидкостями та прискореннями руху кінців цих стрілок?
6. Запишіть рівняння руху тіла, яке рухається з кутовою швидкістю $\frac{1}{6}\pi \text{ с}^{-1}$ по дузі кола радіусом 10 м. Якими будуть координати тіла через 3 с після початку відліку часу?

Експериментальні завдання

1. Визначте лінійну та кутову швидкості руху точки на барабані пральної машини, а також її доцентрове прискорення під час роботи машини в режимі прання; у режимі віджимання. Які вимірювання вам необхідно здійснити, щоб виконати це завдання?
2. Визначте період обертання, обертову частоту та доцентрове прискорення точки на колесі автомобіля або велосипеда. Швидкість руху задайте самостійно.

ПІДБИВАЄМО ПІДСУМКИ РОЗДІЛУ 1 «КІНЕМАТИКА»

1. Вивчаючи розділ 1, ви познайомилися з *основними поняттями механіки*, усвідомили *сутність її основної задачі*.

Механіка — це наука про механічний рух та взаємодію матеріальних тіл.

Основна задача механіки — визначення механічного стану тіла (координат та швидкості його руху) у будь-який момент часу.

Кінематика вивчає механічний рух тіл без з'ясування причин, що викликають зміни цього руху.

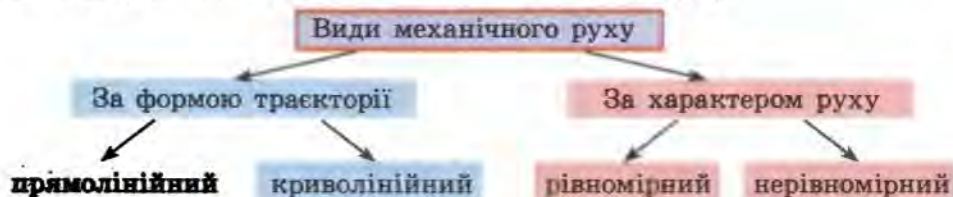
Система відліку — це тіло відліку, зв'язана з ним система координат та прилад для вимірювання часу.

Матеріальна точка — це модель тіла в умовах, за яких розмірами тіла можна знехтувати.


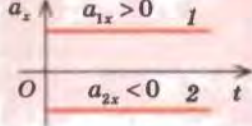
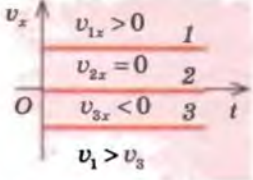
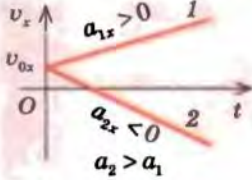
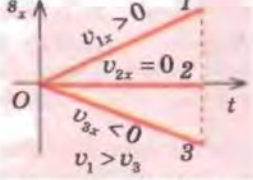
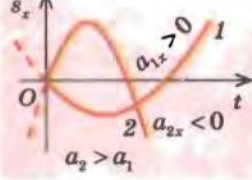
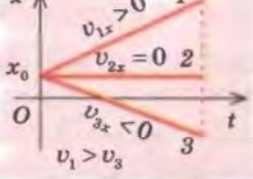
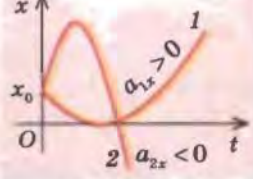
Траєкторія руху матеріальної точки — це уявна лінія, в кожній точці якої послідовно була матеріальна точка під час свого руху в просторі.

Переміщення — це векторна величина, яку графічно представляють у вигляді напрямленого відрізка прямої, проведеного із початкового положення точки до її кінцевого положення.

2. Ви дізналися про *різні види механічного руху*.



3. Ви вивчили основні фізичні величини, які характеризують рівномірний прямолінійний і рівноприскорений прямолінійний рух.

Фізична величина	Прямолінійний рух (траєкторія — пряма лінія)			
	Рівномірний		Рівноприскорений	
	Формули	Графіки	Формули	Графіки
Прискорення руху	$a = 0;$ $a_x = 0$		$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t};$ $a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$	
Швидкість руху	$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t};$ $v_x = \frac{s_x}{t}$		$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t;$ $v_x = v_{0x} + a_x t$	
Переміщення тіла	$\vec{s} = \vec{v}t;$ $s_x = v_x t;$ $s = vt$		$\vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2};$ $s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$	
Координата тіла	$x = x_0 + v_x t$		$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$	

4. Ви познайомилися з відомим випадком рівноприскореного руху — вільним падінням тіл, яке відбувається під дією тяжіння Землі. Прискорення вільного падіння $g \approx 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

5. Ви вивчили основні характеристики рівномірного руху матеріальної точки по колу:

Фізична величина	Позначення	Одиниця	Формула за визначенням	Формула зв'язку
Період обертання	T	с	$T = \frac{t}{N}$	$n = \frac{1}{T}$
Обертova частота	n	Гц	$n = \frac{N}{t}$	$T = \frac{1}{n}$
Лінійна швидкість	v	$\frac{\text{м}}{\text{с}}$	$v = \frac{l}{t}$	$v = \frac{2\pi r}{T}; v = 2\pi r n$
Кутова швидкість	ω	$\frac{\text{рад}}{\text{с}}$, або с^{-1}	$\omega = \frac{\varphi}{t}$	$\omega = \frac{2\pi}{T}; \omega = 2\pi n$
Доцентрове прискорення	$a_{\text{дц}}$	$\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	$a = \frac{v^2}{r}$	$a = \frac{v^2}{r}; a = \omega^2 r$

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ДО РОЗДІЛУ 1 «КІНЕМАТИКА»

Частина 1. Рівномірний рух. Відносність руху. Середня швидкість руху

Завдання 1–4 містять тільки одну правильну відповідь.

- (1 бал) У якому випадку учня можна вважати матеріальною точкою?
а) учень робить зарядку; в) чистить зуби;
б) снідає; г) іде до школи.
- (1 бал) Якою є одиниця модуля переміщення в СІ?
а) с; б) м; в) м/с; г) м/с².
- (2 бали) Матеріальна точка рухається по колу радіусом 5 м. Якими будуть шлях і модуль переміщення точки, коли вона виконає один повний оберт?
а) $l=0$, $s=0$; в) $l=31,4$ м, $s=0$;
б) $l=0$, $s=5$ м; г) $l=31,4$ м, $s=5$ м.

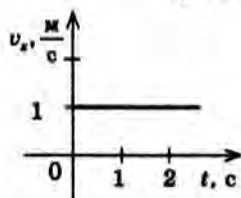


Рис. 1

- (2 бали) На рис. 1 наведено графік $v_x(t)$ залежності проекції швидкості тіла, що рухається вздовж осі OX , від часу. Вважаючи, що характер руху тіла не змінюється, визначте модуль переміщення тіла за 5 хв руху.
а) 5 м; б) 25 м; в) 50 м; г) 300 м.

- (2 бали) Тіло рухається вздовж осі OX , при цьому його координата змінюється за законом: $x=15-2t$ (м). Якими є модуль і напрямок швидкості руху тіла?

- (2 бали) За графіком залежності $x(t)$ (рис. 2) запишіть рівняння координати.

- (2 бали) Протягом якого проміжку часу швидкий потяг завдовжки 280 м, що їде зі швидкістю 72 км/год, пройде вздовж товарного потяга завдовжки 700 м, який рухається йому назустріч? Швидкість руху товарного потяга 54 км/год.

- (3 бали) Велосипедист проїхав 600 м зі швидкістю 10 м/с, а наступні 160 м — зі швидкістю 4 м/с. Визначте середню шляхову швидкість руху велосипедиста.

- (3 бали) На рис. 3 наведено графік залежності координати тіла, що рухається вздовж осі OX , від часу. Побудуйте графіки залежностей $v_x(t)$ і $l(t)$.

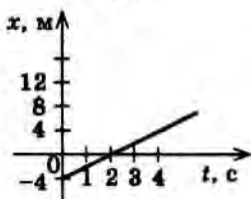


Рис. 2

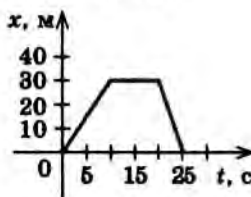


Рис. 3

- (4 бали) Із пункту А і пункту В, відстань між якими 250 км, одночасно виїхали два автомобілі назустріч один одному. Автомобіль, що виїхав із пункту А, рухається зі швидкістю 60 км/год, а той, що виїхав із пункту В, — зі швидкістю 40 км/год. Визначте місце зустрічі автомобілів і час їхнього руху до зустрічі. Розв'яжіть задачу аналітично і графічно.

Зверте ваші відповіді з наведеними наприкінці підручника. Позначте завдання, які ви виконали правильно, і полічіть суму балів. Потім цю суму розділіть на два. Одержане число відповідатиме рівню ваших навчальних досягнень.

Частина 2. Рівноприскорений рух. Рівномірний рух по колу

Завдання 1–5 містять тільки одну правильну відповідь.

1. (1 бал) Швидкість зміни якої величини характеризує прискорення тіла?
 а) маси; в) координати;
 б) швидкості руху; г) часу.

2. (1 бал) На рис. 4 наведено графік залежності проекції швидкості тіла, що рухається вздовж осі OX , від часу. Які ділянки графіка відповідають рівноприскореному руху тіла?
 а) тільки ділянка AB ; в) тільки ділянка CD ;
 б) тільки ділянка BC ; г) ділянки AB і CD .

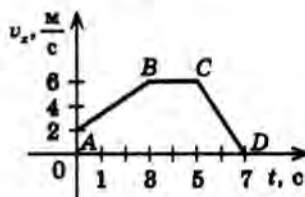


Рис. 4

3. (1 бал) З яким прискоренням рухається тіло, якщо за 2 с швидкість його руху змінюється від 3 до 6 м/с?
 а) $1,5 \text{ м/с}^2$; в) $4,5 \text{ м/с}^2$;
 б) 3 м/с^2 ; г) 6 м/с^2 .
4. (2 бали) Якою є частота обертання точки на диску програвача, якщо за 6 с диск робить 10 повних обертів?
 а) $0,6 \text{ с}^{-1}$; в) 16 с^{-1} ;
 б) близько $1,7 \text{ с}^{-1}$; г) 60 с^{-1} .
5. (2 бали) З якою кутовою швидкістю рухається тіло по дузі кола радіусом 5 м, якщо за 2 с воно проходить відстань 4 м?
 а) $0,4 \text{ с}^{-1}$; б) 2 с^{-1} ; в) $2,5 \text{ с}^{-1}$; г) 10 с^{-1} .
6. (2 бали) Рівняння координати матеріальної точки: $x = 5 + 12t - 2t^2$ (м). Запишіть рівняння залежностей проекцій швидкості та прискорення руху цієї точки від часу.
7. (3 бали) Визначте, яким буде переміщення тіла через 2 с після початку руху, якщо його початкова швидкість 5 м/с, а прискорення напрямлене вздовж лінії руху й дорівнює $0,4 \text{ м/с}^2$. Розгляньте всі можливі варіанти.
8. (3 бали) Рух тіла задано рівнянням $x = 0,5 + 2t + 5t^2$ (м). Визначте переміщення тіла за перші 10 с руху. Вважайте, що в обраній СВ тіло рухалося вздовж осі OX .
9. (3 бали) За графіком, наведеним на рис. 4, визначте переміщення тіла за весь час спостереження. Вважайте, що в обраній СВ тіло рухалося вздовж осі OX .
10. (3 бали) Тіло кинути вертикально вгору зі швидкістю 30 м/с. Через який проміжок часу тіло опиниться на відстані 25 м від точки кидання?
11. (4 бали) Із точки A , розташованої на висоті 2 м над поверхнею Землі, вертикально вгору кинути тіло зі швидкістю 3 м/с. Коли тіло досягло найвищої точки підняття, з тієї ж точки A з тією самою швидкістю кинути вгору інше тіло. Визначте час і місце зустрічі тіл.

Зверте ваші відповіді з наведеними в кінці підручника. Позначте завдання, які ви виконали правильно, і полічіть суму балів. Потім цю суму розділіть на два. Одержане число відповідатиме рівню ваших навчальних досягнень.

РОЗДІЛ 2. ДИНАМІКА

§ 15. ЯВИЩЕ ІНЕРЦІЇ. ІНЕРЦІАЛЬНІ СИСТЕМИ ВІДЛІКУ. ПЕРШИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

1 Автомобіль мчить дорогою, у небі літає птах, куля боулінгу котиться по доріжці. Що підтримує кожен із цих рухів? Чи існує якась причина виникнення всіх рухів? І чи потрібне взагалі щось, щоб підтримувати рух? Ці питання хвилювали вчених ще за часів Арістотеля, однак відповіді на них знайшли тільки Г. Галілей і І. Ньютон (див. рис. 1.1, 1.2). Із цього параграфу ви дізнаєтеся, яке значення для розвитку механіки мали роботи Г. Галілея.

Що вивчає динаміка

Вивчаючи кінематику, ми описували рухи тіл, однак про причини, які викликають ці рухи, не йшлося. При цьому основна задача механіки полягає не тільки в тому, щоб описати, як рухається тіло в даний момент часу, але й передбачити, як воно рухатиметься далі. А для цього необхідно встановити, чому тіло змінює характер свого руху або, навпаки, чому та за яких умов характер руху тіла буде незмінним. Саме цими питаннями займається *динаміка*.

Динаміка — це розділ механіки, в основі якого лежить кількісний опис взаємодії тіл, яка визначає характер їхнього руху.

Основна задача динаміки — вивчити можливі взаємодії тіл, з'ясувати закони, яким підпорядковуються рух і взаємодія тіл, і на основі цих законів уміти визначати положення тіл у будь-який момент часу.

Коли тіло зберігає швидкість свого руху

Вивчення динаміки почнемо зі з'ясування умов, за яких швидкість руху тіла залишається незмінною. Із кінематики ви знаєте, що швидкість тіла є постійною в разі його рівномірного прямолінійного руху, оскільки під час такого руху не змінюються ні модуль, ні напрямок швидкості. Швидкість руху тіла незмінна (дорівнює нулю) і у випадку, коли тіло перебуває у спокої. Для описування будь-якого руху необхідно обрати систему відліку (СВ). Скористаємося найбільш зручною для нас СВ — пов'язаною з точкою на поверхні Землі.

Отже, з'ясуємо, *за яких умов тіло рухається рівномірно прямолінійно або перебуває у стані спокою відносно Землі*.

М'яч, який лежить на столі, тягар, підвішений на пружині (рис. 15.1), перебувають у стані спокою. Однак варто штовхнути м'яч рукою або розтягти пружину, як стан спокою тіл порушиться. У цьому випадку тіла змінять свою швидкість (почнуть рухатися відносно Землі) у результаті взаємодії з рукою. Але ж до цього вони теж із чимось взаємодіяли? Звичайно, так. Ви добре знаєте, що всі тіла, які перебувають поблизу поверхні Землі, взаємодіють із нею. Якщо прибрати стіл, відчепити пружину, м'яч і тягар відразу ж почнуть

рухатися під дією гравітаційного притягання Землі. А перебувають вони в стані спокою тому, що дія Землі *скомпенсована (зрівноважена)* дією інших тіл: на м'яч, крім Землі, діє стіл, і дія Землі скомпенсована дією столу; на тягар, крім Землі, діє пружина, і дія Землі скомпенсована дією пружини.*

Отже, можна зробити висновок: *тіло перебуває у стані спокою, якщо дії на нього інших тіл скомпенсовані.*

Тепер розглянемо кілька прикладів рівномірного прямолінійного руху. Якщо горошину опустити у високу посудину, наповнену водою, то спочатку вона рухатиметься прискорено, однак через деякий час її швидкість усталиється і решту шляху горошина рухатиметься рівномірно (рис. 15.2, а). Річ у тім, що на горошину помітно діють два тіла: вода й Земля. Дія води (архімедова сила та сила опору середовища) напрямлена вгору, дія Землі (сила тяжіння) — униз. Зі збільшенням швидкості руху горошини опір води буде збільшуватися доти, доки дія води не компенсує дію Землі.

Точно так само через нетривалий час після розкриття парашута встановлюється (стає рівномірним) і рух парашутиста (без урахування поривів вітру) (рис. 15.2, б).

Численні досліди показують, що *тіло рухається рівномірно прямолінійно, якщо дії на нього інших тіл скомпенсовані.*

А як рухатиметься тіло, якщо на нього не діють інші тіла? По відповідь на це запитання звернемося до історії фізики.

3 Який рух називають рухом за інерцією

Близько 2500 років тому давньогрецький філософ *Арістотель*, міркуючи про причини руху тіл, зробив розумний з погляду здорового глузду висновок: «Усе, що рухається, має рух завдяки чомусь. Тіло, яке рухається, зупиняється, якщо тіло, що його штовхає,

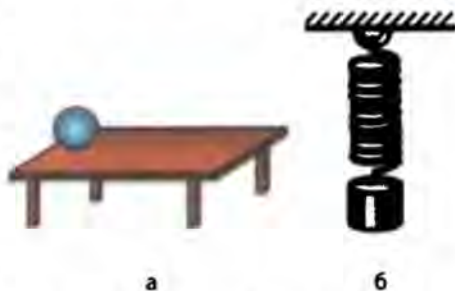


Рис. 15.1. Тіло перебуває у стані спокою відносно Землі, оскільки дія Землі скомпенсована: а — дією столу, б — дією пружини

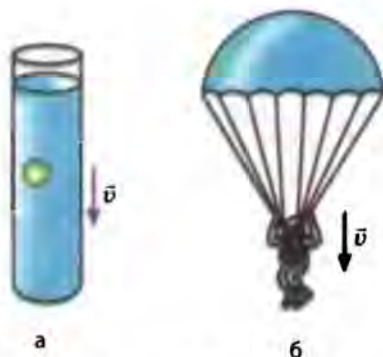


Рис. 15.2. Через деякий час після початку руху тіло починає рухатися прямолінійно та рівномірно відносно Землі, оскільки дія Землі скомпенсована: а — дією води; б — дією повітря

* Насправді на м'яч і тягар діють ще багато інших тіл: це й гравітаційне притягання з боку навколишніх тіл, і виштовхувальна дія повітря, і дія повітряних потоків. Однак у розглянутих прикладах ці дії є незначними й не мають помітного впливу.

припиняє свою дію». Справді, щоб віз рухався по дорозі, яка не має нахилу, необхідно, щоб його тягнув кінь. Якщо прибрати дію коня, віз зупиниться. Однак чи дійсно це так?

Уявімо ідеалізовану ситуацію: осі коліс воза змащені так добре, що між ними та колесами немає тертя, дорога є ідеально рівною та гладенькою, а голоблі закріплені та не заважають рухові. Іншими словами — мислено виключимо всі можливі сили тертя. Можна припустити, що в цьому випадку віз, почавши рух, буде рухатися рівномірно прямолінійно як завгодно довго.

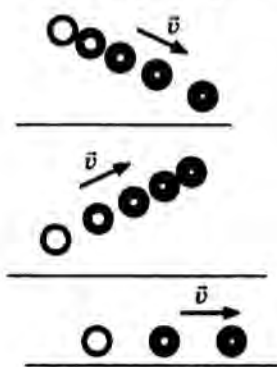


Рис. 15.3. Схема дослідів Г. Галілея. Розглядаючи рух різних тіл по похилій площині, учений зробив висновок: «У всіх випадках руху вниз або вгору по похилій площині є причина, що викликає зміну швидкості; рух по горизонтальній поверхні за повної відсутності тертя має бути рухом з постійною швидкістю»

Саме такого висновку наприкінці XVI ст. дійшов італійський учений *Галілео Галілей*. Вивчаючи рух тіл по похилій площині (рис. 15.3) і використовуючи мислений експеримент, він сформулював закон, який пізніше дістав назву *закон інерції Галілея*:

Якщо на тіло не діють інші тіла, воно зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху.

Слід зазначити, що Арістотель дійшов практично такого самого висновку: «Якщо тіло, якому один раз надали руху, перебуває в порожнечі, то воно має рухатися не спиняючись нескінченно». Однак потім учений вирішив, що такий рух неможливий, тому що ніякої порожнечі в природі бути не може.

Зараз ми знаємо, що такий рух є можливим. Так, якщо космічний корабель перебуватиме вдалині від зір, то після вимкнення двигунів він продовжить рухатися рівномірно прямолінійно зі швидкістю, яку мав на момент вимкнення.

Тіло, на яке не діють інші тіла та поля, називають *вільним (ізолюваним)*, а рух вільного тіла називають *рухом за інерцією*, тому закон, установ-

лений Галілеєм, називають *законом інерції*. У реальності практично неможливо створити умови, коли на тіло ніщо не діє, тому *рухом за інерцією зазвичай вважають випадки, коли дії на тіло інших тіл і полів уздовж лінії руху тіла доволі слабкі й до помітної зміни швидкості це тіло проходить значний шлях.*

Так, рухами за інерцією можна вважати практично рівномірні рухи: шайби по льоду після удару клюшкою, кулі на доріжці під час гри в боулінг і т. д. (рис. 15.4).

Що постулює перший закон Ньютона

Закон інерції Г. Галілея став першим кроком у встановленні основних законів механіки. Формулюючи основні закони руху тіл, І. Ньютон назвав цей закон *першим законом руху* та подав його так:



Рис. 15.4. Диск, що являє собою шар металу на шарі сухого льоду (а), може рухатися по металевій поверхні практично без тертя. На стробоскопічній фотографії (б) бачимо, що за рівні проміжки часу (0,1 с) такий диск проходить практично однакові відстані

Будь-яке тіло, поки воно залишається ізольованим, зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху.

Звернемо увагу на таке.

По-перше, тіло рухається рівномірно прямолінійно або перебуває у стані спокою, якщо воно ізольоване (тобто на нього не діють інші тіла) або якщо дії на нього інших тіл скомпенсовані. Тому можна стверджувати, що відсутність дії на тіло інших тіл рівнозначна тому, що на тіло діють інші тіла, однак їхні дії скомпенсовані.

По-друге, будь-який рух розглядається відносно якої-небудь СВ. Тому перший закон Ньютона не тільки формулює умову руху тіла за інерцією, але й постулює існування СВ, відносно яких спостерігається такий рух.

Виходячи з цього можна сформулювати **закон інерції Галілея (або перший закон руху Ньютона)** з урахуванням сучасних уявлень. Отже, **перший закон механіки Ньютона:**

Існують такі системи відліку, відносно яких тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, якщо на нього не діють інші тіла та поля або якщо їхні дії скомпенсовані.

Які системи відліку називають інерціальними

З курсу фізики 8-го класу ви знаєте, що **явище збереження тілом стану спокою або рівномірного прямолінійного руху за умови, що на нього не діють інші тіла та поля або їхні дії скомпенсовані, називають явищем інерції.**

Але чи в кожній СВ спостерігається явище інерції? Уявіть, що ви сидите в купе потяга, який стоїть на пероні. На столику купе лежить м'ячик (рис. 15.5). На м'ячик діють два тіла: Земля і столик. Дії Землі

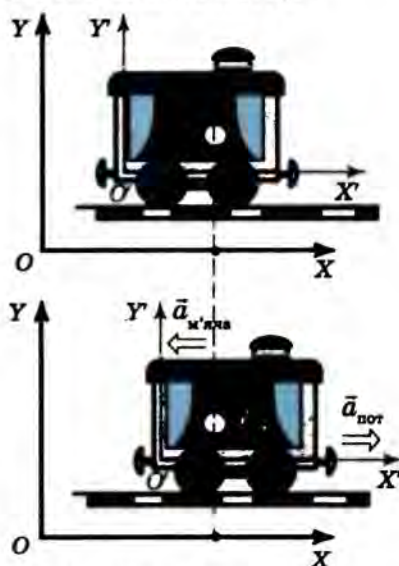


Рис. 15.5. Дії на м'яч столика та Землі скомпенсовані. Однак у системі відліку XOY , пов'язаній із пероном, м'яч залишається у спокої, тому ця СВ — інерціальна; у системі відліку $X'O'Y'$, пов'язаній із потягом, що починає рух, м'яч рухається з прискоренням, тому ця СВ — неінерціальна

та столика скомпенсовані, і м'ячик перебуває в спокої відносно перону. Таким чином, відносно СВ, пов'язаної з пероном, явище інерції спостерігається. Однак щойно потяг починає набирати швидкість, як м'ячик починає котитися по столу, тобто відносно потяга починає рухатися з прискоренням, хоча дії Землі та столика, як і раніше, скомпенсовані. Отже, відносно СВ, пов'язаної з потягом, який набирає швидкість, явище інерції не спостерігається (дія інших тіл на м'ячик скомпенсована, але він не зберігає свою швидкість).

СВ, відносно якої спостерігається явище інерції, називають *інерціальною системою відліку*; СВ, відносно якої явище інерції не спостерігається, — *неінерціальною системою відліку*.

Далі, якщо спеціально не застережено, будемо користуватися тільки інерціальними СВ.

Інерціальні системи відліку — це такі системи відліку, відносно яких тіло зберігає швидкість свого руху постійною, якщо на нього не діють інші тіла та поля або якщо їхні дії скомпенсовані.

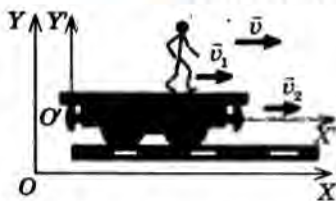


Рис. 15.6. Дії платформи та Землі на людину скомпенсовані. У системі відліку $X'O'Y'$, яка пов'язана з платформою і рухається відносно поверхні Землі зі швидкістю \vec{v}_2 , швидкість \vec{v}_1 руху людини є постійною. У системі відліку XOY , пов'язаній із Землею, швидкість \vec{v} руху людини теж є постійною і дорівнює $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.

Зазвичай як інерціальну використовують СВ, жорстко пов'язану з точкою на поверхні Землі. Однак це не єдина інерціальна СВ — їх нескінченно багато. *Будь-яка СВ, що рухається відносно Землі рівномірно прямолінійно, є інерціальною**. Справді, якщо тіло зберігало стан спокою або рівномірного прямолінійного руху відносно Землі, то й відносно СВ, яка рухається відносно Землі з постійною швидкістю, швидкість тіла теж буде постійною, хоча й інакшою (рис. 15.6).

Слід зазначити, що СВ, жорстко пов'язану із Землею, можна вважати інерціальною тільки умовно, оскільки Земля обертається навколо своєї осі. Для точніших вимірювань слід використовувати інерціальну СВ, пов'язану із Сонцем, а ще краще — СВ, пов'язану з далекими зорями.

Підбиваємо підсумки

Відносно Землі тіло рухається рівномірно прямолінійно, якщо на нього не діють інші тіла та поля або якщо їхні дії скомпенсовані.

Тіло, на яке не діють тіла та поля, називають вільним (ізольованим), а рух вільного тіла — рухом за інерцією. Аналізуючи рух вільних тіл, Г. Галілей сформулював закон інерції: якщо на тіло не діють інші тіла, то воно зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху.

І. Ньютон назвав закон інерції Галілея першим законом руху. У сучасній фізиці перший закон механіки Ньютона формулюють так: існують такі СВ, відносно яких тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, якщо на нього не діють інші тіла та поля або якщо їхні дії скомпенсовані. Такі СВ називають інерціальними.

* Будь-яка СВ, що рухається відносно поверхні Землі з прискоренням, є неінерціальною.

Зазвичай як інерціальну використовують СВ, пов'язану із Землею; для точніших розрахунків — СВ, пов'язані із Сонцем або далекими зорями. Будь-яка СВ, що рухається відносно інерціальної СВ рівномірно прямолінійно, теж є інерціальною.

Контрольні запитання

1. Що вивчає динаміка? 2. Якою є основна задача динаміки? 3. За яких умов тіло зберігає швидкість свого руху? Наведіть приклади. 4. Опишіть досліди, спираючись на які Г. Галілей установив закон інерції. Сформулюйте цей закон. 5. Яке тіло називають вільним? Як рухається вільне тіло? Як називають такий рух? 6. Сформулюйте перший закон Ньютона. 7. Які СВ називають інерціальними? неінерціальними? Наведіть приклади таких систем.

Вправа № 12

1. Ви сидите на стільці — і ви, і стілець перебуваєте у стані спокою відносно Землі. Які тіла діють на стілець? на вас? Що ви можете сказати про ці дії? 2. Веслярі, що намагаються змусити човен рухатися проти течії, не можуть із цим упоратись, і човен перебуває у спокої відносно берега. Дії яких тіл при цьому компенсуються? 3. На рисунку зображено кілька тіл. З яким тілом ви пов'язали би СВ, щоб вона була інерціальною? неінерціальною? Відповідь обґрунтуйте.



§ 16. ВЗАЄМОДІЯ. СИЛА

Ви вже знаєте, за яких умов тіло зберігає швидкість руху постійною. З'ясуємо, за яких умов швидкість руху тіла змінюється і від яких чинників це залежить.

Які існують види взаємодій

Ми вже говорили про те, що вільних (ізолюваних) тіл у природі практично не існує. Будь-яке тіло (або частинка) оточене іншими тілами (частинками). Тіла (або частинки) чинять певну дію одне на одне.

Дію тіл або частинок одне на одне називають **взаємодією**.

Взаємодія — одне з основних (фундаментальних) понять не тільки у фізиці, але й у науці загалом. Саме взаємодії є причиною будь-яких змін, що відбуваються з тілами. Вибух наднової зорі, живлення клітини, політ орла, радіоактивний розпад речовини, порив вітру, хімічні реакції, — усі процеси та явища в природі відбуваються в результаті взаємодій. Завдяки взаємодіям існує і сама природа: існування атомів і їхніх складників, існування планет, зір, галактик, людини та навколишніх тіл, — усе це можливе саме завдяки взаємодіям.

Розрізняють **чотири фундаментальні види взаємодій**: *гравітаційна, електромагнітна, сильна, слабка**.

* У 60-х рр. XX ст. створено теорію електрослабкої взаємодії, у рамках якої електромагнітну та слабку взаємодії об'єднано. Нині фізики працюють над створенням теорії, що поєднувала б усі види взаємодій.

Гравітаційна взаємодія універсальна — в ній беруть участь усі тіла й частинки. Ця взаємодія є визначальною для існування та руху небесних тіл. Докладніше ви познайомитеся з нею, коли будете вивчати закон всесвітнього тяжіння.

Електромагнітна взаємодія виявляється тільки між частинками, що мають електричний заряд. Ця взаємодія визначає структуру речовини: вона пов'язує електрони та ядра в атомах, атоми в молекулах, визначає хімічні й біологічні процеси та ін. У механіці з цим видом взаємодії ви зустрічалися, коли вивчали сили пружності та сили тертя.

Гравітаційна та електромагнітна взаємодії є *далекодійними* — вони виявляються на досить великих відстанях між об'єктами і не мають кінцевого радіуса дії.

Процеси, зумовлені *сильною взаємодією* і *слабкою взаємодією*, підпорядковуються законам квантової механіки. Ці взаємодії виявляються в мікросвіті.

За яких умов тіла змінюють швидкість свого руху

Відповідно до першого закону Ньютона тіло не змінює швидкість свого руху тільки у випадку, якщо на нього не діють інші тіла або якщо дії інших тіл скомпенсовані. Санчата, які ви тягнете по снігу за мотузку, рухаються рівномірно прямолінійно тоді, коли дія снігу, по якому вони ковзають, компенсується дією руки. Ракета вдалині від зір рухається рівномірно прямолінійно, оскільки на неї не діють інші тіла. Коробка зі сталевими скріпками нерухомо лежить на столі, бо дія Землі компенсується дією столу.

Однак варто відпустити мотузку, як дія снігу сповільнить рух санчат. Якщо ввімкнути двигуни ракети, то взаємодія ракети з розпеченими газами, що вириваються із сопел, змінить швидкість її руху. Якщо до коробки зі скріпками піднести магніт, то в результаті взаємодії з магнітом коробка розпочне рух (набуде прискорення).

Численні спостереження й досліди показують, що *тіло змінює швидкість свого руху в результаті взаємодії з іншими тілами*.

Що таке сила

Уявіть, що, розігнавшись на спортивному велосипеді, ви припинили крутити педалі. Врешті-решт ви обов'язково зупинитесь — швидкість руху велосипеда поступово зменшиться до нуля. А от час зупинки велосипеда, а отже, і його прискорення суттєво залежать від того, чи натискаєте ви при цьому на гальмо. Тобто те саме тіло в результаті різної дії (взаємодії) набуває різного прискорення. Тому взаємодію можна і потрібно характеризувати кількісно. Кількісною мірою будь-якої взаємодії є *сила*.

Сила — це фізична величина, яка характеризує взаємодію тіл.

Слід звернути увагу на такі факти.

По-перше, *результат дії одного тіла на інше залежить від напрямку цієї дії*. Наприклад, якщо візок, що рухається, підштовхнути

рукою в напрямку його руху, то швидкість візка збільшиться. Якщо ж дія руки буде напрямлена проти руху візка, то швидкість візка зменшиться. Отже, сила як фізична величина, що характеризує взаємодію тіл, має напрямок.

По-друге, у результаті взаємодії тіло може й не змінити швидкість свого руху. Наприклад, якщо стиснути в руці м'ячик, то він залишиться в спокої, однак деякі його частини змістяться одна відносно одної. У результаті дії руки м'ячик змінить свою форму — *деформується*.

У механіці розглядають тільки гравітаційні сили й деякі види електромагнітних сил: силу пружності, силу тертя та силу опору середовища. Усі ці сили характеризують взаємодії, які спричиняють зміну швидкості руху тіл або (і) зміну їхніх форм і розмірів.

Сила (у механіці) \vec{F} — це векторна фізична величина, яка є мірою дії на тіло з боку інших тіл, у результаті чого тіло набуває прискорення або (і) змінює форму та розміри.

Одиниця сили в СІ — ньютон (Н). 1 Н дорівнює силі, яка, діючи на тіло масою 1 кг, надає йому прискорення 1 м/с².

У фізиці силою часто називають також безпосередньо саму дію одного тіла на інше. Наприклад, можна сказати: на тіло діє сила тяжіння, хоча насправді на тіло діє Земля, дія якої характеризується силою тяжіння.

Щоб повністю визначити силу, слід вказати її значення (або формулу, за якою вона визначається), зазначити її напрямок і точку (або тіло), до якої ця сила прикладена (рис. 16.1).



Рис. 16.1. Сила повністю визначена, якщо задано її модуль, напрямок, точку прикладення

Додавання сил. Рівнодійна сила

На тіло практично ніколи не діє тільки одна сила, частіше — дві, три або більше. З курсу фізики 8-го класу ви знаєте: якщо на тіло діють кілька сил, то результат їхньої дії буде таким самим, як коли б на тіло діяла тільки одна сила, яку називають *рівнодійною* (рис. 16.2).

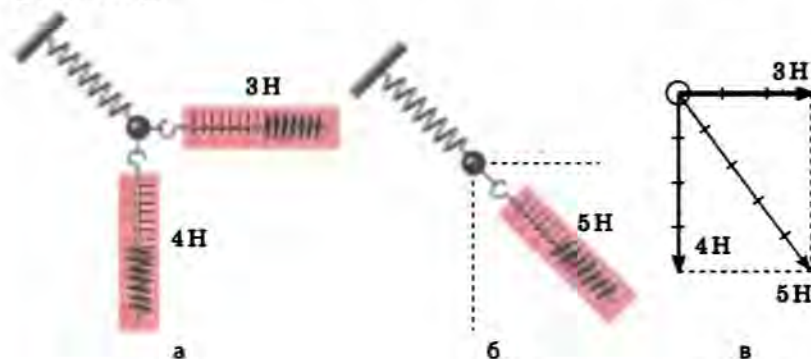


Рис. 16.2. Сили 3 Н і 4 Н, напрямлені під кутом 90° одна до одної (а), діють на пружину так само, як сила 5 Н (б). У цьому випадку сила 5 Н — рівнодійна сил 3 Н і 4 Н (в)

Рівнодійна сила — це сила, яка діє на тіло так само, як декілька сил, що діють одночасно, і дорівнює геометричній сумі сил, які діють на дане тіло:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n,$$

де n — кількість сил, що діють на тіло.

Оскільки сила — величина векторна, то рівнодійну декількох сил, прикладених до даного тіла, визначають за правилом додавання векторів (див. § 4).

Підбиваємо підсумки

Дію тіл або частинок одне на одне називають взаємодією. Розрізняють чотири види взаємодій: гравітаційна, електромагнітна, сильна, слабка. Кількісною мірою будь-якої взаємодії є сила. Сила — це фізична величина, яка характеризує взаємодію тіл. У механіці розглядають тільки гравітаційні сили та деякі види електромагнітних сил: силу пружності, силу тертя та силу опору середовища.

Сила (у механіці) \vec{F} — це векторна фізична величина, яка є мірою дії на тіло з боку інших тіл, у результаті чого тіло набуває прискорення або (і) змінює форму та розміри.

Одиниця сили в СІ — ньютон (Н). 1 Н дорівнює силі, яка, діючи на тіло масою 1 кг, надає йому прискорення 1 м/с².

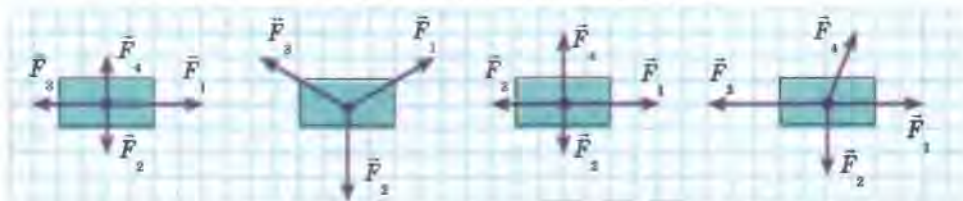
Рівнодійна сила — це сила, яка діє на тіло так само, як декілька сил, що діють одночасно; вона дорівнює геометричній сумі сил, які діють на дане тіло: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$.

Контрольні запитання

1. Що є причиною прискорення тіла? 2. Які види взаємодій ви знаєте? 3. Наведіть приклади явищ, у яких визначальною є гравітаційна взаємодія; електромагнітна взаємодія. 4. Дайте визначення сили. У яких одиницях її вимірюють? 5. Що потрібно знати, щоб визначити силу? 6. Дайте визначення рівнодійної сили.

Вправа № 13

- Чи можна сказати, що дія одних тіл на інші є причиною їхнього руху?
- На парашутиста в повітрі діють дві сили: сила притягання Землі, напрямком якої збігається з напрямком руху парашутиста і яка дорівнює 90 Н, і сила опору повітря, яка напрямлена проти руху парашутиста і теж дорівнює 90 Н. Знайдіть рівнодійну цих сил. Опишіть характер руху парашутиста.
- Модуль рівнодійної сил, які діють на тіло у взаємно перпендикулярних напрямках, дорівнює 13 Н. Модуль однієї з цих сил дорівнює 12 Н. Чому дорівнює модуль другої сили?
- На рисунку зображені сили, що діють на чотири тіла. Перенесіть рисунок до зошита. Для кожного випадку визначте графічно рівнодійну сил, з'ясуйте, чи має тіло прискорення. Свою відповідь обґрунтуйте.



Тема. Вимірювання сил.

Мета: виміряти за допомогою динамометра силу тяжіння й силу тертя ковзання; переконатися на досліді, що рівнодійна сил, прикладених до тіла, дорівнює векторній сумі цих сил.

Обладнання: штатив із двома муфтами та лапками; дерев'яна лінійка; дерев'яний брусок масою 300–400 г із гачком на торці; фанерна дошка з трьома вбитими цвяхами; дві нитки завдовжки 40–45 см (на обох кінцях однієї з ниток зроблено петлі); кнопки; два аркуші паперу; трикутник; динамометр.

Теоретичні відомості

Виміряти силу означає зрівноважити її відомою силою. З курсу фізики 8-го класу ви знаєте, що прилад для вимірювання сили — динамометр. Дія динамометра зазвичай ґрунтується на порівнянні вимірюваної сили із силою пружності пружини динамометра. Найпростіший лабораторний динамометр (рис. 1) являє собою дерев'яну або пластикову панель із нанесеною шкалою. До невеликого виступу 1 панелі прикріплена пружина 2, вільний кінець якої має покажчик 3 і дрітаний повідець 4 із гачком на кінці.

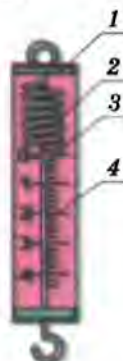


Рис. 1

ВКАЗІВКИ ДО РОБОТИ

Підготовка до експерименту

1. Ознайомтесь із будовою та принципом дії динамометра.
2. Визначте ціну поділки та межі вимірювання шкали динамометра.

Експеримент

Результати вимірювань відразу заносьте до таблиці.

Дослід 1. Підвісьте брусок до гачка динамометра та виміряйте вагу P бруска.

Дослід 2. За допомогою кнопок закріпіть на дошці аркуш паперу. Зберіть установку, як показано на рис. 2. На аркуші паперу позначте положення вузлика й нарисуйте лінії, уздовж яких розташовані нитки. За допомогою динамометра виміряйте сили T_1 і T_2 натягу ниток. Для цього:

- 1) зніміть зі цвяха одну з петель, надягніть її на гачок динамометра й, притискаючи динамометр до дошки, відтягніть нитку так, щоб розташування ниток і вузлика точно збіглося з початковим;
- 2) запишіть показ динамометра;
- 3) повторіть вимірювання для другої половини нитки, запишіть показ динамометра;
- 4) зніміть аркуш паперу.

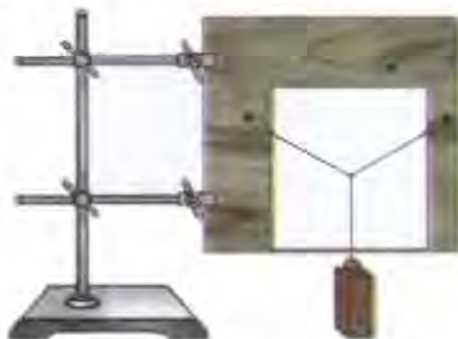


Рис. 2

Дослід 3. Повторіть дії, описані в досліді 2, надягнувши одну з петель нитки на третій цвях і таким чином розташувавши нитки під іншим кутом.

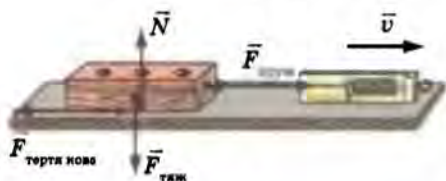


Рис. 3

Дослід 4. Покладіть брусок на дерев'яну лінійку. Виміряйте модуль сили тертя ковзання $F_{\text{тертя ковз}}$, що діє на брусок: зачепивши брусок за гачок динамометра, якомога рівномірніше переміщуйте брусок уздовж лінійки (рис. 3). Оскільки брусок рухається рівномірно прямолінійно, то дії сил скомпенсовані, отже, $F_{\text{тертя ковз}} = F_{\text{пруж}}$.

Номер досліду	Вага бруска P , Н	Модуль сили тертя ковзання $F_{\text{тертя ковз}}$, Н	Модуль сили натягу нитки		Модуль рівнодійної сил T_1 і T_2 F , Н
			T_1 , Н	T_2 , Н	
1		—	—	—	—
2		—			
3		—			
4			—	—	—



Опрацювання результатів експерименту

- Для дослідів 1 і 4 виконайте пояснювальні рисунки, на яких у певному масштабі покажіть сили, які діють на брусок. Укажіть вибраний вами масштаб.
- На аркушах паперу, знятих з фанери, накресліть в певному масштабі вектори сил T_1 і T_2 , прикладених до вузлика. Знайдіть за правилом паралелограма рівнодійну цих сил. Порівняйте модулі та напрямки рівнодійної сил натягу ниток і ваги бруска. Закінчіть заповнення таблиці.
- Скориставшись формулою $\Delta F = \sqrt{\Delta F_{\text{прл}}^2 + \Delta F_{\text{вип}}^2}$, визначте абсолютну похибку вимірювань ваги та сили тертя ковзання ($\Delta P = \Delta F_{\text{тертя ковз}} = \Delta F$) (досліди 1 і 4). Оскільки в даному випадку ви проводили *тільки одне вимірювання*, випадкова похибка становитиме половину ціни поділки шкали динамометра.
- Подайте результати вимірювань ваги та сили тертя ковзання в такому вигляді: $P = P_{\text{вимір}} \pm \Delta P$, $F_{\text{тертя ковз}} = F_{\text{тертя ковз, вимір}} \pm \Delta F$.
- Визначте інтервали, в яких містяться істинні значення модулів виміряних сили тертя ковзання й ваги бруска; позначте їх на числовій осі.

**Аналіз експерименту та його результатів**

Проаналізуйте експеримент і його результати. Зробіть висновок, у якому зазначте, яку фізичну величину ви вимірювали, які результати отримали, у чому переконалися на досліді; вкажіть, що може спричинити можливу розбіжність результатів вимірювань ваги бруска й рівнодійної сил натягу ниток.

**Творче завдання**

Продумайте й запишіть план проведення експерименту з визначення рівнодійної двох сил; напрямлених у протилежні боки. Проведіть експеримент, виконайте пояснювальний рисунок, запишіть результати експерименту.

§ 17. ІНЕРТНІСТЬ. МАСА ТІЛА

Із повсякденного життя ви добре знаєте, що зміна швидкості руху тіла залежить не тільки від сили, яка діє на тіло. Якщо до м'яча та слона прикласти однакову силу, то очевидно, що швидкість слона зміниться менше (у будь-якому разі для зміни його швидкості потрібно більше часу). Тобто різним тілам властиво по-різному відгукуватися на ту саму дію. Про те, що це за властивість і яка фізична величина її характеризує, ви дізнаєтесь із цього параграфа.

**Як тіла змінюють швидкість свого руху**

Щоб змінити швидкість руху будь-якого тіла, обов'язково потрібен час — швидкість не може змінюватися миттєво. Так, перш ніж зрушити валізу з місця, ми якийсь час діємо на неї рукою; куля під дією порохівих газів набуває певної швидкості за час руху всередині дула; автомобіль зупиняється не миттєво, а через якийсь час.



Властивість тіла, яка полягає в тому, що для зміни швидкості руху тіла потрібен деякий час, називають **інертністю**.

Якщо на два різних тіла діяти з однаковою силою, то для певної зміни швидкості руху більш інертного тіла потрібно більше часу, ніж для такої самої зміни швидкості руху тіла, яке має меншу інертність (у наведеному вище прикладі слон інертніший за м'яч). Це означає, що в результаті дії даної сили більш інертне тіло набуває меншого прискорення, ніж менш інертне.

**Що таке маса тіла та які властивості вона має**

Для зміни швидкості будь-якого тіла потрібен час, тобто будь-яке тіло має інертність. Ця властивість тіла характеризується *інертною масою*. У той же час будь-яке тіло має властивість гравітаційно взаємодіяти з іншими тілами. Ця властивість тіла характеризується *гравітаційною масою*. Зараз експериментально встановлено, що *інертна маса тіла дорівнює його гравітаційній масі*. Тому далі будемо говорити просто про масу тіла.



Маса m — фізична величина, яка є мірою інертності та мірою гравітації тіла.*

* Маса є також мірою енергії — детальніше про це йтиметься далі.

Одиниця маси в СІ — **кілограм** (кг). 1 кг дорівнює масі міжнародного еталона кілограма.

Основні властивості маси

1. *Маса тіла — величина інваріантна:* вона не залежить від вибору СВ. Наприклад, маса пасажирів в потязі, що рухається, дорівнює його масі на пероні.
2. *Маса тіла не залежить від швидкості руху тіла.* Ця властивість маси є наслідком її інваріантності.
3. *Маса тіла — величина адитивна:* маса тіла дорівнює сумі мас усіх частинок, із яких складається тіло, а маса системи тіл дорівнює сумі мас тіл, що утворюють систему. Наприклад, маса авторучки дорівнює сумі мас молекул, з яких вона складається, і сумі мас її деталей.
4. *У класичній механіці виконується закон збереження маси:* у ході будь-яких процесів у системі тіл загальна маса системи залишається незмінною; маса тіла не змінюється під час його взаємодії з іншими тілами.

На перший погляд, перелічені властивості маси є очевидними, однак, щоб їх довести, був потрібен цілий ряд серйозних експериментальних і теоретичних досліджень.

3 Як виміряти масу тіла

Виміряти масу тіла означає порівняти її з масою еталона (з масою тіла, масу якого взято за одиницю). Один із найпоширеніших способів прямого вимірювання маси тіла — *зважування*. Оскільки маса — міра гравітації, то тіла, які мають рівну масу, однаково притягаються до Землі.

Зважування — один із найзручніших способів вимірювання маси, однак не універсальний. Як, наприклад, виміряти масу молекули або масу Місяця, адже покласти ці об'єкти на ваги неможливо? У таких випадках використовують той факт, що маса — міра інертності. Під час будь-якої взаємодії двох тіл відношення їхніх мас обернено пропорційне відношенню модулів прискорень, набутих тілами в результаті цієї взаємодії (рис. 17.1):

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}.$$

Таким чином, якщо маса одного з тіл (наприклад m_1) відома, а масу другого тіла (m_2) потрібно визначити, то, вимірявши прискорення, набуті цими тілами в результаті взаємодії, можна обчислити масу другого тіла:

$$m_2 = \frac{m_1 a_1}{a_2}.$$

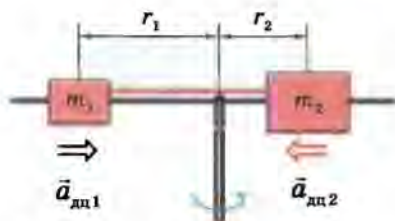


Рис. 17.1. Вимірювання прискорень, яких набувають тіла в результаті взаємодії. Два циліндри масами m_1 і m_2 наділи на стрижень відцентрової машини, зв'язали ниткою й розкрутили. Ковзаючи вздовж стрижня, кожний циліндр зупинився на певній відстані від осі обертання (відповідно r_1 і r_2). Дослід показує, що за будь-якої частоти обертання $\frac{a_{\text{acc } 1}}{a_{\text{acc } 2}} = \frac{m_2}{m_1}$

Підбиваємо підсумки

Властивість тіла відгукуватися певним прискоренням на дію називають інертністю. Інертність — властивість тіла, яка полягає в тому, що для зміни швидкості руху тіла потрібен деякий час.

Маса m — фізична величина, яка є мірою інертності та мірою гравітації тіла. Одиниця маси в СІ — кілограм (кг).

Виміряти масу тіла означає порівняти її з масою тіла, масу якого взято за одиницю. Способи вимірювання маси тіла: зважування; за відношенням прискорень, набутих цим тілом і тілом відомої маси в результаті взаємодії.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення інертності. 2. Обґрунтуйте, чому можна стверджувати, що слон інертніший за м'яч. 3. Що таке маса тіла? Яка одиниця маси в СІ? 4. Пригадайте, що являє собою еталон маси. 5. Назвіть основні властивості маси. 6. Що означає виміряти масу тіла? Які способи вимірювання маси ви знаєте?

Вправа № 14

- Наведіть приклади пар тіл, одне з яких більш інертне, ніж друге (наприклад: Земля більш інертна, ніж Місяць; стіл більш інертний, ніж стілець).
- Сталевий візок, рухаючись зі швидкістю 4 м/с, зіткнувся з нерухомим алюмінієвим візком і після цього продовжив свій рух зі швидкістю 1 м/с. Якої швидкості набув у результаті зіткнення алюмінієвий візок, якщо його маса в три рази менша, ніж сталевого візка?
- Два циліндри — мідний і дерев'яний (дубовий) — зв'язали ниткою й розкрутили на відцентровій машині. При цьому виявилось, що мідний циліндр розташувався на відстані 8 см від осі обертання. Якою є довжина нитки, якщо об'єми циліндрів однакові?

Експериментальне завдання

Підвісьте на тонкій нитці тягар, знизу прикріпіть таку саму нитку (див. рисунок). Повільно тягніть нижню нитку доти, доки верхня нитка не обірветься. Повторіть дослід, але цього разу за нижню нитку різко смикніть. Поясніть одержані результати, зробіть висновки.



§ 18. ДРУГИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Ми вже багато разів говорили про геніального англійського вченого Ісаака Ньютона. За свої наукові заслуги він навіть одержав лицарське звання й титул лорда. «Природа для нього була відкритою книгою, яку він читав без зусиль», — писав про цього вченого Альберт Ейнштейн. У роботі «Математичні начала натуральної філософії» (1687) Ньютон сформулював *«аксіоми руху»* — їх тепер називають *законами Ньютона*. Про другий закон Ньютона — основний закон динаміки — йтиметься в цьому параграфі.

Другий закон Ньютона

У результаті дії на тіло деякої сили тіло набуває прискорення, значення якого залежить від маси цього тіла. З'ясуємо експериментально, якою залежністю пов'язані сила, прискорення та маса тіла.

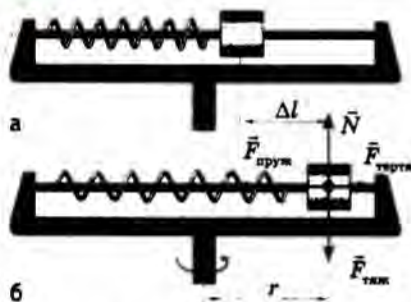


Рис. 18.1. Дослід зі встановлення другого закону Ньютона за допомогою відцентрової машини: а — поки машині не надано обертання, пружина залишається нерозтягнутою й сила пружності пружини, що діє на циліндр, дорівнює нулю; б — після початку обертання пружина розтягується й на циліндр починає діяти сила пружності пружини, надаючи йому доцентрового прискорення

Для експерименту скористаємося циліндром, надітим на стрижень відцентрової машини, та пружиною, один кінець якої прикріплено до циліндра, а другий — до рами машини (рис. 18.1, а).

Під час обертання на циліндр діють чотири сили: сила пружності $\vec{F}_{\text{пруж}}$ пружини, сила тертя $\vec{F}_{\text{тертя}}$ циліндра об вісь машини, сила тяжіння $\vec{F}_{\text{тяж}}$ та сила нормальної реакції опори \vec{N} (рис. 18.1, б). Сила тяжіння скомпенсована силою реакції опори, а отвір і стрижень добре відшліфовані та змащені, тому силою тертя циліндра об стрижень можна знехтувати. Таким чином, можна з достатньою точністю стверджувати, що в даному випадку причина прискорення циліндра — тільки сила пружності, значення якої легко визначити за видовженням Δl пружини: $F_{\text{пруж}} = k\Delta l$, де k — жорсткість пружини.

Дослід показує: чим швидше обертається машина, тим більше видовжується пружина. При цьому у скільки разів збільшується сила пружності пружини, у стільки ж разів збільшується доцентрове прискорення, якого набуває циліндр у результаті дії цієї сили. Таким чином, *прискорення тіла прямо пропорційне прикладеній до цього тіла силі*:

$$a \sim F.$$

Досліди з циліндрами різної маси дають такий результат: за незмінної сили пружності (видовження пружини не змінюється) прискорення, якого набуває циліндр, зменшується у стільки ж разів, у скільки разів збільшується маса циліндра. Отже, *прискорення, якого набуває тіло внаслідок дії даної сили, обернено пропорційне масі цього тіла*:

$$a \sim \frac{1}{m}.$$

В інерціальних системах відліку при будь-якій взаємодії виконуються співвідношення: $a \sim F$ і $a \sim \frac{1}{m}$. Об'єднавши ці співвідношення й узявши до уваги, що напрямком прискорення тіла завжди збігається з напрямком сили, у результаті дії якої це прискорення набуте ($\vec{a} \uparrow \vec{F}$), сформулюємо **другий закон Ньютона**:

Прискорення, якого набуває тіло внаслідок дії сили, прямо пропорційне цій силі та обернено пропорційне масі тіла:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Цей вираз можна записати і для модулів:

$$a = \frac{F}{m}, \text{ і для проекцій: } a_x = \frac{F_x}{m}; a_y = \frac{F_y}{m}; a_z = \frac{F_z}{m}.$$

2 Що впливає з другого закону Ньютона

Наслідки із другого закону Ньютона

1. Прискорення визначається силою, яка діє на тіло (сила — причина прискорення). Змінення сили приводить до змінення прискорення, а не навпаки.
2. Якщо на тіло одночасно діють кілька сил, то у формулі, яка є математичним записом другого закону Ньютона, силу слід розуміти як рівнодійну \vec{F} усіх сил, прикладених до тіла: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$ (рис. 18.2). У цьому випадку другий закон Ньютона можна записати так:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n}{m}, \text{ або } \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = m\vec{a}.$$

Останньою формулою зручно користуватися для розв'язування задач.

3. Напрямок прискорення руху тіла завжди збігається з напрямком рівнодійної сил, прикладених до тіла.
4. Якщо сили, що діють на тіло, скомпенсовані, тобто $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$, то $\vec{a} = 0$ (рис. 18.3). Таким чином, закон інерції можна сформулювати так: *тіло перебуває у стані спокою або рухається з постійною швидкістю ($\vec{a} = 0$), якщо рівнодійна сил, прикладених до тіла, дорівнює нулю.*
5. Тіло рухається рівноприскорено тільки в тому випадку, якщо рівнодійна сил, прикладених до тіла, не змінюється з часом.

Справді, оскільки $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$, а $m = \text{const}$, то

$$\vec{a} = \text{const}, \text{ якщо } \vec{F} = \text{const}.$$

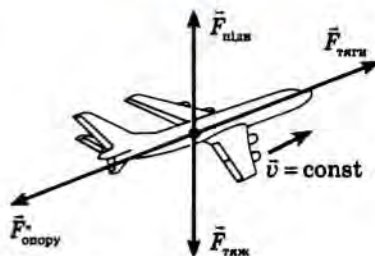
6. На підставі другого закону Ньютона встановлюється одиниця сили: якщо маса тіла дорівнює 1 кг, а прискорення, якого набуває тіло в результаті дії сили, дорівнює 1 м/с², то з рівності $F = ma$ маємо, що сила дорівнює одиниці сили — 1 Н (1 Н = 1 кг · 1 м/с²).



Рис. 18.2. Сила \vec{F} — рівнодійна сили тяжіння $\vec{F}_{\text{тяж}}$, сили нормальної реакції опори \vec{N} і сили тертя ковзання $\vec{F}_{\text{тертя ковзання}}$, що діють на лижника під час спуску з гори. Сила \vec{F} викликає прискорення \vec{a} лижника



а



б

Рис. 18.3. Якщо рівнодійна сил, прикладених до тіла, дорівнює нулю, то тіло перебуває у стані спокою (а) або рухається з постійною швидкістю (б)

3 Чому другий закон Ньютона називають основним законом динаміки

Другий закон Ньютона дозволяє встановити причини багатьох механічних явищ, за його допомогою можна розв'язати більшість практичних задач на рух тіл. Другий закон Ньютона дозволяє розв'язати основну задачу механіки — визначити положення тіла в будь-який момент часу. Справді, знаючи масу тіла та сили, що діють на нього, легко визначити прискорення цього тіла. Знаючи ж залежність прискорення тіла від часу та початкові умови руху (початкову швидкість, початкові координати тіла), можна визначити координати і швидкість руху тіла в будь-який момент часу.

1 Підбиваємо підсумки

Другий закон Ньютона — основний закон динаміки. Цей закон виконується тільки в інерціальних СВ: прискорення \vec{a} , якого набуває тіло під дією сили \vec{F} , прямо пропорційне цій силі та обернено про-

порційне масі m тіла: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$.

Наслідки із другого закону Ньютона:

1) сила — причина прискорення; прискорення визначається силою, а не навпаки;

2) якщо на тіло одночасно діють кілька сил ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$),

то другий закон Ньютона можна записати так: $\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n}{m}$, або

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = m\vec{a};$$

3) напрямок прискорення завжди збігається з напрямком рівнодійної сил, прикладених до тіла;

4) якщо сили, що діють на тіло, скомпенсовані, то тіло перебуває в спокої або рухається з постійною швидкістю (якщо $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$, то $\vec{a} = 0$);

5) тіло рухається рівноприскорено тільки в тому випадку, якщо рівнодійна сил, прикладених до тіла, не змінюється з часом;

6) одиниця сили (ньютон) встановлюється на підставі другого закону Ньютона: $1\text{ Н} = 1\text{ кг} \cdot 1\text{ м/с}^2$.

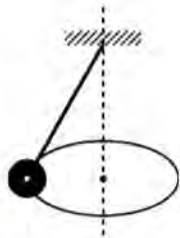
Контрольні запитання

1. Від яких чинників залежить прискорення тіла? Опишіть дослід, що встановлює цю залежність. 2. Сформулюйте другий закон Ньютона, запишіть його математичний вираз. 3. Чому другий закон Ньютона називають основним законом динаміки? 4. Що можна сказати про напрямок сили та прискорення, якого ця сила надає тілу? 5. Як записати другий закон Ньютона, якщо на тіло діють кілька сил? 6. Сформулюйте закон інерції, спираючись на другий закон Ньютона. 7. Якою є умова рівноприскореного руху тіла?

Вправа № 13

1. Як напрямлена рівнодійна сил, прикладених до автомобіля, коли він розганяється на горизонтальній ділянці дороги? 2. Чи можна виходячи з формули $\vec{F} = m\vec{a}$ стверджувати, що сила, яка діє на тіло, залежить від маси цього тіла та прискорення, якого надає тілу дана сила?

3. Тіло масою 2 кг, яке рухається на південь, змінює швидкість свого руху внаслідок дії постійної сили 10 Н, напрямленої на схід. Визначте модуль і напрямок прискорення тіла.
4. Кулька масою 200 г закріплена на невагомому стрижні й рівномірно рухається по колу радіусом 10 см (див. рисунок). Які сили діють на кульку? Куди напрямлена їхня рівнодійна? Визначте її значення, якщо кулька здійснює 10 обертів за 5 с.
5. На тіло масою 5 кг діють дві взаємно перпендикулярні сили: 9 Н і 12 Н. Визначте прискорення цього тіла.
6. Під дією сили 15 кН тіло рухається прямолінійно так, що його координата змінюється за законом: $x = -200 + 9t - 3t^2$. Визначте масу цього тіла.



§ 19. ТРЕТІЙ ЗАКОН НЬЮТОНА



Вдарте долонею об парту. Боляче? Але чому? Адже це ви били парту, а не парту вас. Потягніть свого товариша за руку, стоячи на гладенькому льоду. Хто зрушить з місця? Обидва? А чому? Адже це ви тягнули товариша, а не товариш вас. Чи зможете ви, вхопившись за волосся, витягти себе з води? Ні? Але чому? Ви ж легко можете витягти в такий спосіб з води дорослу людину, що важча за вас. На ці та інші запитання вам допоможе відповісти третій закон Ньютона.



Третій закон Ньютона

Ми вже говорили про те, що в природі не буває так, що, наприклад, тіло A діє на тіло B , а тіло B при цьому не діє на тіло A . Тіла завжди взаємно діють одне на одне — *взаємодіють*. З'ясуємо, яким співвідношенням пов'язані сили, з якими тіла діють одне на одне. Для цього звернемося до досліду.

Поставимо на горизонтальну поверхню два однакові легкорухомі візки та за допомогою динамометрів прикріпимо їх до вертикальних стійок. На візках закріпимо по магніту так, щоб вони були повернені один до одного різнойменними полюсами. У результаті візки притягнуться, розтягнувши пружини динамометрів (рис. 19.1). Дослід демонструє, що покази обох динамометрів будуть однаковими. Це означає, що з якою силою магніт A притягує магніт B , з такою ж силою магніт B притягує магніт A : $F_1 = F_2$. Сили при цьому мають протилежні напрямки: $\vec{F}_1 \uparrow \vec{F}_2$.

Можна провести безліч дослідів із вимірювання сил, з якими взаємодіють два тіла, і результат завжди буде однаковим: ці сили будуть рівними за модулем і протилежними за напрямком (рис. 19.2–19.5).

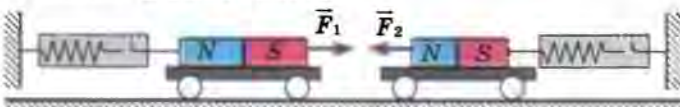


Рис. 19.1. Сили, що виникають під час взаємодії магнітів, рівні за модулем і протилежні за напрямком: $F_1 = F_2$, $\vec{F}_1 \uparrow \vec{F}_2$, отже, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

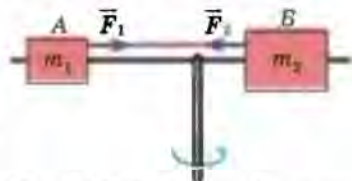


Рис. 19.2. За будь-якої частоти обертання відцентрової

машини $\frac{a_{\text{дн}1}}{a_{\text{дн}2}} = \frac{m_2}{m_1}$. Звідси:

$m_1 a_{\text{дн}1} = m_2 a_{\text{дн}2}$, інакше: $F_1 = F_2$, тобто з якою силою циліндр A тягне циліндр B , з такою ж силою циліндр B тягне циліндр A ; ці сили напрямлені назустріч одна одній, отже, їхні напрямки протилежні: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$



Рис. 19.3. Якщо взяти в руки два однакові динамометри, зчепити гачками й потягти в різні боки, то обидва динамометри покажуть однакові за модулем сили: $\vec{F}_{\text{пруж}1} = -\vec{F}_{\text{пруж}2}$



Рис. 19.4. На кожному з двох одноіменно заряджених кульок діє сила Кулона з боку іншої кульки. Ці сили є рівними за модулем і протилежними за напрямком: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

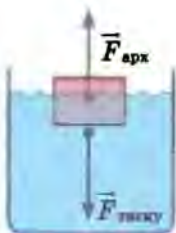


Рис. 19.5. Сила $\vec{F}_{\text{арх}}$, з якою вода виштовхує дерев'яний брусок, що плаває на її поверхні, дорівнює за модулем і протилежна за напрямком силі $\vec{F}_{\text{тиску}}$, з якою брусок тисне на воду: $\vec{F}_{\text{арх}} = -\vec{F}_{\text{тиску}}$

Взаємодію тіл описує закон взаємодії — третій закон Ньютона*:

Сили, з якими тіла діють одне на одне, напрямлені вздовж однієї прямої, рівні за модулем і протилежні за напрямком:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},$$

де \vec{F}_{12} — сила, з якою друге тіло діє на перше; ця сила прикладена до першого тіла; \vec{F}_{21} — сила, з якою перше тіло діє на друге; ця сила прикладена до другого тіла.

2 Якими є особливості взаємодії тіл

Звернувшись до вищезазначених прикладів, можна помітити низку особливостей.

1. *Третій закон Ньютона виконується як у випадках безпосереднього контакту тіл* (див. рис. 19.2, 19.3, 19.5), так і у випадках взаємодії тіл на відстані (див. рис. 19.1, 19.4).

2. *Сили завжди виникають парами*: якщо присутня сила \vec{F}_1 , що діє на тіло А з боку тіла В, то обов'язково присутня рівна їй за модулем і протилежно напрямлена сила \vec{F}_2 , що діє на тіло В з боку тіла А. Зверніть увагу: прояви цих сил (або однієї з них) не завжди помітні. Наприклад, під час ходьби ви відштовхуєтеся від поверхні Землі, отже, на вас діє сила з боку Землі. Відповідно до третього закону Ньютона, з такою самою силою ви штовхаєте Землю назад, однак через велику масу Землі результат дії цієї сили непомітний. А от якщо ви йтимете по легкому човну, то ваша дія на нього відразу стане помітною: човен буде рухатись у напрямку, протилежному вашому руху.

3. *Пари сил, що виникають під час взаємодії двох тіл, завжди мають одну природу*. У прикладі, наведеному на рис. 19.1, обидві сили магнітні, на рис. 19.2, 19.3, 19.5 обидві сили — сили пружності, на рис. 19.4 обидві сили електростатичні.

* У формулюванні Ньютона цей закон звучав так: дії завжди існує рівна й протилежна протидія, інакше: дії двох тіл одне на одне між собою рівні й напрямлені протилежно.

4. Здавалося б, якщо за будь-якої взаємодії тіл виникає пара сил, рівних за модулем і протилежних за напрямком, такі сили мають зрівноважувати одна одну, а це рівнозначно тому, що дії немає; отже, виходить, що ми приречені або на нерухомість, або на безперервний рух. Але ж у реальності це не так! Річ у тім, що *зрівноважуються тільки ті сили, які прикладені до одного тіла, а сили, які виникають під час взаємодії, прикладені до різних тіл, тому вони не можуть зрівноважити (компенсувати) одна одну.*

3 Учимся розв'язувати задачі

Задача. Посудина з водою зрівноважена на терезах. Чи зміниться рівновага терезів, якщо опустити у воду палець, не торкаючись при цьому дна й стінок посудини?

Аналіз фізичної проблеми. Оскільки палець взаємодіє з водою, то для розв'язання задачі скористаємося третім законом Ньютона та умовою рівноваги тіл.

Розв'язання. Перед початком досліду терези перебувають у рівновазі, отже, сили, що діють на праве та ліве плечі терезів, є рівними. Після занурення пальця у воду на нього почне діяти архімедова сила, напрямлена вертикально вгору. Відповідно до третього закону Ньютона сили виникають парами, тому з боку пальця на воду теж почне діяти сила — рівна за модулем архімедовій силі й напрямлена вниз. Таким чином, палець (навіть не торкаючись дна та стінок посудини) штовхне воду, а разом з нею й посудину вниз — рівновага терезів порушиться в бік посудини з водою.

Відповідь: рівновага терезів порушиться в бік посудини з водою.

1 Підбиваємо підсумки

Тіла завжди взаємно діють одне на одне — взаємодіють. Взаємодію тіл описує третій закон Ньютона (закон взаємодії): сили, з якими тіла діють одне на одне, напрямлені вздовж однієї прямої, рівні за модулем і протилежні за напрямком: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

Особливості взаємодії тіл: третій закон Ньютона виконується як у випадках безпосереднього контакту тіл, так у випадках взаємодії тіл на відстані; сили завжди виникають парами; пари сил, що виникають під час взаємодії, завжди мають одну природу; ці сили не зрівноважують одна одну, тому що прикладені до різних тіл.

2 Контрольні запитання

1. Сформулюйте третій закон Ньютона. Яким є його математичний запис? Чому цей закон називають законом взаємодії? 2. Наведіть приклади прояву третього закону Ньютона. 3. Що можна сказати про природу сил, які виникають під час взаємодії тіл? Наведіть приклади. 4. Чому сили, що виникають під час взаємодії тіл, не зрівноважують одна одну?

Вправа № 16

1. Розгляньте гравітаційну взаємодію яблука, що висить на гілці дерева, та Землі. Що сильніше притягується: яблуко до Землі чи Земля до яблука?

2. Чи говорив правду барон Мюнхаузен, коли стверджував, що витягував себе із болота за волосся? Відповідь обґрунтуйте.
3. Хлопчик масою 48 кг, стоячи на ковзанах на льоду, відштовхує від себе кулю масою 3 кг, надаючи їй у горизонтальному напрямку прискорення 8 м/с^2 . Якого прискорення набуває хлопчик?
4. Мотузка витримує натяг не більш ніж 300 Н. Чи порветься ця мотузка, якщо двоє чоловіків тягнуть її в протилежні боки силами по 200 Н кожен? Чи порветься мотузка, якщо один її кінець закріпити, а обидва чоловіки тягтимуть її за другий кінець в одному напрямку?
- 5*. Кінь везе сани. Згідно з третім законом Ньютона сани тягнуть коня назад із такою ж силою, з якою кінь тягне сани вперед. То чому ж кінь везе сани, а не навпаки? Чому вони взагалі рухаються?

§ 20. ЗАКОН ВСЕСВІТНЬОГО ТЯЖІННЯ

Кажуть, що І. Ньютон сам розповідав, як він дійшов до відкриття закону всесвітнього тяжіння. Якось учений гуляв яблуневим садом і побачив у денному небі Місяць. У цей момент на його очах з гілки впало яблуко. Ньютон знав, що яблуко впало під дією притягання Землі. Знав він і про те, що Місяць обертається навколо Землі й, отже, є якась сила, що втримує його на орбіті. Саме тоді до вченого прийшла думка про те, що, можливо, це одна сила змушує яблуко падати на землю, а Місяць залишатися на навколоземній орбіті.

Що таке гравітаційна взаємодія

Усі без винятку фізичні матеріальні тіла у всесвіті притягуються одне до одного — це явище називають *всесвітнім тяжінням* або *гравітацією* (від латин. *gravitas* — вага).

Гравітаційна взаємодія — взаємодія, яка є властивою всім тілам у всесвіті й виявляється в їхньому взаємному притяганні одне до одного.

Наприклад, зараз ви і цей підручник взаємодієте силами гравітаційного притягання. Однак у цьому випадку сили настільки малі, що їх не зафіксують навіть найточніші сучасні прилади. Сили гравітаційного притягання тіл сягають помітного значення тільки тоді, коли хоча б одне з тіл має масу, яку можна порівняти з масою небесних тіл.

Гравітаційна взаємодія здійснюється за допомогою особливого виду матерії — *гравітаційного поля*, яке існує навколо будь-якого тіла: зорі, планети, людини, книжки, молекули, атома тощо.

2 Якою є історія відкриття закону всесвітнього тяжіння

Перші вислови про тяжіння належать до античності. Так, давньогрецький мислитель *Плутарх* писав: «Місяць упав би на Землю як камінь, щойно зникла б сила його польоту».

У XVI–XVII ст. учені Європи повернулися до теорії існування взаємного тяжіння тіл. Поштовхом до її відродження стали насамперед відкриття, зроблені в астрономії: *Миколай Коперник* (рис. 20.1) довів, що в центрі Сонячної системи, «у центрі світобудови»,

розташоване Сонце, а всі планети обертаються навколо нього; *Йоганн Кеплер* (рис. 20.2) відкрив закони руху планет навколо Сонця; *Галілео Галілей* (див. рис. 1.1) створив телескоп і за його допомогою побачив супутники Юпітера.

Чому планети обертаються навколо Сонця, чому супутники обертаються навколо планет, яка сила втримує космічні тіла на орбітах? Учені дійшли висновку, що справа — у взаємному притяганні тіл. Одним із перших, хто це зрозумів, був англійський учений *Роберт Гук* (1635–1703). Він писав: «Усі небесні тіла мають притягання, або силу тяжіння, до свого центра, унаслідок чого вони не тільки притягають власні частини й перешкоджають їм розлітатися, як спостерігається на Землі, але й притягають також усі інші небесні тіла, що перебувають у сфері їхньої дії».

Саме Гук висловив припущення про те, що сила тяжіння залежить від мас тіл, які взаємодіють, і відстані між цими тілами, однак знайти математичний вираз для розрахунку цієї сили йому не вдалося. Це зміг зробити І. Ньютон, сформулювавши закон всесвітнього тяжіння, який часто називають четвертим законом Ньютона.

Як розрахувати силу гравітаційного притягання

Отримаємо закон всесвітнього тяжіння, йдучи за логікою міркувань Ньютона.

1. Спочатку встановимо, як прискорення вільного падіння, причиною якого є гравітаційне притягання Землі, залежить від відстані до центра Землі:

а) прискорення вільного падіння поблизу поверхні Землі, тобто на відстані $6,4 \cdot 10^6$ м від її центра, дорівнює $9,8 \text{ м/с}^2$ (радіус Землі $R_3 = 6,4 \cdot 10^6$ м);

б) Місяць обертається навколо Землі з періодом $T = 27,32$ доби $= 2,36 \cdot 10^6$ с по орбіті радіусом $r = 3,84 \cdot 10^8$ м $= 60R_3$. Під дією гравітаційного притягання Землі Місяць набуває доцентрового прискорення

(рис. 20.3): $a_{\text{дц}} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = 0,0027 \text{ м/с}^2$. Таким чином, Місяць «падає» на Землю з прискоренням $g_M = a_{\text{дц}} = 0,0027 \text{ м/с}^2$;



Рис. 20.1. Миколай Коперник (1473–1543) — польський астроном, творець геліоцентричної системи світу



Рис. 20.2. Йоганн Кеплер (1571–1630) — німецький астроном, астролог, математик. Відкрив закони руху небесних тіл (закони Кеплера), які згодом були використані Ньютоном для обґрунтування закону всесвітнього тяжіння



Рис. 20.3. Доцентрове прискорення Місяця зумовлене його притяганням до Землі

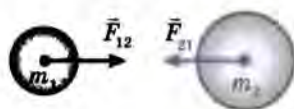


Рис. 20.4. Згідно з третім законом Ньютона модуль сили \vec{F}_{21} , з якою тіло масою m_2 притягує тіло масою m_1 , дорівнює модулю сили \vec{F}_{12} , з якою тіло масою m_1 притягує тіло масою m_2

в) прискорення вільного падіння не залежить від маси тіла, тому будь-яке тіло, віддалене від центра Землі на відстань Місяця, падатиме з прискоренням $0,0027 \text{ м/с}^2$. Тобто при збільшенні відстані r до центра Землі в 60 разів прискорення вільного падіння тіла зменшується в 60^2 разів $\left(\frac{g}{g_M} = \frac{9,8}{0,0027} = 3600 \right)$.

Таким чином, прискорення вільного падіння g обернено пропорційне квадрату відстані r від тіла до центра Землі: $g \sim \frac{1}{r^2}$.

2. Згідно з другим законом Ньютона $g \sim F$, отже:

$$F \sim \frac{1}{r^2}, \quad (1)$$

тобто сила гравітаційного притягання двох тіл обернено пропорційна квадрату відстані між ними.

3. Відповідно до другого закону Ньютона Земля всім тілам поблизу її поверхні надає прискорення $g = \frac{F}{m}$. Але це прискорення не залежить від маси тіла — таке є можливим тільки в разі, якщо сила гравітаційної взаємодії прямо пропорційна масі тіла ($F \sim m$).

4. Відповідно до третього закону Ньютона два тіла масами m_1 і m_2 взаємодіють із рівними за модулем силами (рис. 20.4), але $F_{12} \sim m_1$, а $F_{21} \sim m_2$. Отже, сила гравітаційної взаємодії двох тіл прямо пропорційна добутку мас цих тіл:

$$F \sim m_1 m_2. \quad (2)$$

Об'єднавши висновки (1) і (2), одержимо **закон всесвітнього тяжіння**:

Між будь-якими двома тілами діють сили взаємного притягання, які прямо пропорційні добутку мас цих тіл і обернено пропорційні квадрату відстані між ними:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де m_1 і m_2 — маси тіл, що взаємодіють; r — відстань між тілами; G — гравітаційна стала (коефіцієнт пропорційності, однаковий для всіх тіл), $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

Закон всесвітнього тяжіння — видатне досягнення природознавства. Він дозволяє описати велике коло явищ, у тому числі рух природних і штучних тіл у Сонячній системі, рух подвійних зір, зоряних скупчень тощо. У сучасній астрономії, базуючись на цьому законі, обчислюють маси небесних тіл, визначають характер їхнього руху, будову, еволюцію.



Якими є межі застосування закону всесвітнього тяжіння

Формула закону всесвітнього тяжіння дає точний результат у таких випадках:

- 1) якщо розміри тіл нехтовно малі порівняно з відстанню між ними, тобто коли тіла можна вважати матеріальними точками;
- 2) якщо обидва тіла мають кулясту форму та сферичний розподіл речовини; у цьому випадку за відстань між тілами беруть відстань між центрами сфер;
- 3) якщо одне з тіл, що взаємодіють, — куля, розміри та маса якої значно більші, ніж розміри та маса другого тіла, яке перебуває на поверхні цієї кулі або поблизу неї.

Однак коли гравітаційні поля настільки сильні, що розганяють тіла, які перебувають в них, до швидкостей порядку швидкості світла, або коли частинки, що пролітають поблизу масивних тіл, ще на віддалі від цих тіл мали швидкість руху, яку можна порівняти зі швидкістю світла, силу гравітаційного притягання не можна розрахувати за законом всесвітнього тяжіння Ньютона. У загальному випадку тяжіння описується загальною теорією відносності, створеною Альбертом Ейнштейном (1879–1955).



Як виміряли гравітаційну сталу

Гравітаційна стала G — одна із фундаментальних констант у фізиці. З формули $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ випливає:

$$G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}.$$

Якщо $m_1 = m_2 = 1$ кг, а $r = 1$ м, то $\{G\} = \{F\}$, тобто гравітаційна стала чисельно дорівнює силі гравітаційного притягання двох матеріальних точок масою 1 кг кожна, які перебувають на відстані 1 м одна від одної. У цьому й полягає фізичний зміст гравітаційної сталої.

Гравітаційну сталу вперше виміряв англійський учений Генрі Кавендіш (рис. 20.5) у 1798 р. за допомогою крутильних терезів (рис. 20.6). Вимірявши силу F гравітаційного притягання кульок відомих мас m_1 і m_2 та відстань r між кульками,



Рис. 20.5. Генрі Кавендіш (1731–1810) — англійський фізик і хімік. За кілька років до Ш. Кулона встановив закон взаємодії електричних зарядів. Учений визначив гравітаційну сталу; масу та середню густину Землі

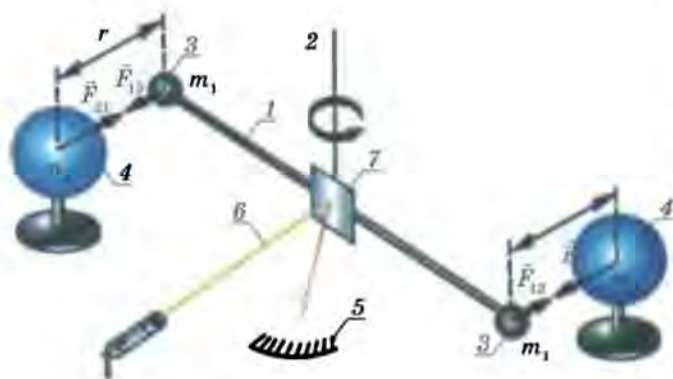


Рис. 20.6. Схема досліду з визначення гравітаційної сталої. На довгому легкому коромислі 1, підвішеному на тонкому пружному дроті 2, зрівноважено дві маленькі кульки 3 масою m , кожна. Біля маленьких кульок розміщено великі свинцеві кульки 4 масами m_2 . У результаті притягання кульок дріт закручується. Кут закручування реєструють на шкалі 5 за поворотом світлового пучка 6, який відбивається від дзеркала 7. За кутом закручування дроту визначають силу гравітаційного притягання

Кавендіш знайшов значення гравітаційної сталої, яка виявилася дуже малою величиною: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.



Підбиваємо підсумки

Взаємодію, яка є властивою всім тілам у всесвіті й виявляється в їхньому взаємному притяганні одне до одного, називають гравітаційною, а саме явище взаємного притягання — всесвітнім тяжінням або гравітацією.

Закон всесвітнього тяжіння: між будь-якими двома тілами діє сила взаємного притягання, що прямо пропорційна добутку мас цих тіл і обернено пропорційна квадрату відстані між ними: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$, де $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ — гравітаційна стала.

Закон всесвітнього тяжіння справджується: 1) для матеріальних точок; 2) для кулястих тіл зі сферичним розподілом речовини; 3) для невеликих тіл, що перебувають на поверхні значно більшої за них кулі або поблизу цієї кулі.

Контрольні запитання

1. Яку взаємодію називають гравітаційною? Наведіть приклади. 2. Доведіть, що сила всесвітнього тяжіння обернено пропорційна квадрату відстані між тілами; прямо пропорційна добутку мас тіл, що взаємодіють. 3. Сформулюйте й запишіть закон всесвітнього тяжіння. 4. Яким є фізичний зміст гравітаційної сталої? Чому вона дорівнює? 5. Хто і як з'ясував значення гравітаційної сталої? 6. Якими є межі застосування закону всесвітнього тяжіння?



Вправа № 17

- Як зміниться сила притягання між двома кульками, якщо одну з них замінити іншою, удвічі більшої маси?
- На якій відстані сила притягання між двома кульками масою 1 т кожна дорівнюватиме 0,667 мкН?
- У скільки разів сила притягання Землею супутника більша на поверхні Землі, ніж на висоті, що дорівнює сумі трьох земних радіусів?
- Визначте масу Сонця, вважаючи, що орбіта Землі є колом і що радіус земної орбіти дорівнює $1,5 \cdot 10^8$ км.

§ 21. СИЛА ТЯЖІННЯ

Якщо взяти в руки, а потім відпустити м'яч, то він обов'язково впаде. М'яч упаде і якщо підкинути його вертикально вгору або якщо, розбігшись, спробувати закинути його якнайдалі. З курсу фізики 8-го класу ви знаєте, що падіння тіл на землю — результат гравітаційної взаємодії цих тіл і Землі. Про силу, яка характеризує цю взаємодію, йтиметься в цьому параграфі.

Що таке сила тяжіння

Сила тяжіння — сила, що характеризує гравітаційну взаємодію тіл із Землею.

Згідно із законом всесвітнього тяжіння модуль сили тяжіння $F_{\text{тяж}}$, яка діє на будь-яке тіло поблизу поверхні Землі, можна обчислити за формулою:

$$F_{\text{тяж}} = G \frac{mM_{\text{З}}}{r^2} = G \frac{mM_{\text{З}}}{(R_{\text{З}} + h)^2},$$

де G — гравітаційна стала; m — маса тіла; $M_{\text{З}}$ — маса Землі; $r = R_{\text{З}} + h$ — відстань від центра Землі до даного тіла (рис. 21.1).

Сила тяжіння, що діє на тіло, направлена вертикально вниз і прикладена до точки, яку називають *центром тяжіння тіла*.

У загальному випадку положення центра тяжіння тіла можна визначити, підвішуючи тіло по черзі за будь-які дві крайні точки (рис. 21.2). Для однорідного симетричного тіла центр тяжіння розташований у центрі симетрії (рис. 21.3).

Зверніть увагу: *центр тяжіння може перебувати й поза тілом*, тобто не збігатися з жодною з його точок (рис. 21.3, г).

Від чого залежить прискорення вільного падіння

Якщо на тіло масою m діє тільки сила тяжіння $\vec{F}_{\text{тяж}}$, то це тіло вільно падає, рухаючись із прискоренням, яке дорівнює прискоренню вільного падіння ($\vec{a} = \vec{g}$).



Рис. 21.1. Відстань r від центра Землі до тіла дорівнює сумі радіуса Землі $R_{\text{З}}$ і висоти h , на якій міститься тіло над поверхнею Землі

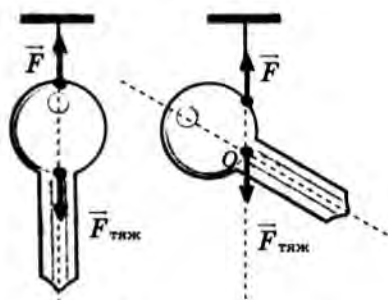


Рис. 21.2. Визначення центра тяжіння тіла: сила \vec{F} натягу нитки зрівноважує силу тяжіння $\vec{F}_{\text{тяж}}$ і розташована з нею на одній прямій, тому лінії дії сил натягу нитки — вони ж лінії дії сил тяжіння — перетнуться в центрі тяжіння тіла

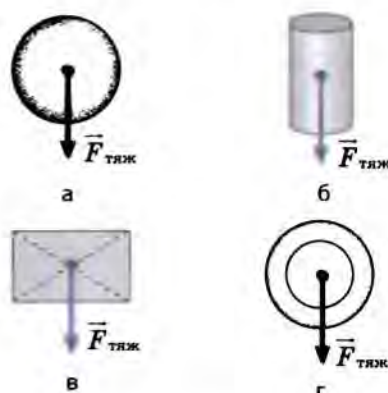


Рис. 21.3. Положення центрів тяжіння деяких однорідних симетричних тіл: а — кулі; б — циліндра; в — прямокутної пластинки; г — кільця

Відповідно до другого закону Ньютона $g = \frac{F_{\text{тяж}}}{m}$. Якщо $m = 1$ кг, то $\{g\} = \{F_{\text{тяж}}\}$, тобто прискорення вільного падіння чисельно дорівнює силі тяжіння, яка діє на тіло масою 1 кг.

Прискорення вільного падіння — це прискорення, якого набуває тіло під дією сили тяжіння і яке чисельно дорівнює силі, з якою гравітаційне поле Землі діє на тіло масою 1 кг.

З формули $g = \frac{F_{\text{тяж}}}{m}$ випливає: $F_{\text{тяж}} = mg$. Отже, маємо два вирази для визначення сили тяжіння:

$$F_{\text{тяж}} = mg; \quad F_{\text{тяж}} = G \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2}.$$

Зрівнявши праві частини цих виразів, отримаємо формулу для обчислення прискорення вільного падіння:

$$g = G \frac{M_3}{(R_3 + h)^2}.$$

Аналізуючи останню формулу, можна зробити низку висновків.

1. Прискорення вільного падіння не залежить від маси тіла (цей факт був доведений Г. Галілеєм).

2. Прискорення вільного падіння зменшується в разі підняття тіла над поверхнею Землі, причому помітна зміна відбувається при піднятті на десятки й сотні кілометрів (якщо підняти тіло на 100 км, прискорення вільного падіння меншає на $0,3 \text{ м/с}^2$).

3. Якщо тіло перебуває на поверхні Землі ($h = 0$) або поблизу неї ($h \ll R_3$), то прискорення вільного падіння обчислюють за формулою:

$$g = G \frac{M_3}{R_3^2}.$$

Слід звернути увагу ще на ряд чинників, які впливають на значення прискорення вільного падіння:

— прискорення вільного падіння залежить від географічної широти місцевості; воно незначно меншає в міру просування від полюса до екватора: на полюсах $g_{\text{пол}} \approx 9,83 \text{ м/с}^2$, на широті 45° $g \approx 9,81 \text{ м/с}^2$, на екваторі $g_{\text{екв}} \approx 9,78 \text{ м/с}^2$. Цьому є дві причини: по-перше, форма Землі — геоїд (екваторіальний радіус Землі більший за полярний на 21 км); по-друге, Земля обертається навколо своєї осі (точно кажучи, Земля не є інерціальною СВ*);

* Якщо пов'язати СВ з географічним полюсом Землі, що є нерухомим відносно осі обертання Землі, то другий закон Ньютона для будь-якої точки на поверхні Землі буде мати вигляд: $F_{\text{тяж}} = mg + ma_{\text{ц}} \Rightarrow g = \frac{F_{\text{тяж}} - ma_{\text{ц}}}{m}$.

Чим ближче до екватора, тим більшим є $a_{\text{ц}}$ і, відповідно, є меншим g .

— прискорення вільного падіння в певній місцевості може відрізнятися від його середніх значень на даній широті. Причини — в неоднорідності будови земної кори, наявності гір і западин, а також у різній густині порід, що залягають у надрах Землі. Так, зменшення прискорення вільного падіння часто свідчить про наявність у надрах торфу, нафти, газу; збільшення — про поклади металевих руд. Метод пошуку покладів корисних копалин за точним визначенням прискорення вільного падіння називають *гравіметричною розвідкою*.

Значення прискорення вільного падіння на різних географічних широтах, на висотах, які не перевищують 10 км, і в місцях гравітаційних аномалій відрізняються незначно, тому, визначаючи рух тіл, розташованих на порівняно невеликій висоті над поверхнею Землі, вважатимемо, що прискорення вільного падіння є постійним і дорівнює $9,8 \text{ м/с}^2$; вільне падіння тіл будемо вважати рівноприскореним рухом.



Яким є прискорення вільного падіння на інших планетах

Силою тяжіння часто називають силу, що діє на якесь тіло поблизу поверхонь небесних тіл (зір, планет, супутників планет, астероїдів). Модуль цієї сили обчислюють за формулами:

$$F_{\text{тяж}} = G \frac{mM}{(R+h)^2}; \quad F_{\text{тяж}} = mg,$$

де G — гравітаційна стала; m — маса тіла; M — маса небесного тіла; R — радіус небесного тіла; g — прискорення вільного падіння на висоті h від поверхні небесного тіла (див. таблицю).



Підбиваємо підсумки

Сила тяжіння — сила, яка характеризує гравітаційну взаємодію тіл із Землею. Сила тяжіння напрямлена вертикально вниз і прикладена до центра тяжіння тіла. Модуль сили тяжіння можна обчислити за формулами:

$$F_{\text{тяж}} = G \frac{mM_3}{(R_3+h)^2}; \quad F_{\text{тяж}} = mg.$$

Прискорення вільного падіння чисельно дорівнює силі, з якою гравітаційне поле Землі діє на тіло масою 1 кг; воно завжди напрямлене вертикально вниз; його модуль можна обчислити за формулою:

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2}. \quad \text{Якщо } h=0, \text{ то } g = \frac{GM}{R^2} = 9,8 \text{ м/с}^2.$$

Прискорення вільного падіння не залежить від маси тіла, але залежить від висоти, на якій розташоване тіло над поверхнею Землі,

Значення прискорень вільного падіння на поверхнях планет Сонячної системи

Планета	Символ планети	Прискорення вільного падіння, м/с^2
Меркурій		3,78
Венера		8,9
Земля		9,81
Марс		3,76
Юпітер		26
Сатурн		12
Уран		11
Нептун		12

від широти місцевості (зменшується з рухом від полюса до екватора), від густини порід, що залягають у надрах Землі, та ін.

Силу гравітаційної взаємодії тіла з яким-небудь небесним тілом теж називають силою тяжіння, а прискорення, якого набувають тіла під дією цієї сили, — гравітаційним прискоренням або прискоренням вільного падіння.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення сили тяжіння. За якими формулами її обчислюють і як вона напрямлена? 2. Де розташований центр тяжіння симетричних фігур? 3. Як можна визначити положення центра тяжіння фігури довільної форми? 4. Як розрахувати прискорення вільного падіння поблизу поверхні Землі? Від яких чинників воно залежить? 5. Як розрахувати силу тяжіння поблизу поверхні небесного тіла?

Вправа № 18

1. Визначте масу тіла, якщо на поверхні Марса на це тіло діє сила тяжіння 7,52 Н. Обчисліть силу тяжіння, що діятиме на це тіло на поверхні Землі.
2. Вимірявши гравітаційну сталу, Г. Кавендіш зміг визначити масу Землі, після чого з гордістю сказав: «Я зважив Землю». Визначте масу Землі, знаючи її радіус R_z , прискорення вільного падіння на її поверхні та гравітаційну сталу.
3. Визначте гравітаційне прискорення на поверхні планети, якщо її маса у два рази менша від маси Землі, а радіус дорівнює радіусу Землі.
4. У скільки разів прискорення вільного падіння на висоті $6R_z$ менше за прискорення вільного падіння на поверхні Землі?

Експериментальне завдання

Виріжте із цупкого паперу або картону фігурку довільної форми та визначте розташування її центра тяжіння (див. рис. 21.2). Помістіть фігурку центром тяжіння на вістря голки або стрижня авторучки. Переконайтеся, що фігурка перебуває у рівновазі. Запишіть план проведення експерименту.

§ 22. РУХ ТІЛА ПІД ДІЄЮ СИЛИ ТЯЖІННЯ

Траєкторія руху м'яча, кинутого вертикально вгору або вниз, — пряма. Розбігшись, людина стрибає у воду — траєкторією руху її тіла буде гілка параболи. Снаряд, випущений із гармати під кутом до горизонту, теж опише частину параболи. Рухи всіх цих тіл відбуваються під дією сили тяжіння. Чому ж ці рухи так відрізняються один від одного? Причина — у різних початкових умовах. У цьому параграфі ви познайомитеся з розв'язанням задач на рух тіл під дією сили тяжіння.

Здійснюємо ряд спрощень

Характер реального руху тіла в полі тяжіння Землі є досить складним, і його описування виходить за межі шкільної програми. Тому, щоб розв'язувати задачі, приймемо низку спрощень:

1) СВ, пов'язану з точкою на поверхні Землі, вважатимемо інерційною;

2) розглядатимемо переміщення тіл поблизу поверхні Землі й на невеликі (порівняно з її радіусом) відстані. Тоді кривизною поверхні Землі та зміною прискорення вільного падіння можна знехтувати; інакше кажучи, Землю будемо вважати плоскою, а прискорення вільного падіння — постійним;

3) будемо нехтувати опором повітря.

Зверніть увагу: якщо прийняти тільки перші два спрощення, отриманий результат буде дуже близьким до реального; останнє ж спрощення не призведе до серйозного викривлення результату тільки у випадках, коли швидкість руху тіла досить мала.

2 Які рівняння описують рух тіл під дією сили тяжіння

Під дією сили тяжіння тіло рухається рівноприскорено з прискоренням \vec{g} . Для такого руху рівняння залежності швидкості від часу має вигляд: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$. Ця рівність показує, що рух тіла відбувається в площині, утвореній векторами \vec{v}_0 і \vec{g} , тому для описання руху тіла під дією сили тяжіння досить використати двовимірну систему координат (рис. 22.1).

Будь-який складний рух для зручності можна розкласти на декілька простих. Рух тіла під дією сили тяжіння будемо розглядати як результат додавання двох простих незалежних рухів:

1) рівномірного — уздовж осі OX (оскільки проекція сили тяжіння на вісь OX дорівнює нулю), — який описується рівняннями:

$$v_x = v_{0x}, \quad x = x_0 + v_{0x}t; \quad (1)$$

2) рівноприскореного (з прискоренням \vec{g}) — уздовж осі OY , — який описується рівняннями:

$$v_y = v_{0y} + g_y t, \quad y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}. \quad (2)$$

Зверніть увагу: характер руху тіла вздовж осі OY не залежить від того, чи мало тіло швидкість у горизонтальному напрямку (рис. 22.2).

Рівнянь (1) і (2) досить, щоб розв'язати практично будь-яку задачу на рух тіл під дією сили тяжіння.

3 Як рухається тіло, кинуте вертикально вгору або вниз

Якщо тіло кинути вертикально, то траєкторією руху тіла буде *відрізок прямої*, оскільки руху по осі OX не відбувається ($v_{0x} = 0$, а $x = x_0$) (див. рис. 22.3).

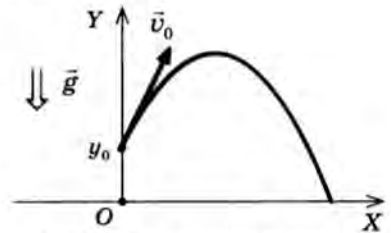


Рис. 22.1. Для описання руху тіла під дією сили тяжіння досить скористатися двовимірною системою координат. Якщо спрямувати вісь OY вертикально вгору (або вниз), а вісь OX — горизонтально, так що вектори \vec{v}_0 і \vec{g} лежатимуть у площині XOY , то в будь-який момент часу тіло перебуватиме в цій площині



Рис. 22.2. Рисунок зі стробоскопічної фотографії руху двох кульок: одночасно одну кульку кинуту горизонтально, а друга розпочала вертикальне падіння. Обидві кульки в ті самі моменти часу опиняються на однаковій висоті, тому на Землю впадуть одночасно

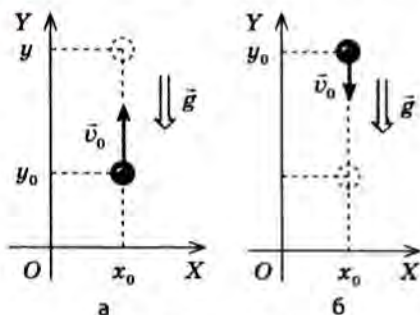


Рис. 22.3. Рух тіла, кинутого вертикально: а — вгору; б — вниз. Початок координат пов'язаний із точкою на поверхні Землі, вісь OY напрямлена вертикально вгору



Рис. 22.4. Траєкторія руху частинок струменя води, напрямлено горизонтально, являє собою вітку параболи. Зовнішній вигляд параболи залежить від початкової швидкості частинок води

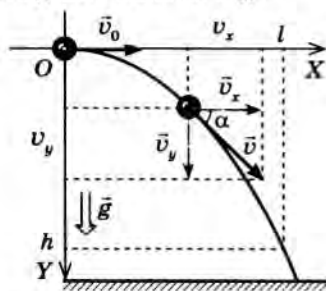


Рис. 22.5. Траєкторія руху тіла, кинуте горизонтально, являє собою вітку параболи. Швидкість v руху тіла в даній точці траєкторії можна розраховувати за теоремою Піфагора: $v^2 = v_x^2 + v_y^2$, а кут α нахилу швидкості до горизонту знайти зі співвідношення: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x}$.

Якщо початкова швидкість тіла напрямлена вертикально вгору (рис. 22.3, а), то в обраній системі координат $v_{0y} = v_0$, а $g_y = -g$, тому рівняння (2) набудуть вигляду:

$$v_y = v_0 - gt, \quad y = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Якщо початкова швидкість тіла напрямлена вертикально вниз (рис. 22.3, б), то $v_{0y} = -v_0$, $g_y = -g$, тому рівняння (2) набудуть вигляду:

$$v_y = -v_0 - gt, \quad y = y_0 - v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Із прикладом розв'язування задач на рух по вертикалі ви вже познайомилися, коли вивчали § 12.

Як рухається тіло, кинуте горизонтально

Якщо тіло кинуте горизонтально, то траєкторією його руху буде гілка параболи (рис. 22.4). Для доведення цього виведемо рівняння залежності $y(x)$ — рівняння траєкторії руху.

Виконаємо пояснювальний рисунок, на якому зазначимо осі координат, початкове положення тіла, напрямки його початкової швидкості та прискорення (рис. 22.5).

В обраній системі координат $x_0 = 0$, $v_{0x} = v_0$, $y_0 = 0$, $v_{0y} = 0$, а $g_y = g$, тому рівняння (1) і (2) набудуть вигляду:

$$v_x = v_0, \quad x = v_0 t;$$

$$v_y = gt, \quad y = \frac{gt^2}{2}.$$

З рівняння $x = v_0 t$ знайдемо t : $t = \frac{x}{v_0}$.

Підставивши одержаний вираз у рівняння $y = \frac{gt^2}{2}$, маємо: $y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$, або $y = Ax^2$, де $A = \frac{g}{2v_0^2}$ — величина стала для даного конкретного руху. З курсу математики ви знаєте, що графік функції вигляду $y = Ax^2$ — парабола.

У задачах часто потрібно визначити швидкість руху тіла в даний момент часу t . Оскільки швидкість тіла можна розкласти на складові по осі OX і по осі OY (див. рис. 22.5), то модуль швидкості можна обчислити, скориставшись теоремою Піфагора, а кут α нахилу швидкості до осі OX знайти, визначивши його тангенс:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0}.$$

Задача 1. З прямовисної скелі з висоти 20 м у море кинута камінь; у момент кидка швидкість руху каменя була напрямлена горизонтально. З якою швидкістю кинута камінь, якщо він упав у воду на відстані 16 м від скелі? Якою буде швидкість руху каменя в момент падіння в море? Під яким кутом камінь увійде у воду?

Дано:

$h = 20$ м
 $l = 16$ м
 $g = 10$ м/с²

v_0 — ?
 v — ?
 α — ?

Розв'язання

1) Виконаємо пояснювальний рисунок. Початок координат пов'яжемо з точкою кидання каменя, вісь OY напрямимо вертикально вниз, вісь OX — у напрямку початкової швидкості руху каменя (див. рис. 22.5).

2) У даному випадку: $x_0 = 0$, $v_{0x} = v_0$, $x = l$, $y_0 = 0$, $v_{0y} = 0$, $g_y = g$, $y = h$, тому рівняння (1) і (2) набудуть вигляду:

$$v_x = v_0, \quad l = v_0 t; \quad v_y = gt, \quad h = \frac{gt^2}{2}.$$

3) Із останнього рівняння визначимо час падіння: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Знаючи час падіння каменя, визначимо початкову швидкість його руху, швидкість у момент падіння та кут α , під яким камінь увійде у воду: $l = v_0 t \Rightarrow v_0 = \frac{l}{t}$; $v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{gt}{v_0}$.

Знайдемо значення шуканих величин:

$$[t] = \sqrt{\frac{\text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{м}}} = \text{с}, \quad \{t\} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = 2, \quad t = 2 \text{ с}; \quad v_0 = \frac{16 \text{ м}}{2 \text{ с}} = 8 \text{ м/с};$$

$$[v] = \sqrt{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad \{v\} = \sqrt{64 + 400} \approx 22, \quad v \approx 22 \text{ м/с};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{20}{8} = 2,5 \Rightarrow \alpha \approx 68^\circ.$$

Відповідь: початкова швидкість руху каменя $v_0 = 8$ м/с; швидкість його руху у момент падіння $v \approx 22$ м/с; камінь увійшов у воду під кутом $\alpha \approx 68^\circ$ до горизонту.

5 Як розрахувати рух тіла, кинутого під кутом до горизонту

Розглянемо рух тіла, початкова швидкість v_0 якого напрямлена під кутом α до горизонту (рис. 22.6). В обраній системі координат $x_0 = 0$, $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$, $y_0 = 0$, $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$, $g_y = -g$, тому рівняння (1) і (2) набудуть вигляду:

$$v_x = v_0 \cos \alpha, \quad x = v_0 \cos \alpha \cdot t;$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt, \quad y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

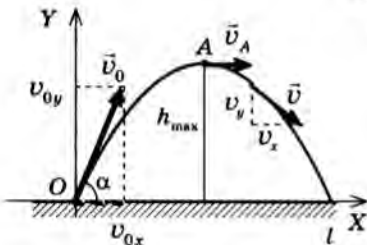


Рис. 22.6. Рух тіла, кинутого під кутом до горизонту: початок координат пов'язаний з точкою, із якої кинуто тіло; вісь OY напрямлена вертикально вниз, вісь OX — горизонтально; точка A — верхня точка траєкторії руху тіла; h_{\max} — максимальна висота підняття тіла; l — дальність польоту

Якщо з рівняння $x = v_0 \cos \alpha \cdot t$ знайти t і підставити одержаний вираз в останнє рівняння, отримаємо *рівняння траєкторії руху тіла, кинутого під кутом до горизонту*. Воно матиме вигляд квадратичної функції: $y(x) = Bx + Ax^2$. Таким чином, *траєкторія руху тіла, кинутого під кутом до горизонту, — парабола*.

Як і в разі руху тіла, кинутого горизонтально, швидкість руху тіла, кинутого під кутом до горизонту, у довільний момент часу t можна обчислити за формулою: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, а кут нахилу швидкості до осі OX визначити зі співвідношення: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x}$.

Далі, розглядаючи розв'язання задачі на рух тіла, кинутого під кутом до горизонту, визначимо ще низку параметрів, які характеризують такий рух: *час польоту, максимальну висоту підняття, дальність польоту*. Знаходити ці параметри часто необхідно, коли маємо справу з практичними завданнями.

Задача 2. Струмінь води вилітає з брандспойта зі швидкістю v_0 під кутом α до горизонту. Знайдіть час польоту частинок води в струмені, дальність їхнього польоту та найбільшу висоту підняття.

Дано:

v_0

α

$g \approx 10 \text{ м/с}^2$

$t = ?$

$h_{\max} = ?$

$l = ?$

Розв'язання

1) Виконаємо пояснювальний рисунок: початок координат пов'яжемо з точкою на поверхні Землі; вісь OY спрямуємо вертикально вгору; вісь OX — горизонтально (див. рис. 22.6).

2) В обраній системі координат $x_0 = 0$, $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$, $y_0 = 0$, $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$, $g_y = -g$, тому рівняння (1) і (2) набудуть вигляду:

$$v_x = v_0 \cos \alpha, \quad x = v_0 \cos \alpha \cdot t; \quad v_y = v_0 \sin \alpha - gt, \quad y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

3) Щоб визначити максимальну висоту підняття тіла, потрібно визначити час t_1 його підняття. Цей час можна знайти, знаючи, що у верхній точці траєкторії (точці А) швидкість v руху тіла напрямлена горизонтально, отже, її проекція на вісь OY дорівнює нулю: $v_y = 0$. Оскільки $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$, маємо:

$$v_0 \sin \alpha - gt_1 = 0 \Rightarrow v_0 \sin \alpha = gt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Знаючи час t_1 підняття тіла, визначимо координату y тіла в точці А — це й буде максимальна висота підняття тіла ($y_A = h_{\max}$):

$$y_A = v_0 \sin \alpha \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{v_0 \sin \alpha \cdot v_0 \sin \alpha}{g} - \frac{g}{2} \left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}, \text{ отже:}$$

$$h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

Загальний час t руху тіла у два рази більший за час t_1 його підняття: $t = 2t_1$, отже:

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

Дальність l польоту дорівнює координаті x тіла наприкінці руху ($l = x$). Оскільки $x = v_0 \cos \alpha \cdot t$, а $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$, то $l = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$. Із курсу математики відомо, що $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$, отже:

$$l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

Зверніть увагу: якщо $\alpha = 45^\circ$, то $\sin 2\alpha = 1$. Це максимально можливе значення синуса, отже, найбільша дальність польоту тіла досягається у випадку, якщо тіло кинуте під кутом 45° до горизонту.

Підбиваємо підсумки

Якщо на тіло діє тільки сила тяжіння, то його рух можна розглядати як результат додавання двох простих рухів: рівномірного — по осі OX і рівноприскореного (з прискоренням \vec{g}) — по осі OY . Для цих рухів рівняння залежностей швидкості та координати від часу мають вигляд: $v_x = v_{0x}$, $x = x_0 + v_{0x}t$; $v_y = v_{0y} + g_y t$, $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}$.

Наведених рівнянь досить, щоб розв'язати практично будь-яку задачу на рух тіла під дією сили тяжіння. Для розв'язання задачі потрібно: 1) виконати пояснювальний рисунок; 2) скориставшись рисунком, перейти від рівняння в проекціях до рівняння в модулях; 3) використовуючи дані задачі, розв'язати систему одержаних рівнянь.

Модуль швидкості в будь-якій точці траєкторії можна обчислити, скориставшись теоремою Піфагора: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, а кут α нахилу швидкості до осі OX знайти зі співвідношення: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x}$.

Контрольні запитання

1. Які спрощення ми приймаємо, розв'язуючи задачі на рух тіл під дією сили тяжіння? 2. Запишіть у загальному вигляді рівняння руху тіла під дією сили тяжіння. 3. Який вигляд матимуть рівняння руху, якщо тіло кинуто вертикально? горизонтально? під кутом до горизонту? 4. Якою є траєкторія руху тіла, кинутого вертикально? горизонтально? під кутом до горизонту? 5. Як визначити модуль і напрямок швидкості руху тіла в будь-якій точці траєкторії?

Вправа № 19

Розв'язуючи задачі, вважайте, що $g = 10 \text{ м/с}^2$.

- Тіло рухається тільки під дією сили тяжіння. Систему координат обрано так, що вісь OX напрямлена горизонтально, вісь OY — вертикально вгору, початок координат розташований у точці на поверхні Землі. Опишіть, зробивши відповідний рисунок, характер руху тіла, якщо:

а) $x_0 = 0, y_0 > 0, v_{0x} = 0, v_{0y} < 0$;	в) $x_0 > 0, y_0 > 0, v_{0x} < 0, v_{0y} > 0$;
б) $x_0 = 0, y_0 > 0, v_{0x} > 0, v_{0y} = 0$;	г) $x_0 = 0, y_0 > 0, v_{0x} > 0, v_{0y} < 0$.
- Стріла, випущена з лука вертикально вгору, впала на землю через 6 с. Знайдіть початкову швидкість руху стріли та максимальну висоту її підняття.
- М'яч кинутий горизонтально з висоти 2 м з початковою швидкістю 5 м/с. Через який час, з якою швидкістю та під яким кутом м'яч упаде на Землю? Визначте також дальність польоту та переміщення м'яча.
- Куля вилетіла з рушниці зі швидкістю 200 м/с у горизонтальному напрямку. Чи влучить куля у вертикальну мішень діаметром 10 см, якщо та розташована на відстані 100 м від стрільця, а її центр міститься нижче від лінії стрільби на 1 м?
- Визначте максимальну висоту підняття та дальність польоту каменя, кинутого з початковою швидкістю 10 м/с під кутом 45° до горизонту.
- Гравець посилає м'яч з висоти 1,2 м під кутом 45° до горизонту. На відстані 20 м від гравця й на висоті 7 м від підлоги розташована сітка. Чи перелетить м'яч через сітку, якщо початкова швидкість його руху 20 м/с?

Експериментальне завдання

Покладіть на стіл невелику важку кульку та штовхніть її. Під час руху по столу швидкість кульки практично не змінюється. Спробуйте її визначити без секундоміра. Це можна зробити, якщо дозволити кульці спокійно скотитися зі столу, — тоді для визначення швидкості її руху по столу буде потрібна тільки лінійка. Подумайте, як це зробити. Запишіть план експерименту та проведіть його.

§ 23. ШТУЧНІ СУПУТНИКИ ЗЕМЛІ. ПЕРША КОСМІЧНА ШВИДКІСТЬ

Серед праць І. Ньютона, присвячених відкриттю закону всесвітнього тяжіння, можна знайти рисунок, схожий на рис. 23.1. Що він означає? Уявіть, що ви стоїте на краю прямовисної скелі, біля вас — гармата й кілька ядер. Якщо просто зіштовхнути ядро зі скелі, воно падатиме вниз по прямій, а якщо випустити ядро з гармати в напрямку горизонту, то воно падатиме по параболі. А як буде рухатися ядро, якщо весь час збільшувати його початкову швидкість?

Що таке перша космічна швидкість

У § 22, коли йшлося про рух тіл під дією сили тяжіння, ми прийняли деякі спрощення. Нагадаємо: 1) СВ, пов'язану із Землею, вважаємо інерціальною; 2) прискорення вільного падіння вважаємо постійним, а Землю — плоскою; 3) не враховуємо опір повітря. Приймемо без змін перше й третє спрощення, проте врахуємо, що Земля

має форму кулі, а прискорення вільного падіння тіла залежить від висоти, на якій перебуває тіло над поверхнею Землі.

Проведемо мислений експеримент. Уявімо, що ми стріляємо з гармати ядрами в горизонтальному напрямку, з кожним пострілом збільшуючи швидкість руху ядра. Відповідно щоразу ядро падатиме все далі. Якщо уявити, що Земля є плоскою, то на цьому наш експеримент можна і закінчити: більше нічого цікавого не відбудеться. Але Земля має форму кулі, тому з кожним пострілом вона все більше й більше «йтиме» з-під ядра (див. рис. 23.1).

Тепер уявімо, що ми надали ядру такої великої швидкості, що воно облетіло навколо Землі та повернулося до місця пострілу. Опором повітря нехтуємо, тому, облетівши навколо Землі, ядро повернеться у вихідну точку точно з тією самою швидкістю, з якою було випущене. При цьому ядро не зупиниться, а й далі рухатиметься з постійною швидкістю, «намотуючи кола» навколо планети. Інакше кажучи, ми отримуємо *штучний супутник Землі*. Супутником може стати будь-яке тіло, аби тільки йому надати достатньої швидкості.

Швидкість, яку треба надати тілу в момент запуску з даної планети, щоб тіло стало її штучним супутником і при цьому рухалося б по колу, центр якого збігається з центром цієї планети, називають **першою космічною швидкістю**.

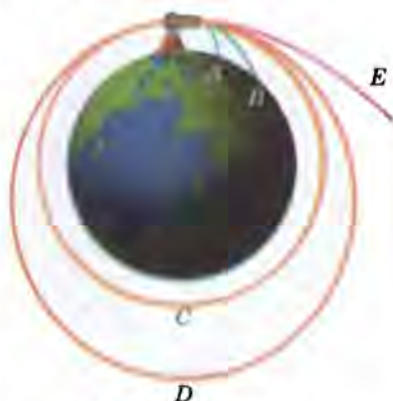


Рис. 23.1. Рух тіла під дією сили тяжіння (за рисунком І. Ньютона): снаряди А і В падають на Землю, снаряд С виходить на колову орбіту, D — на еліптичну, снаряд E летить у відкритий космос

2 Як обчислити першу космічну швидкість

Штучний супутник планети рухається по колу з постійною лінійною швидкістю, отже, він рухається з прискоренням, яке напрямлене до центра планети і модуль якого можна обчислити за формулою:

$$a_{\text{дн}} = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{R+h},$$

де v — лінійна швидкість руху супутника; $r = R + h$ — відстань від супутника до центра планети.

Доцентрового прискорення супутнику надає єдина сила, що діє на нього, — сила тяжіння (рис. 23.2): $F_{\text{тяж}} = G \frac{mM}{(R+h)^2}$, де G — гравітаційна стала; m — маса супутника; M — маса планети.

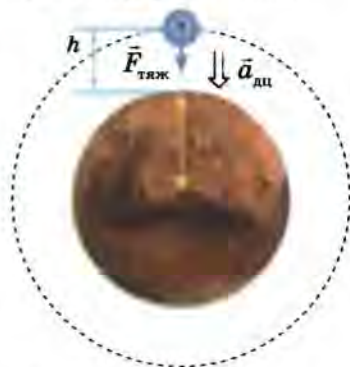


Рис. 23.2. На супутник, що рухається навколо планети по коловій орбіті на висоті h від поверхні планети, діє сила тяжіння $\vec{F}_{\text{тяж}}$ з боку планети, у результаті чого супутник має доцентрове прискорення $\vec{a}_{\text{дн}}$; R — радіус планети

Згідно з другим законом Ньютона $a_{\text{цн}} = \frac{F_{\text{тяг}}}{m} = \frac{GM}{(R+h)^2}$, таким чином: $\frac{v^2}{R+h} = \frac{GM}{(R+h)^2}$, отже, $v^2 = \frac{GM}{R+h}$, звідки:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}. \quad (1)$$

Формула (1) є формулою для обчислення швидкості руху супутника на висоті h над поверхнею планети.

Визначимо значення першої космічної швидкості поблизу поверхні Землі. Оскільки поблизу поверхні Землі $h \approx 0$, то формула (1) набуде вигляду:

$$v = \sqrt{\frac{GM_3}{R_3}}.$$

Цю формулу можна значно спростити, якщо згадати, що поблизу поверхні Землі $g = \frac{GM_3}{R_3^2}$, звідки $\frac{GM_3}{R_3} = gR_3$. Остаточного маємо:

$$v = \sqrt{gR_3}.$$

Оскільки $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, а $R_3 = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$, то $v = \sqrt{9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с}$. Отже, $v = 7,9 \text{ км/с}$ — перша космічна швидкість поблизу поверхні Землі. Саме таку швидкість у горизонтальному напрямку потрібно надати тілу на невеликій (порівняно з радіусом Землі) висоті, щоб це тіло стало штучним супутником Землі, який рухається по коловій орбіті (рис. 23.3).

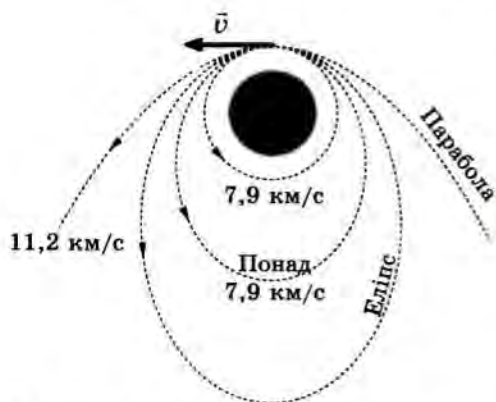


Рис. 23.3. Якщо супутник Землі має швидкість $v = 7,9 \text{ км/с}$ (першу космічну швидкість), то він рухається по коловій орбіті; за швидкості $7,9 \text{ км/с} < v < 11,2 \text{ км/с}$ він рухається по еліптичній орбіті. Розвинувши швидкість $11,2 \text{ км/с}$ (друга космічна швидкість) супутник Землі подолася її притягання та стане супутником Сонця

Про перший штучний супутник Землі та роль українських учених в освоєнні космічного простору ви дізнаєтеся, познайомившись із *Енциклопедичною сторінкою* наприкінці підручника.

3 Учимися розв'язувати задачі
Задача. Обчисліть середній радіус орбіти геостационарного супутника Землі (орбіту вважайте коловою).

(Кутова швидкість геостационарних супутників збігається з кутовою швидкістю обертання Землі, тому для спостерігача із Землі їхнє розташування на небі залишається незмінним. Для нього такий супутник постійно «висить» в одній точці над горизонтом. Геостационарні супутники використовують, наприклад, для трансляції телевізійних програм.)

Дано:

$$R_3 = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$$T = 24 \text{ ч} = 24 \cdot 3600 \text{ с} =$$

$$= 8,64 \cdot 10^4 \text{ с}$$

 $r = ?$

Аналіз фізичної проблеми, пошук математичної моделі. Оскільки кутова швидкість геостаціонарного супутника збігається з кутовою швидкістю обертання Землі, то періоди обертання супутника та Землі є однаковими ($\omega_1 = \omega_2$, $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T_1 = T_2$).

Швидкість руху супутника на висоті h над поверхнею Землі дорівнює:

$$v = \sqrt{\frac{GM_3}{R_3 + h}}, \text{ де } R_3 + h = r \text{ — радіус орбіти.}$$

Поблизу поверхні Землі $g = \frac{GM_3}{R_3^2} \Rightarrow GM_3 = gR_3^2$, звідси:

$$v = \sqrt{\frac{gR_3^2}{r}} = R_3 \sqrt{\frac{g}{r}}. \quad (1)$$

З іншого боку, лінійна швидкість v руху тіла пов'язана з періодом T його обертання співвідношенням:

$$v = \frac{2\pi r}{T}. \quad (2)$$

Розв'язання, аналіз результатів. Зрівняємо праві частини рівностей (1) і (2): $R_3 \sqrt{\frac{g}{r}} = \frac{2\pi r}{T}$, звідки знайдемо r :

$$\frac{R_3^2 g}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow R_3^2 g T^2 = 4\pi^2 r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{R_3^2 g T^2}{4\pi^2}.$$

$$\text{Остаточнo маємо: } r = \sqrt[3]{\frac{R_3^2 g T^2}{4\pi^2}}.$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$[r] = \sqrt[3]{\text{м}^2 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с}^2} = \text{м}; \quad \{r\} = \sqrt[3]{\frac{(6,4 \cdot 10^6)^2 \cdot 10 \cdot (8,64 \cdot 10^4)^2}{4 \cdot (3,14)^2}} \approx 42,4 \cdot 10^6;$$

$$r = 42,4 \cdot 10^6 \text{ м.}$$

Проаналізуємо результат: радіус Землі дорівнює $6,4 \cdot 10^6$ м, обчислений радіус орбіти — $42,4 \cdot 10^6$ м, що більше за радіус Землі й має той самий порядок; таким чином, результат цілком реальний.

Відповідь: середній радіус орбіти геостаціонарного супутника Землі $r = 42,4 \cdot 10^6$ м.

Підбиваємо підсумки

Швидкість, яку слід надати тілу в момент запуску з даної планети, щоб це тіло рухалося по колу, центр якого збігається з центром даної планети, називають першою космічною швидкістю.

Першу космічну швидкість на висоті h над поверхнею планети можна обчислити за формулою $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$. Для різних планет значення першої космічної швидкості є різними. Біля поверхні Землі ($h=0$) перша космічна швидкість v дорівнює: $v = \sqrt{gR_0} = 7,9$ км/с.

Контрольні запитання

1. Чому в разі певної швидкості руху тіло, кинуте горизонтально, не падає на Землю?
2. Дайте визначення першої космічної швидкості.
3. Виведіть формулу для обчислення швидкості руху супутника на висоті h над поверхнею Землі.
4. Виведіть формулу для обчислення першої космічної швидкості поблизу поверхні Землі ($h=0$). Чому дорівнює ця швидкість?
5. Які супутники називають геостационарними? Де їх застосовують?

Вправа № 20

1. Визначте прискорення вільного падіння та першу космічну швидкість для тіла поблизу поверхні Марса, вважаючи, що маса Марса дорівнює $6,5 \cdot 10^{23}$ кг, а його діаметр — 6800 км.
2. На якій висоті над поверхнею Землі перебуває супутник, якщо він рухається зі швидкістю 4 км/с?
3. Середня висота, на якій супутник рухається над поверхнею Землі, дорівнює 1700 км. Знайдіть швидкість руху та період обертання супутника.
- 4*. Визначте радіус колової орбіти першого штучного супутника Землі, якщо за 92 доби польоту він здійснив 1440 обертів навколо Землі.



Ю. В. Кондратюк

ФІЗИКА ТА ТЕХНІКА В УКРАЇНІ

Юрій Васильович Кондратюк (Олександр Гнатович Шаргей) (1897–1941) (див. фото) — один із піонерів ракетної техніки. Майбутній вчений зацікавився космічними польотами ще гімназістом. Він навчався у полтавській гімназії, згодом — на механічному відділенні Петроградського політехнічного інституту.

У книжці «Тим, хто читатиме, щоб будувати» (1919) Ю. Кондратюк навів схему чотириступеневої ракети на киснево-водневому паливі, дав опис камери згоряння двигуна, а у книжці «Завоювання міжпланетних просторів» (1929) запропонував здійснювати польоти на Місяць у три етапи, використовуючи для живлення систем космічного корабля сонячну енергію (!).

Американський астронавт Ніл Армстронг, який першим ступив на поверхню Місяця, спеціально побував у Новосибірську й узяв зменшену модель землі біля стін будинку, де мешкав Ю. Кондратюк, сказавши: «Ця земля для мене має не меншу цінність, ніж місячний ґрунт». А один із учених, задіяних у програмі НАСА з освоєння Місяця, заявив: «Ми розшукали маленьку непримітну книжечку, видану в Росії відразу після революції. Автор її, Юрій Кондратюк, обґрунтував і розрахував енергетичну вигідність польоту на Місяць за схемою: політ на орбіту Місяця — старт на Місяць з його орбіти — повернення на орбіту Місяця — політ до Землі». На пропозицію американських фахівців трасу польоту на Місяць названо *трасою Кондратюка*.

§ 24. ДЕФОРМАЦІЯ ТІЛ. ВИДИ ДЕФОРМАЦІЇ

Ви вже знаєте: якщо на тіло діє сила, то вона надає цьому тілу прискорення. Але є ще один наслідок дії на тіло сили — **деформація**. Про те, що таке деформація, за яких умов вона виникає, які існують види деформації та коли тіла їх зазнають, йтиметься в цьому параграфі.

Що таке деформація

Якщо на пружину поставити тягар, то під його дією пружина стиснеться — її довжина зменшиться; якщо пом'яти в руці шматочок пластиліну, то зміниться його форма; якщо натягти тятиву лука, то одночасно зміняться її розміри та форма.

Зміну форми або розмірів тіла називають **деформацією**.

Причина виникнення деформації полягає в тому, що під дією сил, прикладених до тіла, його різні частини рухаються по-різному й у результаті частини тіла зміщуються одна відносно одної. За характером зміщення частин тіла одна відносно одної розрізняють деформації *стиснення, розтягнення, зсуву, вигину, кручення*. Для описання різних видів деформацій скористаємося *механічною моделлю твердого тіла* (рис. 24.1).

Візьмемо механічну модель твердого тіла (рис. 24.2, а) і спочатку притиснемо її зверху рукою. Під дією руки верхні пластини почнуть переміщуватися вниз, нижні ж залишаться практично нерухожими; у результаті модель змінить свої розміри — деформується (рис. 24.2, б). Приблизно так само при стисканні твердого тіла зміщуються в напрямку дії сили шари його молекул, у результаті чого розміри тіла зменшуються — тіло деформується. Таку деформацію називають *деформацією стиснення* — її зазнають стовпи, ніжки столів і стільців, фундаменти будинків і т. д.

Якщо ж тіло розтягувати, то під дією руки шари молекул розійдуться і тіло знову змінить свої розміри (рис. 24.2, в). Таку деформацію називають *деформацією розтягнення* — її зазнають троси, канати, ланцюги в піднімальних пристроях, стяжки між вагонами тощо.



Рис. 24.1. Механічна модель твердого тіла: 1 — паралельні пластини, що імітують шари молекул у твердому тілі; 2 — пружини, що з'єднують пластини й імітують взаємодію між молекулами

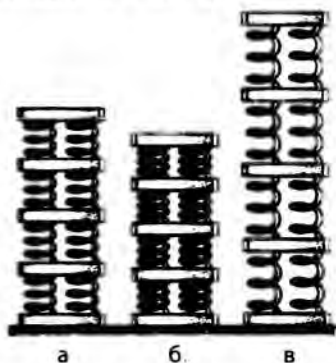


Рис. 24.2. Демонстрація деформації стиснення (б) і розтягнення (в) за допомогою механічної моделі твердого тіла

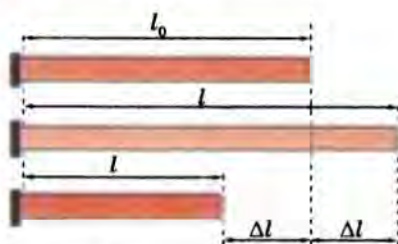


Рис. 24.3. Деформації стиснення та розтягнення стрижня: l_0 — початкова довжина стрижня; l — довжина деформованого стрижня; Δl — видовження стрижня; у разі деформації розтягнення $\Delta l > 0$, у разі деформації стиснення $\Delta l < 0$

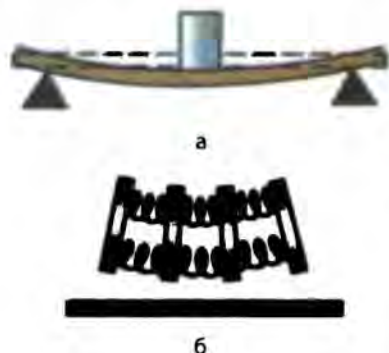


Рис. 24.4. Деформація вигину: а — під дією тягаря лінійка змінює свою форму — деформується; б — демонстрація деформації вигину за допомогою механічної моделі твердого тіла



Рис. 24.5. Рама велосипеда зроблена з тонких порожнистих металевих трубок, завдяки чому велосипед є досить легким, залишаючись при цьому міцним

Деформації розтягнення та стиснення характеризуються фізичними величинами *видовження* та *відносне видовження*.

Видовження Δl — це фізична величина, яка дорівнює зміні довжини тіла при деформації розтягнення або стиснення:

$$\Delta l = l - l_0,$$

де l — довжина деформованого тіла; l_0 — початкова довжина тіла (рис. 24.3).

Відносне видовження ϵ — це фізична величина, яка дорівнює відношенню видовження Δl до початкової довжини тіла l_0 :

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}, \text{ або } \epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100\%.$$

2 Які ще існують види деформацій

Якщо покласти лінійку на опори й на середину лінійки поставити тягар (рис. 24.4, а), то під його дією середні частини лінійки зсунуться вниз, а частини, розміщені на опорах, залишаться на місці. У результаті лінійка *прогнеться* — деформується. У цьому випадку маємо справу з *деформацією вигину* (рис. 24.4, б).

Зверніть увагу: *деформація вигину* — це водночас *деформація розтягнення та стиснення*. Справді, на опуклому боці тіла відстань між шарами молекул збільшується, тобто ця частина тіла зазнає деформації розтягнення. На ввігнутому боці тіла відстань між шарами молекул зменшується — ця частина тіла зазнає деформації стиснення. Середні шари не зазнають ані розтягнення, ані стиснення, а отже, не впливають на міцність конструкції. Саме тому зазвичай їх видаляють, замінюючи стрижні порожніми трубами (рис. 24.5, 24.6).

Поставивши тверде тіло вертикально, його нижню частину закріпимо, а верхню спробуємо зрушити рукою, діючи в горизонтальному напрямку (рис. 24.7, а). Шари молекул *зсунуться* один відносно одного, а саме тіло змінить свою форму — відбудеться *деформація зсуву*. Деформації зсуву зазнають,

наприклад, цвяхи та болти, які скріплюють частини різних конструкцій; тканина, яку розрізають ножицями.

Якщо повертати верхню частину тіла, залишаючи нижню нерухомою, то зсув шарів молекул відбуватиметься неоднаково — кожний шар буде *повертатися* на певний кут відносно іншого шару (рис. 24.7, б). Таку деформацію називають *деформацією кручення* — її зазнають вали всіх машин, гвинти, ключі, викрутки тощо.

3 Пружні та непружні деформації

Візьміть ластик і стисніть його пальцями — ластик зігнеться. Однак якщо припинити стиснення (усунути дію зовнішньої сили), ластик повністю відновить свою форму, тобто перестане бути деформованим.

Деформації, які повністю зникають після припинення дії на тіло зовнішніх сил, називають **пружними**.

Працюючи над скульптурою, майстер певним чином змінює форму глини. Після припинення роботи скульптура не відновлює своєї колишньої форми, тобто не стає знову грудкою глини. Важкий прес на монетному дворі деформує шматок металу — виходить монета. Після припинення дії преса монета залишається монетою — вона не відновлює своєї колишньої форми шматка металу. І глина, і метал «не пам'ятають» своєї форми до деформації та не відновлюють її.

Деформації, які зберігаються після припинення дії на тіло зовнішніх сил, називають **пластичними**.

1 Підбиваємо підсумки

Деформацією називають зміну форми або розмірів тіла. Причина деформації полягає в тому, що під дією на тіло сил різні частини (частинки) тіла рухаються по-різному і в результаті зміщуються відносно одне одного. За характером зміщень розрізняють деформації розтягнення, стиснення, зсуву, вигину, кручення.

Деформації розтягнення та стиснення характеризуються фізичними величинами — видовженням: $\Delta l = l - l_0$; відносним видовженням: $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$.

Якщо відстань між одними молекулярними шарами збільшується, а між іншими зменшується, то це деформація вигину; якщо



Рис. 24.6. Природа «наділила» людину й тварин трубчастими кістками кінцівок, зробила трубчастими стебла злаків, поєднуючи в такий спосіб економію «матеріалу» з міцністю «конструкцій»

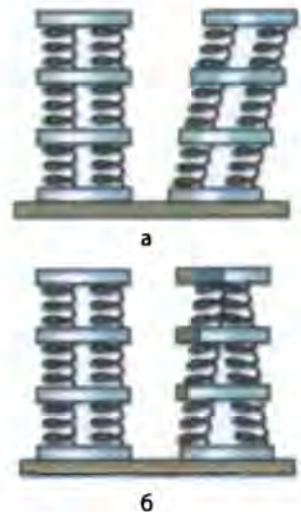


Рис. 24.7. Демонстрація деформацій зсуву (а) та кручення (б) за допомогою механічної моделі твердого тіла

одні молекулярні шари зміщуються відносно інших — це деформація зсуву; якщо молекулярні шари повертаються одні відносно інших — це деформація кручення.

Якщо після припинення дії на тіло зовнішніх сил деформації повністю зникають, — це пружні деформації; якщо деформації зберігаються, — це пластичні деформації.

Контрольні запитання

1. Що таке деформація? У чому причина її виникнення? 2. Які види деформацій ви знаєте? 3. За яких умов виникає деформація розтягнення? стиснення? зсуву? вигину? кручення? Наведіть приклади. 4. Які фізичні величини характеризують деформації розтягнення та стиснення? Дайте їхні визначення. 5. Які деформації називають пружними? пластичними? Наведіть приклади.

5 25. СИЛА ПРУЖНОСТІ. МЕХАНІЧНА НАПРУГА. ЗАКОН ГУКА

Якщо ви стискаєте еспандер, натягаєте тятиву лука, натискаєте на м'яч або згинаєте гілку дерева, тобто деформуєте ці тіла, ви відчуваєте їхній опір: з боку цих тіл на руку починає діяти сила, яка чинить опір дії вашої руки. Цей параграф допоможе вам згадати, що це за сила, яку природу вона має і як її можна обчислити.

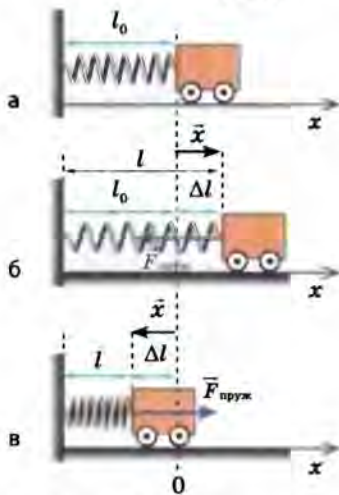


Рис. 25.1. Сила пружності $\vec{F}_{пруж}$ завжди прагне повернути тіло в попередній (недеформований) стан: а — недеформована пружина ($\Delta l = 0$, $F_{пруж} = 0$); б — розтягнута пружина ($\Delta l > 0$, $F_{пруж} < 0$, $\vec{x} \uparrow \vec{F}_{пруж}$); в — стиснута пружина ($\Delta l < 0$, $F_{пруж} > 0$, $\vec{x} \uparrow \vec{F}_{пруж}$). Тут \vec{x} — вектор зміщення кінця пружини; l_0 — довжина недеформованої пружини; l — довжина деформованої пружини; Δl — видовження пружини

Коли виникає сила пружності

У випадку пружної деформації завжди виникає сила, що прагне відновити той стан тіла, у якому тіло перебувало до деформації. Цю силу називають силою пружності (рис. 25.1).

Сила пружності — це сила, яка виникає під час пружної деформації тіла і напрямлена протилежно напрямку зміщення частин (частинок) цього тіла в процесі деформації.

Зазвичай силу пружності позначають символом $\vec{F}_{пруж}$. Однак є сили пружності, які для позначення мають власні символи.

Якщо тіло розташувати на опорі, то опора деформується (прогнеться). Деформація опори викликає появу сили пружності, яка діє на тіло *перпендикулярно до поверхні опори*. Силу пружності, яка діє на тіло з боку опори, називають *силою нормальної реакції опори* та позначають символом \vec{N} (рис. 25.2).

Якщо тіло закріпити на підвісі (нитці, джгуті, шнурі), то під дією тіла підвіс деформується (розтягнеться) і почне діяти на тіло з певною силою пружності, напрямленою *вздовж підвісу*. Силу пружності, яка діє



Рис. 25.2. Сила нормальної реакції опори \vec{N} завжди напрямлена перпендикулярно до поверхні опори

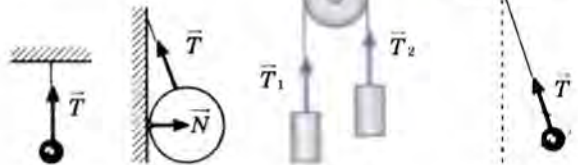


Рис. 25.3. Сила натягу підвісу (\vec{T}) завжди напрямлена вздовж підвісу

на тіло з боку підвісу, називають *силою натягу підвісу* та позначають символом \vec{T} (рис. 25.3).

2 Що таке механічна напруга

Стан деформованого тіла характеризують фізичною величиною, яка називається *механічною напругою*.

Механічна напруга σ — це фізична величина, яка характеризує деформоване тіло й дорівнює відношенню модуля сили пружності $F_{\text{пруж}}$ до площі S поперечного перерізу тіла (рис. 25.4):

$$\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S}$$

(Далі ми розглядатимемо тільки тіла з однаковою площею поперечного перерізу, наприклад стрижні.)

Одиниця механічної напруги в СІ — **паскаль** ($1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$).

Експериментально встановлено, що механічна напруга залежить від відносного видовження. Цю залежність виражає **закон Гука** (рис. 25.5):

У випадку малих пружних деформацій розтягнення та стиснення механічна напруга σ прямо пропорційна відносному видовженню ε :

$$\sigma = E |\varepsilon|,$$

де E — *модуль Юнга (модуль пружності)*.

Відносне видовження ε — величина, яка не має розмірності, тому *одиниця модуля Юнга в СІ — паскаль* (як і одиниця механічної напруги).

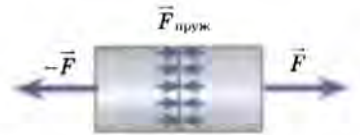


Рис. 25.4. У будь-якому перерізі деформованого тіла виникають сили пружності, які перешкоджають руйнуванню тіла



Рис. 25.5. Роберт Гук (1635–1703) — англійський натураліст, учений-енциклопедист, один із засновників експериментальної фізики. Винайдений Гуком кардан застосовують у сучасному автомобілебудуванні, а запропонований ним пружинний балансір і зараз є основною частиною механічного годинника

Модуль Юнга характеризує пружні властивості матеріалу; його визначають експериментально та фіксують у таблицях:

Модулі Юнга деяких матеріалів

Матеріал	Модуль Юнга E , ГПа	Матеріал	Модуль Юнга E , ГПа
Алюміній	63–70	Гума м'яка	$15 \cdot 10^{-3}$ – $50 \cdot 10^{-3}$
Бетон	15–40	Срібло	82,7
Каучук	$7,9 \cdot 10^{-3}$	Сталь (легована)	206
Константан	160	Скло	49–78
Мідь (лиття)	82	Целулоїд	1,7–1,9
Мідь прокатна	108	Чавун ковкий	150

3 Ще одне формулювання закону Гука

Існує ще одне формулювання закону Гука:

У випадку малих пружних деформацій розтягнення та стиснення виникає сила пружності $\vec{F}_{\text{пруж}}$, яка прямо пропорційна видовженню тіла і діє в напрямку, протилежному напрямку зміщення частин (частинок) тіла під час деформації:

$$\vec{F}_{\text{пруж}} = -k\vec{x},$$

де k — жорсткість тіла (пружины*); \vec{x} — зміщення кінця тіла ($|x| = |\Delta l|$, $\Delta l = l - l_0$ — видовження тіла). Знак « $-$ » показує, що сила пружності завжди напрямлена в бік, протилежний напрямку зміщення ($\vec{F}_{\text{пруж}} \uparrow \downarrow \vec{x}$).

Закон Гука можна записати і в проекціях: $F_{\text{пруж}x} = -kx$, і для модулів: $F_{\text{пруж}} = k|x| = k|\Delta l|$.

Наслідки із закону Гука

1. Графік залежності проекції сили пружності від модуля видовження тіла — пряма, тангенс кута нахилу якої до осі абсцис дорівнює жорсткості тіла (рис. 25.6).

2. Жорсткість тіла залежить від пружних властивостей матеріалу, з якого виготовлене тіло, і від геометричних параметрів тіла.

Справді, закон Гука, записаний у вигляді:

$$\sigma = E|\varepsilon|, \quad (1)$$

легко привести до вигляду:

$$F_{\text{пруж}} = k|\Delta l|.$$

* У техніці та фізичному експерименті часто застосовують спіралевидні пружини. Під час їх розтягнення та стиснення виникають сили пружності, які теж підпорядковуються закону Гука.

Підставивши вирази $\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S}$, $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$

у формулу (1), маємо: $\frac{F_{\text{пруж}}}{S} = E \frac{|\Delta l|}{l_0}$, звідки

$$F_{\text{пруж}} = \frac{ES}{l_0} |\Delta l| = k |\Delta l|. \text{ Таким чином: } k = \frac{ES}{l_0}.$$

3. **Одиниця жорсткості в СІ — ньютон на метр** $\left(\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right)$, оскільки $k = \frac{F_{\text{пруж}}}{|x|}$.

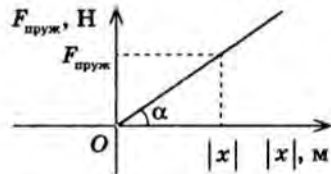


Рис. 25.6. Оскільки $F_{\text{пруж}} = k|x|$, то графіком залежності сили пружності від модуля видовження тіла є пряма, що проходить через точку перетину осей $F_{\text{пруж}}$ і $|x|$;

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_{\text{пруж}}}{|x|} = k$$

4 Яку природу має сила пружності

Відомо, що всі тіла складаються з атомів (молекул, йонів), а ті в свою чергу — з ядер, яке має позитивний заряд, і електронної хмари, заряд якої негативний. Між зарядженими частинками існують сили електромагнітного притягання та відштовхування.

Якщо тіло не деформоване, то сили притягання частинок дорівнюють силам відштовхування. У разі деформації взаємне розташування атомів (молекул, йонів) у тілі змінюється. Якщо відстань між ними збільшується, то електромагнітні сили притягання стають більшими, ніж сили відштовхування, і в результаті атоми (молекули, йони) притягуються одне до одного. Якщо відстань між частинками зменшується, то більшими стають електромагнітні сили відштовхування. Інакше кажучи, частинки речовини «прагнуть» повернутися до стану рівноваги.

Таким чином, *сила пружності — прояв електромагнітної взаємодії частинок речовини.*

5 Учимося розв'язувати задачі

Задача. З вертольота, який «висить» на певній висоті над поверхнею Землі, спускають сталевий трос. Якою може бути найбільша довжина троса, щоб він не обірвався під власною вагою? Максимальна механічна напруга, яку може витримати сталь (*межа міцності сталі*), — 320 МПа.

Дано:

$$\sigma_{\text{max}} = 3,2 \cdot 10^8 \text{ Па}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$$

l — ?



Аналіз фізичної проблеми. Виконаємо пояснювальний рисунок. На трос діють дві сили: сила тяжіння та сила пружності. Очевидно: якщо трос розірветься, то в якнайвищому перерізі. Оскільки трос перебуває у стані спокою, то за модулем сила тяжіння дорівнює силі пружності:

$$F_{\text{тяж}} = F_{\text{пруж}}. \quad (1)$$

Пошук математичної моделі, розв'язання. Знайдемо силу тяжіння: $F_{\text{тяж}} = mg$, де $m = \rho V$, а $V = Sl$. Таким чином:

$$F_{\text{тяж}} = \rho Slg. \quad (2)$$

З визначення механічної напруги: $\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S}$ — випливає, що

$$F_{\text{пруж}} = \sigma S. \quad (3)$$

Підставимо вирази (2) і (3) у рівність (1):

$$\rho Slg = \sigma S, \text{ звідси } l = \frac{\sigma}{\rho g}.$$

Густина сталі визначимо за таблицею.

Визначимо значення шуканої величини:

$$[l] = \frac{\text{Па}}{\text{кг/м}^3 \cdot \text{м/с}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}^2}{\text{м}^2 \cdot \text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м/с}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{кг}} = \text{м};$$

$$\{l\} = \frac{3,2 \cdot 10^6}{7,8 \cdot 10^3 \cdot 10} = 4,1 \cdot 10^3; \quad l = 4,1 \cdot 10^3 \text{ м} = 4,1 \text{ км}.$$

Відповідь: найбільша довжина троса $l = 4,1$ км.

Підбиваємо підсумки

Сила, яка виникає у тілі в разі його пружної деформації та напрямлена протилежно напрямку зміщення частин (частинок) тіла в процесі деформації, називається силою пружності. Ця сила виникає в результаті електромагнітної взаємодії частинок речовини.

Фізична величина, яка характеризує деформоване тіло й дорівнює відношенню модуля сили пружності $F_{\text{пруж}}$ до площі S поперечного перерізу тіла, називається механічною напругою σ : $\sigma = \frac{F_{\text{пруж}}}{S}$.

Закон Гука: для малих пружних деформацій розтягнення та стиснення механічна напруга σ прямо пропорційна відносному видовженню $|\epsilon|$: $\sigma = E|\epsilon|$, де E — модуль Юнга (модуль пружності), який характеризує пружні властивості речовини.

Закон Гука можна сформулювати й так: у разі малих пружних деформацій розтягнення та стиснення виникає сила пружності, яка прямо пропорційна видовженню тіла та діє в напрямку, протилежному напрямку зміщення частин (частинок) тіла під час деформації: $\vec{F}_{\text{пруж}} = -k\vec{x}$, де k — жорсткість тіла, що залежить від матеріалу, з якого виготовлене тіло, і геометричних розмірів тіла.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення сили пружності. Як напрямлена ця сила?
2. Яку силу називають силою нормальної реакції опори? Як вона напрямлена? Наведіть приклади.
3. Яку силу називають силою натягу підвісу? Як вона напрямлена? Наведіть приклади.
4. Дайте визначення механічної напруги. Схарактеризуйте її.
5. Подайте два формулювання закону Гука та доведіть їхню ідентичність.
6. Якими є межі застосовності закону Гука (за яких умов він виконується)?
7. Що характеризує модуль Юнга? Якою є його одиниця в СІ?
8. Від чого залежить жорсткість тіла? Яка її одиниця в СІ?
9. Яку природу має сила пружності? Поясніть причину її виникнення.

Вправа № 21

1. На скільки видовжиться гумовий шнур під дією сили 5 Н, якщо його жорсткість 25 Н/м?
2. Визначте силу пружності, прикладену до стрижня вздовж його осі, якщо в стрижні виникла механічна напруга 150 МПа. Радіус перерізу стрижня 2 мм.
3. Яку силу потрібно прикласти до сталевго дроту завдовжки 3,6 м і площею поперечного перерізу 1 мм², щоб збільшити його довжину на 2 мм?
4. Під дією тягаря масою 10 кг дрiт завдовжки 5 м видовжився на 1 мм. Визначте модуль Юнга та механічну напругу, яка виникла в дроті. Площа поперечного перерізу дроту 2,5 мм².
- 5*. Жорсткість гумового шнура 10 Н/м. Якою буде жорсткість системи двох таких шнурів, якщо їх з'єднати послідовно? паралельно?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3

Тема. Вимірювання жорсткості пружини.

Мета: виміряти жорсткість пружини динамометра.

Обладнання: динамометр зі шкалою, заклеєною папером, штатив із муфтою та лапкою, набір тягарців масою по 100 г, лінійка з міліметровими поділками.

ВКАЗІВКИ ДО РОБОТИ**Підготовка до експерименту**

1. Перш ніж почати виконувати роботу, пригадайте відповіді на подані нижче запитання та розв'яжіть задачу.
 - 1) Що таке жорсткість? Яка одиниця жорсткості в СІ?
 - 2) Чи залежить у разі пружної деформації жорсткість пружини від її видовження?
 - 3) Як обчислити силу тяжіння, яка діє на тіло відомої маси?

Задача. Тіло масою m підвісили на пружині; довжина пружини збільшилася на $|x|$ (див. рисунок). Зобразіть сили, що діють на тіло, визначте жорсткість пружини.

2. Проаналізувавши одержану в результаті розв'язання задачі формулу, з'ясуйте, які фізичні величини необхідно виміряти в ході лабораторної роботи та які прилади для цього потрібні.
3. Закріпіть динамометр у лапці штатива.
4. Позначте на папері, що наклеєний на шкалі динамометра, початкове положення покажчика динамометра.

**Експеримент**

Результати вимірювань відразу заносьте до таблиці.

1. Підвісьте до пружини динамометра один тягарець. Позначте положення покажчика динамометра.
2. Додаючи по черзі до першого тягарця другий, третій, четвертий тягарці, щоразу позначайте положення покажчика динамометра.

3. Зніміть динамометр. Лінійкою виміряйте відстані від першої до другої позначки, від першої до третьої позначки і т. д. Ці відстані дорівнюють видовженню пружини динамометра відповідно з одним, двома і т. д. тягарцями.

Опрацювання результатів експерименту

1. Обчисліть середнє значення жорсткості пружини динамометра. Для цього виконайте такі дії.

1) За результатами дослідів побудуйте графік залежності модуля сили пружності від модуля видовження.

(Зверніть увагу: у моменти вимірювань тягарці були в стані спокою, отже, $F_{\text{пруж}} = F_{\text{тяж}}$; якщо тягарці відсутні, пружина недеформована, тож графік проходить через точку ($|x| = 0$, $F_{\text{пруж}} = 0$); графік слід проводити так, щоб з різних боків від прямої була приблизно однакова кількість точок (див. § 4).)

2) Виберіть на графіку довільну точку, визначте відповідній значення сили пружності $F_{\text{пруж}}$ та видовження пружини $|x|$, за формулою $k_{\text{сер}} = \frac{F_{\text{пруж}}}{|x|}$ обчисліть середнє значення жорсткості пружини.

2. Оцініть відносну та абсолютну похибки вимірювання жорсткості. Для цього виконайте такі дії.

1) Обчисліть відносну похибку вимірювання сили пружності.

Оскільки $F_{\text{пруж}} = mg$, то $\epsilon_F = \epsilon_m + \epsilon_g = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g}$. Вважайте, що $\Delta m = 0,002$ кг; $\Delta g = 0,02$ м/с²; $g = 9,8$ м/с².

2) Обчисліть абсолютну та відносну похибки вимірювання модуля

видовження пружини: $\Delta|x| = \sqrt{\Delta x_{\text{прил}}^2 + \Delta x_{\text{вип}}^2}$; $\epsilon_{|x|} = \frac{\Delta|x|}{|x|}$.

3) Обчисліть абсолютну та відносну похибки вимірювання

жорсткості. Оскільки $k = \frac{F_{\text{пруж}}}{|x|}$, то $\epsilon_k = \epsilon_F + \epsilon_{|x|}$, відповідно $\Delta k = \epsilon_k k_{\text{сер}}$.

3. Округліть результати й запишіть результат вимірювання жорсткості пружини у вигляді: $k = k_{\text{сер}} \pm \Delta k$.

4. Закінчіть заповнення таблиці.

Но- мер до- сліду	Маса тягаря m , кг	Модуль сили пружності $F_{\text{пруж}} = mg$, Н	Видов- ження пружини $ x $, м	Середнє значення $k_{\text{сер}}$, Н/м	Жорсткість		Результат вимірю- вання $k = k_{\text{сер}} \pm \Delta k$, Н/м
					Похибка вимірювання	Результат	
					відносна ϵ_k , %	абсолютна Δk , Н/м	

Аналіз експерименту та його результати

Проаналізуйте експеримент і його результати. Зробіть висновок, у якому зазначте, яку величину ви вимірювали, яким є результат вимірювання, у чому причина похибки.

Творче завдання

Запишіть план проведення експерименту з визначення модуля Юнга гуми. Які фізичні величини вам слід для цього виміряти? Які прилади вам будуть потрібні?

§ 26. ВАГА ТІЛА. ВАГА ТІЛА, ЯКЕ РУХАЄТЬСЯ З ПРИСКОРЕННЯМ. НЕВАГОМІСТЬ. ПЕРЕВАНТАЖЕННЯ

Зі спогадів Ю. О. Гагаріна: «Я відчув, що якась нездоланна сила дедалі більше втискає мене в крісло. І хоч воно було розташоване так, щоб максимально зменшити вплив велетенської ваги, яка навалилася на моє тіло, було важко ворухнути рукою й ногою».

Про те, як і чому виникають перевантаження, за яких умов тіло перебуває у стані невагомості, ви дізнаєтеся з цього параграфа.

Що таке вага тіла

У результаті притягання до Землі всі тіла стискають або прогинають опору, розтягують підвіс. Сила, яка характеризує таку дію тіл, називається *вагою*.

Вага тіла \vec{P} — це сила пружності, з якою внаслідок притягання до Землі тіло діє на горизонтальну опору або вертикальний підвіс.

У СІ одиниця ваги, як і будь-якої іншої сили, — **ньютон (Н)**.

На відміну від сили тяжіння, яка прикладена до тіла, *вага прикладена до опори або підвісу* (рис. 26.1). Вага тіла і сила тяжіння відрізняються й своєю природою: сила тяжіння має гравітаційну природу; вага тіла — це сила пружності, тому вага має електромагнітну природу.

З'ясуємо причину виникнення ваги тіла. Для цього розглянемо тіло, що лежить на горизонтальній опорі (рис. 26.2), і тіло, розміщене на вертикальному підвісі (рис. 26.3). На кожне тіло діють дві сили: у першому випадку — сила тяжіння $m\vec{g}$ та сила реакції опори \vec{N} ; у другому випадку — сила тяжіння $m\vec{g}$ та сила натягу

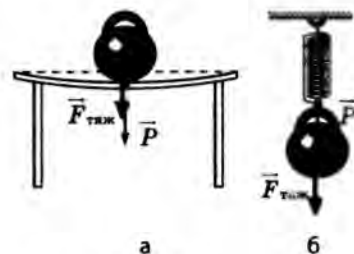


Рис. 26.1. Сила тяжіння $\vec{F}_{\text{тяж}}$ діє на тіло (прикладена до центра тяжіння тіла); вага тіла \vec{P} діє на опору (а) або підвіс (б)

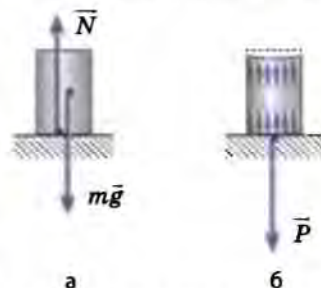


Рис. 26.2. Дії сили тяжіння $m\vec{g}$ та сили реакції опори \vec{N} спричинюють деформацію стиснення (а). У результаті тіло, прагнучи повернутись у недеформований стан, тисне на опору із силою пружності \vec{P} (б)

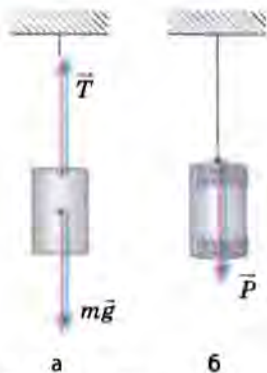


Рис. 26.3. Дії сили тяжіння $m\vec{g}$ та сили натягу \vec{T} спричиняють деформацію розтягнення (а). У результаті тіло, прагнучи повернутись у недеформований стан, діє на підвіс із силою пружності \vec{P} (б)

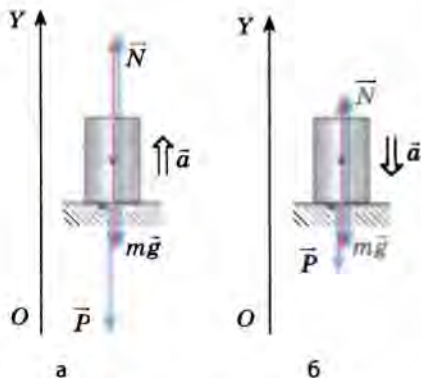


Рис. 26.4. До визначення ваги тіла, що рухається з прискоренням: а — прискорення напрямлене вертикально вгору; б — прискорення напрямлене вертикально вниз

підвісу \vec{T} . У кожному випадку сили прикладені до різних точок тіла й напрямлені протилежно, тому вони деформують тіло. У результаті деформації виникає сила пружності, що діє на опору (підвіс), — це і є вага тіла \vec{P} .

Якщо тіло перебуває у спокої або рухається з постійною швидкістю, то дія сили тяжіння і дія сили реакції опори (сили натягу підвісу) компенсують одна одну — вони рівні за модулем і протилежно напрямлені: $\vec{N} = -m\vec{g}$ ($\vec{T} = -m\vec{g}$). (1)

Відповідно до третього закону Ньютона сила, з якою тіло діє на опору (підвіс), дорівнює за модулем і є протилежною за напрямком силі, з якою опора (підвіс) діє на тіло: $\vec{P} = -\vec{N}$ ($\vec{P} = -\vec{T}$). (2)

З виразів (1) і (2) маємо: $\vec{P} = m\vec{g}$.

Отже, якщо тіло перебуває у стані спокою або рівномірного прямолінійного руху, то його вага за значенням дорівнює силі тяжіння й збігається з нею за напрямком.

2 За яких умов виникають перевантаження

Припустимо, що тіло перебуває на опорі та разом із нею рухається у гравітаційному полі Землі з прискоренням \vec{a} , напрямленим вертикально вгору. На тіло по вертикалі діють дві сили: сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила реакції опори \vec{N} . Пов'яжемо систему координат із Землею та спрямуємо вісь OY вертикально вгору (рис. 26.4, а). Відповідно до другого закону Ньютона: $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$. Запишемо це рівняння в проекціях на вісь OY :

$$-mg + N = ma \Rightarrow N = mg + ma = m(g + a).$$

Відповідно до третього закону Ньютона $P = N$. Остаточного маємо:

$$P = m(g + a).$$

Таким чином, вага тіла, яке рухається з прискоренням, напрямленим вертикально вгору, більша, ніж вага тіла, яке перебуває у спокої.

Якщо людина рухається з прискоренням, напрямленим вертикально вгору, то вона зазнає *перевантаження* (збільшення ваги). Збільшення ваги тіла характеризується коефіцієнтом перевантаження.

Коефіцієнт перевантаження n — фізична величина, яка характеризує збільшення ваги тіла та дорівнює відношенню прискорення a тіла до прискорення g вільного падіння:

$$n = \frac{a}{g}$$

У разі n -кратного перевантаження ($a = ng$) вага тіла збільшується в $(n+1)$ разів.

Перевантаження зазнають космонавти під час зльоту й посадки космічного корабля; льотчик у літаку під часі маневрів; людина в ліфті (на початку підняття або наприкінці спускання); люди й тварини в момент приземлення у разі стрибка з висоти та ін. Коли є перевантаження, не тільки тіло сильніше тисне на опору, але й окремі частини тіла дужче тиснуть одна на одну. У людини в стані перевантаження спостерігається короткочасне ослаблення зору, частішає серцебиття, утруднюється дихання, тому тривале перевантаження можуть переносити тільки добре треновані люди.

3 Коли тіло перебуватиме у стані невагоміст

Розглянемо випадок, коли прискорення, з яким рухається тіло, напрямлене вертикально вниз (це відбувається, наприклад, під час руху автомобіля по опуклому мосту, стрибка людини з парашутом та ін.).

Нехай тіло перебуває на опорі й рухається разом із нею з прискоренням \vec{a} , напрямленим униз. На тіло діють дві сили: сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила реакції опори \vec{N} (див. рис. 26.4, б). Відповідно до другого закону Ньютона: $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$. Запишемо це рівняння в проекціях на вісь OY : $-mg + N = -ma \Rightarrow N = mg - ma = m(g - a)$. Оскільки $P = N$, остаточно маємо:

$$P = m(g - a).$$

Таким чином, вага тіла, яке рухається з прискоренням, напрямленим вертикально вниз, менша, ніж вага того самого тіла в стані спокою.

Якщо в цьому випадку прискорення, з яким рухається тіло, дорівнює прискоренню вільного падіння ($\vec{a} = \vec{g}$), то вага тіла дорівнює нулю й тіло припиняє діяти на опору.

Стан тіла, за якого вага тіла дорівнює нулю, називають **станом невагоміст**.

У стані невагоміст на тіло діє тільки сила тяжіння (тіло вільно падає), і навпаки: якщо тіло рухається тільки під дією сили тяжіння, воно перебуває у стані невагоміст.

У стані невагоміст не тільки тіло не тисне на опору, але й окремі частини тіла не тиснуть одна на одну. Космонавт на орбіті (пригадайте: на орбіті космічний корабель рухається тільки під дією сили

тяжіння) не відчуває своєї ваги, предмет, випущений з його рук, нікуди не падає. Причина цих явищ у тому, що сила тяжіння надає тілу, яке вільно падає, будь-якій його частині та усім предметам навколо однакового прискорення.

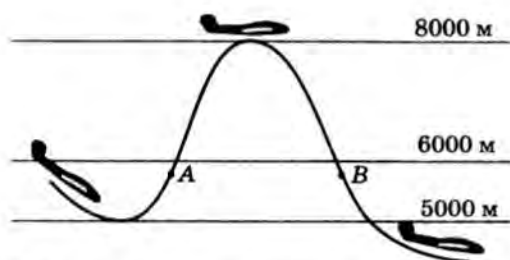


Рис. 26.5. Імітація умов невагомості під час польоту літака по балістичній траєкторії. Стан невагомості настає на ділянці кривої AB і триває 25–35 с

Щоб відчути стан невагомості, немає потреби обов'язково летіти на орбіту — досить просто підстрибнути. А от для тренування космонавтів використовують той факт, що тіло, кинуте під кутом до горизонту, під дією сили тяжіння рухається по параболі. Якщо у верхніх шарах атмосфери спрямувати літак по висхідній траєкторії («кинути» його під кутом до горизонту) і вимкнути двигуни, то поки літак рухається по параболі, всі тіла в ньому перебуватимуть у стані невагомості (рис. 26.5).

Учимося розв'язувати задачі

Задача. Літак робить «мертву петлю», описуючи у вертикальній площині коло радіусом 250 м. У скільки разів вага льотчика в нижній частині траєкторії більша за силу тяжіння, якщо швидкість літака 100 м/с?

Дано:

$$r = 250 \text{ м}$$

$$v = 100 \text{ м/с}$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$$\frac{P}{F_{\text{тяг}}} = ?$$

Аналіз фізичної проблеми. Літак рухається по колу з постійною швидкістю, отже, він має постійне доцентрове прискорення.

Виконаємо пояснювальний рисунок, на якому зазначимо сили, які діють на льотчика, і напрямки його прискорення. Пов'яжемо систему координат із точкою на поверхні Землі, вісь OY спрямуємо вертикально вгору.

Пошук математичної моделі, розв'язання.

Згідно з другим законом Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_{\text{дц}}.$$

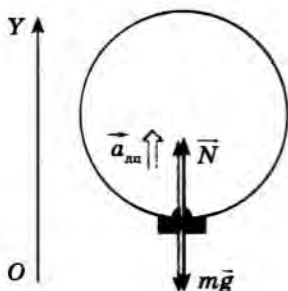
Запишемо це рівняння в проекціях на вісь OY :

$$-mg + N = ma_{\text{дц}} \Rightarrow N$$

$$\Rightarrow N = mg + ma_{\text{дц}} = m(g + a_{\text{дц}}) = m(g + v^2/r).$$

За третім законом Ньютона:

$$P = N = m(g + v^2/r).$$



Таким чином:
$$\frac{P}{F_{\text{тяг}}} = \frac{m(g+v^2/r)}{mg} = \frac{g+v^2/r}{g}.$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$\left[\frac{P}{F_{\text{тяг}}} \right] = \frac{m/c^2 + m/c^2}{m/c^2} = 1; \quad \left\{ \frac{P}{F_{\text{тяг}}} \right\} = \frac{10 + 10\,000 : 250}{10} = 5; \quad \frac{P}{F_{\text{тяг}}} = 5.$$

Аналіз результату. Вага тіла у 5 разів більша за силу тяжіння, отже, коефіцієнт перевантаження дорівнює 4. Це цілком реальний результат.

Відповідь: у нижній частині траєкторії вага льотчика більша за силу тяжіння у 5 разів.

Підбиваємо підсумки

Вага тіла \bar{P} — це сила пружності, з якою внаслідок притягання до Землі тіло діє на горизонтальну опору або вертикальний підвіс.

Відповідно до третього закону Ньютона вага дорівнює за модулем і протилежна за напрямком силі реакції опори (силі натягу підвісу): $\bar{P} = -\bar{N}$ ($\bar{P} = -\bar{T}$).

Якщо тіло перебуває у спокої або рухається з постійною швидкістю, то його вага за модулем дорівнює силі тяжіння: $P = mg$.

Якщо дане тіло рухається з прискоренням, напрямленим вертикально вгору, то його вага більша, ніж вага такого самого тіла, яке перебуває в спокої: $P = m(g+a)$, — дане тіло зазнає перевантаження.

Якщо дане тіло рухається з прискоренням, напрямленим вертикально вниз, то його вага менша, ніж вага такого самого тіла, яке перебуває в спокої: $P = m(g-a)$; при цьому, якщо прискорення, з яким рухається дане тіло, дорівнює прискоренню вільного падіння ($a = g$), то тіло перебуває у стані невагомості.

Контрольні запитання

1. Що називають вагою тіла?
2. Чим вага тіла відрізняється від сили тяжіння?
3. Поясніть причину виникнення ваги тіла, коли тіло перебуває на опорі, підвісі.
4. Чому дорівнює вага тіла, коли воно перебуває у стані спокою або рівномірного прямолінійного руху?
5. Виведіть формулу для визначення ваги тіла, яке рухається з прискоренням, напрямленим вертикально вгору; з прискоренням, напрямленим вертикально вниз.
6. Що таке перевантаження? Чому його необхідно враховувати?
7. Що таке невагомість? За яких умов тіло перебуває у стані невагомості?

Вправа № 22

Розв'язуючи задачі, вважайте, що $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

1. Людина стрибає зі стільця, тримаючи на долоні яблуко масою 200 г. З якою силою яблуко тисне на руку людини, коли людина перебуває у стані «польоту»?
2. У ліфті встановлено динамометр, на якому підвішене тіло масою 1 кг. Що покаже динамометр у разі, коли прискорення ліфта: а) дорівнює нулю; б) дорівнює 5 м/с^2 і напрямлене вертикально вниз; в) дорівнює 5 м/с^2 і напрямлене вертикально вгору?

3. Відразу після старту космічний корабель рухається вертикально вгору з прискоренням 40 м/с^2 . З якою силою космонавт масою 70 кг тисне на крісло, у якому сидить? Яким є коефіцієнт перевантаження?
4. Автомобіль масою 5 т проходить верхню точку опуклого мосту зі швидкістю 36 км/год . З якою силою автомобіль тисне на міст у верхній його точці, якщо радіус кривизни мосту 100 м ? З якою швидкістю має рухатися автомобіль, щоб у верхній точці мосту опинитись у стані невагомості?
- 5*. Відерце з водою обертають у вертикальній площині на мотузці завдовжки 1 м . З якою найменшою частотою потрібно обертати відерце, щоб у момент проходження верхньої точки траєкторії вода з нього не виливалася?

§ 27. СИЛА ТЕРТЯ

Французький фізик Амонтон Гільйом (1663–1705), розмірковуючи про роль тертя, писав: «Усім нам траплялося виходити в ожеледицю: скільки зусиль потрібно, щоб утриматися від падіння, скільки смішних рухів доводиться робити, щоб устояти на ногах... Уявімо, що тертя зникло зовсім. Тоді ніякі тіла, чи то завбільшки з кам'яну брилу, чи то малі, як піщинки, ніколи не втримаються одне на одному. Якби не було тертя, Земля являла б собою кулю без нерівностей, подібну до рідкої краплі». Згадаємо, що таке сила тертя, яку природу вона має, які існують види тертя.

1 Які існують види тертя

У ході будь-якого руху тіло обов'язково контактує з мікро- або макротілами навколо (поверхнею іншого тіла, частинками рідини або газу, всередині яких тіло рухається, тощо). Під час такого контакту виникають сили, що сповільнюють рух тіла, — ці сили називають *силами тертя*.



Рис. 27.1. Відносно поверхні снігу та навколишнього повітря лижник рухається вправо, тому на нього діють сила тертя $\vec{F}_{\text{тертя}1}$ та сила опору $\vec{F}_{\text{оп}}$, напрямлені вліво. Сніг відносно лижника рухається вліво, з боку лижника на сніг діє сила тертя $\vec{F}_{\text{тертя}2}$, напрямлена вправо

Сила тертя $\vec{F}_{\text{тертя}}$ — це сила, яка виникає під час руху або спроби руху одного тіла по поверхні іншого чи під час руху тіла всередині рідкого або газоподібного середовища.

Сила тертя завжди напрямлена вздовж поверхні дотичних тіл протилежно швидкості їхнього відносного переміщення (рис. 27.1).

Тертя між поверхнею твердого тіла та навколишнім рідким або газоподібним середовищем, у якому це тіло рухається, називають *опором середовища* або *рідким (в'язким) тертям*. Тертя між поверхнями двох дотичних твердих тіл називають *сухим тертям*. Розрізняють три види сухого тертя: *тертя спокою, тертя ковзання, тертя кочення*.

У чому причини виникнення сухого тертя

Якщо взяти лупу із сильним збільшенням і розглянути дотичні поверхні двох тіл, побачимо величезну кількість дрібних нерівностей (зазублин, шерехатостей). Коли одне тіло ковзає або намагається ковзати по поверхні другого, нерівності чіпляються одна за одну й деформуються. Виникають сили пружності, направлені в бік, протилежний деформації. Зрозуміло, що одна нерівність не дасть помітної сили, яка перешкоджатиме руху тіла, однак таких нерівностей безліч, тому сума всіх сил пружності створює помітну силу тертя, направлену проти руху або спроби руху тіла (рис. 27.2). Це — одна з причин виникнення сили тертя.

Є й інша причина. У деяких місцях виступи тіл щільно притиснуті один до одного — відстань між ними настільки мала, що діють сили міжмолекулярного притягання, у результаті чого деякі нерівності виявляються ніби «склеєними». Зрозуміло, що таке «склеювання» відбувається в ході всього руху й перешкоджає йому.

І сила пружності, і сила міжмолекулярного притягання мають електромагнітне походження, тож природа сили тертя електромагнітна.



Рис. 27.2. Під час руху або спроби руху одного тіла по поверхні іншого нерівності на поверхнях тіл деформуються; сума сил пружності, які виникають при цьому, створює силу тертя: $\vec{F}_{\text{тертя}} = \sum \vec{F}_{\text{пруж}}$

Чому силу тертя спокою називають рушійною силою

Сила тертя спокою $\vec{F}_{\text{тертя сп}}$ — це сила, яка з'являється між дотичними поверхнями тіл і перешкоджає виникненню руху одного тіла по поверхні іншого.

Якщо ви спробуєте зрушити з місця важку книгу, ледь штовхаючи її пальцем, то книга не зрушиться, бо виникне сила тертя спокою, яка зрівноважить прикладену вами силу. Чим більшу силу ви будете прикладати, тим більшою буде сила тертя спокою. Сила тертя спокою завжди дорівнює за модулем і протилежна за напрямком зовнішній силі, яка діє вздовж поверхні зіткнення тіл й намагається зрушити тіло з місця (рис. 27.3):

$$\vec{F}_{\text{тертя сп}} = -\vec{F}_{\text{зовн}}$$

Очевидно, що чим сильніше притиснуті одна до одної поверхні дотичних тіл, тим сильніше чіпляються їхні нерівності. Саме тому зрушити з місця важкий предмет набагато складніше, ніж легкий.

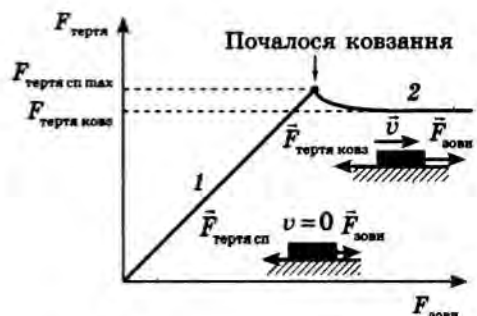


Рис. 27.3. Сила тертя спокою $\vec{F}_{\text{тертя сп}}$ завжди дорівнює за модулем прикладеній (зовнішній) силі $\vec{F}_{\text{зовн}}$. Коли сила тертя спокою сягає максимального значення $\vec{F}_{\text{тертя сп max}}$, тіло зрушує з місця (починає ковзання)



Рис. 27.4. Шини автомобіля (а) і ступні людини (б) у момент дотику з поверхнею дороги намагаються по суті здійснити рух назад. У результаті виникає сила тертя спокою, напрямлена вперед — рушійна сила

Дія сили тертя спокою є дуже «корисною»: завдяки їй ручки й олівці залишають слід на папері, речі не вислизують із рук, не розв'язуються вузли; ця сила утримує піщини в купі піску, важкі камені на схилі гори, коріння рослин у ґрунті. Саме сила тертя спокою є тією *рушійною силою*, завдяки якій пересуваються люди, тварини, транспорт (рис. 27.4).

4 Від яких чинників залежить сила тертя ковзання

Після того як зовнішня сила, що діє на тіло, зрівнюється з максимальною силою тертя спокою, тіло починає ковзання, — у цьому випадку говорять про *силу тертя ковзання*.

Сила тертя ковзання $\vec{F}_{\text{тертя ковз}}$ — це сила, яка виникає під час відносного руху (ковзання) одного тіла по поверхні іншого.

Сила тертя ковзання завжди напрямлена вздовж поверхні дотику тіл у бік, протилежний напрямку відносної швидкості руху тіл (див. рис. 27.1, 27.3).

Експериментально встановлено, що *сила тертя ковзання залежить від властивостей дотичних поверхонь тіл* (рис. 27.5) і *прямо пропорційна силі нормальної реакції опори \vec{N}* (рис. 27.6). Цю залежність можна записати у вигляді:

$$F_{\text{тертя ковз}} = \mu N,$$

де μ — *коефіцієнт тертя ковзання*, який залежить, зокрема, від матеріалів, з яких виготовлені дотичні тіла, і якості обробки їхніх поверхонь*.

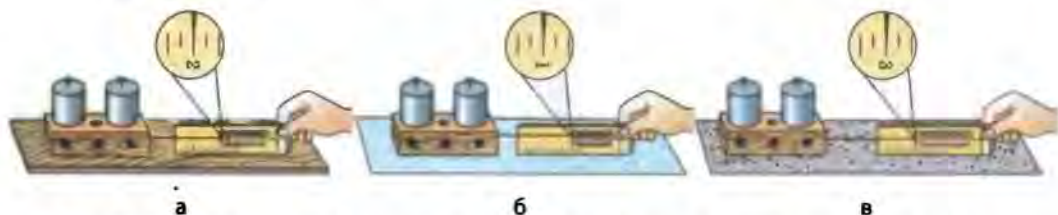


Рис. 27.5. Якщо змінюється матеріал дотичних поверхонь, змінюється й сила тертя ковзання. Дерев'яний брусок ковзає: а — по дерев'яній дошці; б — по склу; в — по наждачному паперу

* Коефіцієнт тертя ковзання залежить також від *відносної швидкості руху дотичних поверхонь*. Однак на малих швидкостях ця залежність є незначною, тому під час розв'язування задач будемо нею нехтувати.

Коефіцієнти тертя ковзання визначають експериментально. Зазвичай таблиці значень коефіцієнтів тертя ковзання містять орієнтовні середні значення для пар матеріалів:

Матеріали	Коефіцієнт тертя ковзання μ
Сталь по льоду	0,02
Сталь по сталі	0,20
Дерево по дереву	0,25
Папір по дереву	0,40
Шкіра по чавуну	0,56
Гума по бетону	0,75

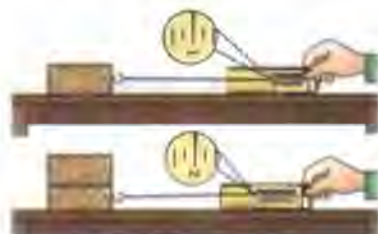


Рис. 27.6. Якщо сила, що притискає брусок до поверхні столу, збільшується вдвічі, то сила тертя ковзання теж збільшується вдвічі

Слід зазначити: 1) *сила тертя спокою й сила тертя ковзання не залежать від площі дотичних поверхонь*, тому, наприклад, заточування ковзанів не збільшує силу тертя; 2) *сила тертя ковзання трохи менша за максимальну силу тертя спокою** (див. рис. 27.3), тому тіло зрушує з місця ривком, а масивні предмети важче зрушити з місця, ніж потім тягти.

Силу тертя ковзання можна зменшити, змастивши дотичні поверхні. Тверде змащення змінює якість поверхні, а рідке віддаляє дотичні поверхні одну від одної, у результаті чого *сухе тертя замінюється рідким*, значно слабшим.

Тертя істотно зменшиться, якщо між дотичними поверхнями розташувати тверді котки. Дослід показує, що за однакових умов *сила тертя ковзання в десятки разів більша за силу тертя кочення*. Докладніше про силу тертя кочення й рідке тертя пропонуємо вам дізнатися самостійно.

5 Учимся розв'язувати задачі

Задача. Обчисліть гальмівний шлях і час гальмування автомобіля, якщо він рухався по прямій горизонтальній ділянці дороги й перед початком гальмування мав швидкість 90 км/год. Коефіцієнт тертя ковзання гуми по бетону 0,75.

Дано:

$$v = 90 \text{ км/год} =$$

$$= 25 \text{ м/с}$$

$$\mu = 0,75$$

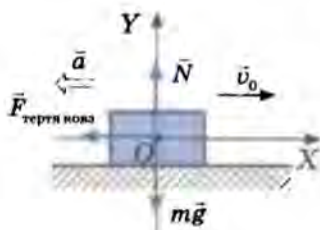
$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$$s - ?$$

$$t - ?$$

Аналіз фізичної проблеми. Щоб визначити гальмівний шлях і час гальмування автомобіля, необхідно знати прискорення його руху. Виконаємо пояснювальний рисунок, на якому зазначимо сили, що діють на автомобіль, напрямки осей координат (СВ пов'яжемо з точкою на поверхні Землі), напрямки швидкості та прискорення (швидкість руху автомобіля зменшується, тому напрямок прискорення протилежний напрямку швидкості).

* Розв'язуючи задачі, будемо вважати, що $F_{\text{тертя сп max}} = F_{\text{тертя ковз}} = \mu N$.



Пошук математичної моделі, розв'язання.
Згідно з другим законом Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя ковз}} + \vec{N} = m\vec{a}.$$

Скориставшись рисунком, знайдемо проекції сил на осі OX та OY , нижче запишемо формулу для обчислення сили тертя ковзання:

$$\begin{cases} OX: -F_{\text{тертя ковз}} = -ma \text{ (оскільки } mg_x = 0; N_x = 0), \\ OY: -mg + N = 0 \text{ (оскільки } F_{\text{тертя } y} = 0; a_y = 0), \\ F_{\text{тертя ковз}} = \mu N. \end{cases}$$

Розв'язавши систему рівнянь, знайдемо a :

$$N = mg \Rightarrow F_{\text{тертя ковз}} = \mu mg \Rightarrow \mu mg = ma \Rightarrow a = \mu g.$$

Для визначення гальмівного шляху та часу руху скористаємося формулами проекцій швидкості та переміщення для рівноприскореного руху:

$$v_x = v_{0x} + a_x t; \quad s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}.$$

Конкретизуємо ці рівняння: оскільки $v_x = 0$; $v_{0x} = v_0$; $a_x = -a$; $s_x = s$, маємо: $0 = v_0 - at$; $s = \frac{v_0^2}{2a}$. Отже: $v_0 = at \Rightarrow t = \frac{v_0}{a}$. З огляду

на те що $a = \mu g$, остаточно отримуємо: $s = \frac{v_0^2}{2\mu g}$; $t = \frac{v_0}{\mu g}$.

Визначимо значення шуканих величин:

$$[s] = \frac{\text{м}^2/\text{с}^2}{\text{м}/\text{с}^2} = \text{м}, \quad \{s\} = \frac{625}{15} \approx 42, \quad s \approx 42 \text{ м};$$

$$[t] = \frac{\text{м}/\text{с}}{\text{м}/\text{с}^2} = \text{с}, \quad \{t\} = \frac{25}{7,5} \approx 3,3, \quad t \approx 3,3 \text{ с}.$$

Відповідь: гальмівний шлях $s \approx 42$ м; час гальмування $t \approx 3,3$ с.

Підбиваємо підсумки

Сила тертя — це сила, яка виникає під час руху або спроби руху одного тіла по поверхні іншого чи руху тіла всередині рідкого або газоподібного середовища. Сила тертя завжди напрямлена вздовж поверхонь дотичних тіл протилежно швидкості їхнього відносного переміщення.

Сила тертя спокою — це сила, яка виникає у разі прикладення до тіла зовнішньої сили, що намагається зрушити тіло з місця. Сила тертя спокою завжди дорівнює за модулем і протилежна за напрямком зовнішній силі: $\vec{F}_{\text{тертя сп}} = -\vec{F}_{\text{зовн}}$.

Сила тертя ковзання — це сила, яка виникає під час ковзання одного тіла по поверхні іншого. Сила тертя ковзання прямо пропорційна силі нормальної реакції опори: $F_{\text{тертя ковз}} = \mu N$, де μ — коефіцієнт тертя ковзання, що залежить від матеріалів, з яких виготовлені дотичні тіла, і якості обробки їхніх поверхонь.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення сили тертя. 2. Які види тертя ви знаєте? 3. За яких умов виникає сухе тертя? рідке тертя? 4. Якими є причини виникнення сухого тертя? Яку природу воно має? 5. Якій силі дорівнює сила тертя спокою? 6. Чому силу тертя спокою називають рушійною силою? 7. Дайте визначення сили тертя ковзання. Як вона напрямлена і за якою формулою її обчислюють? 8. Як можна зменшити силу тертя ковзання?

Вправа № 23

1. Чи правильним є твердження, що тертя завжди перешкоджає руху?
2. Чому небезпечно вести автомобіль по мокрій або зледенілій дорозі?
3. Наведіть приклади, коли силу тертя потрібно збільшувати; зменшувати. У які способи це можна зробити?
4. Дерев'яний брусок рівномірно тягнуть по горизонтальній поверхні, прикладаючи силу 1 Н. Визначте коефіцієнт тертя ковзання, якщо маса бруска 200 г.
5. З яким максимальним прискоренням може рухатись автомобіль, якщо максимальний коефіцієнт тертя спокою при взаємодії шин і асфальта дорівнює 0,70?
- 6*. Лижник масою 60 кг зупинився через 40 с після закінчення спуску. Визначте силу тертя, що діяла на лижника, і коефіцієнт тертя ковзання, якщо швидкість руху лижника наприкінці спуску становила 10 м/с.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4

Тема. Вимірювання коефіцієнта тертя ковзання.

Мета: виміряти коефіцієнт тертя ковзання дерева по дереву; переконатися, що коефіцієнт тертя ковзання не залежить від площі дотичних поверхонь.

Обладнання: дерев'яний брусок, широка дерев'яна лінійка, набір тягарців масами по 100 г, динамометр.

ВКАЗІВКИ ДО РОБОТИ**Підготовка до експерименту**

1. Перед тим як виконувати роботу, пригадайте відповіді на подані нижче запитання та розв'яжіть задачу.
 - 1) Якими є причини виникнення сили тертя?
 - 2) Від чого залежить і куди напрямлена сила тертя ковзання?
 - 3) За якою формулою обчислюють силу тертя ковзання?

Задача. Брусок масою m за допомогою динамометра рівномірно й прямолінійно переміщують по горизонтальній поверхні столу (див. рисунок). Укажіть сили, що діють на брусок. Визначте коефіцієнт тертя ковзання, якщо сила, з якою тягнуть брусок (показ динамометра), дорівнює F .



2. Проаналізувавши кінцеву формулу, одержану в результаті розв'язання задачі, визначте, які фізичні величини необхідно виміряти в ході лабораторної роботи та які прилади для цього потрібні.

**Експеримент**

Результати вимірювань відразу заносьте до таблиці.

1. Виміряйте вагу бруска, підвісивши його до гачка динамометра. Згідно з третім законом Ньютона вага бруска за модулем дорівнює силі нормальної реакції опори ($P = N$).
2. Покладіть брусок широкою гранню на горизонтально розташовану лінійку. За допомогою динамометра рівномірно переміщуйте брусок. За показаннями динамометра визначте силу тертя ковзання: $F_{\text{тертя кова}} = F_{\text{пруж}}$.
3. Повторіть експеримент ще тричі, по черзі поклавши на брусок один тягарець, потім два тягарці (див. рисунок), а потім три тягарці. Для кожного дослідів обчисліть силу нормальної реакції опори: $N = P_{\text{брус}} + P_{\text{тягар}}$.
4. Проведіть аналогічні дослідів, поклавши брусок на вузьку грань.

Номер
дослідів

Широка грань бруска		Вузька грань бруска	
Сила тертя ковзання	Сила нормальної реакції опори	Сила тертя ковзання	Сила нормальної реакції опори
$F_{\text{тертя кова}}, \text{ Н}$	$N, \text{ Н}$	$F_{\text{тертя кова}}, \text{ Н}$	$N, \text{ Н}$

**Опрацювання результатів експерименту**

1. Обчисліть середнє значення коефіцієнта тертя ковзання $\mu_{\text{сер1}}$ для широкої грані бруска. Для цього виконайте такі дії.
 - 1) За результатами дослідів побудуйте графік залежності сили тертя ковзання $F_{\text{тертя кова}}$ від сили N нормальної реакції опори.
(Зверніть увагу: якщо тіло не тисне на опору, то $F_{\text{тертя кова}} = 0$, тому графік проходить через точку ($N = 0$, $F_{\text{тертя кова}} = 0$); графік слід проводити так, щоб з різних боків від прямої була приблизно однакова кількість точок.)
 - 2) Обравши на графіку довільну точку й визначивши відповідні їй силу тертя ковзання $F_{\text{тертя кова}}$ та силу N нормальної реакції опори, скористайтесь формулою: $\mu_{\text{сер1}} = \frac{F_{\text{тертя кова}}}{N}$.
2. Аналогічно обчисліть середнє значення коефіцієнта тертя ковзання $\mu_{\text{сер2}}$ для вузької грані бруска.
3. Оцініть абсолютну та відносну похибки вимірювання коефіцієнта тертя ковзання для вузької та широкої граней бруска. Для цього виконайте такі дії.

- 1) Обчисліть абсолютну та відносну похибки вимірювання сили пружності динамометра та сили нормальної реакції опори: $\Delta F = \Delta N = \sqrt{\Delta F_{\text{прил}}^2 + \Delta F_{\text{вкл}}^2}$; $\epsilon_F = \frac{\Delta F}{F_{\text{min}}}$; $\epsilon_N = \frac{\Delta N}{N_{\text{min}}}$.
- 2) Обчисліть абсолютну та відносну похибки вимірювання коефіцієнта тертя ковзання: $\epsilon_\mu = \epsilon_F + \epsilon_N$; $\Delta\mu = \epsilon_\mu \cdot \mu_{\text{ср}}$.
4. Округліть результати, запишіть результати вимірювання коефіцієнта тертя ковзання для вузької та широкої граней бруска у вигляді: $\mu = \mu_{\text{ср}} \pm \Delta\mu$.



Аналіз експерименту та його результатів

Проаналізувавши експеримент і його результати, зробіть висновок, у якому зазначте, яку величину ви вимірювали, яким є результат вимірювання, у чому причина похибки, чи залежить вимірювана величина від площі поверхні грані бруска.



Творче завдання

Запишіть план проведення експерименту зі з'ясування залежності коефіцієнта тертя ковзання від роду дотичних поверхонь. Проведіть експеримент, запишіть його результати, зробіть висновок.

§ 28. РУХ ТІЛА ПІД ДІЄЮ КІЛЬКОХ СИЛ



Вивчаючи цей параграф, ви познайомитеся з основними етапами розв'язування задач із динаміки, розглянете приклади розв'язування деяких ключових задач. Матеріал параграфа слід ретельно опрацювати, адже з подібними задачами ви будете зустрічатися в ході вивчення всього подальшого курсу фізики.



Алгоритм розв'язування задач із динаміки

1. Уважно прочитайте умову задачі. З'ясуйте, які сили діють на тіло, яким є характер його руху (рухається це тіло з прискоренням чи рівномірно прямолінійно).
2. Виконайте пояснювальний рисунок, на якому зазначте сили, що діють на тіло, і напрямок прискорення руху тіла.
3. Виберіть систему координат*. Осі координат бажано спрямувати так, щоб якнайбільше сил було напрямлено вздовж цих осей (це не змінить результату розв'язання, але значно його спростить).
4. Запишіть рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді та в проекціях на осі координат. Запишіть формули для обчислення сил. Одержавши систему рівнянь, розв'яжіть її у загальному вигляді відносно невідомої величини. Якщо в задачі дано якісь додаткові умови, використайте їх.
5. Перевірте одиницю та визначте числове значення шуканої величини. Проаналізуйте результат і запишіть відповідь.

* Систему координат будемо зображувати так, щоб точка перетину осей координат перебувала на одній лінії з центром тяжіння тіла. При цьому слід пам'ятати, що ця точка нерухома відносно поверхні Землі.

2 Ковзання тіла по горизонтальній поверхні

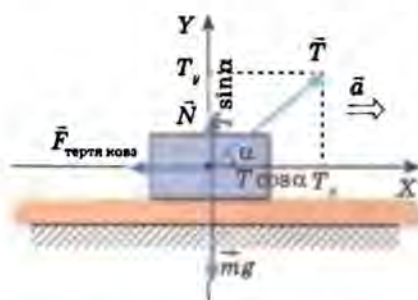
Задача 1. Тіло масою 10 кг тягнуть по горизонтальній поверхні за мотузку, прикладаючи при цьому силу 40 Н, напрямлену під кутом 30° до горизонту. Прискорення руху тіла $2,5 \text{ м/с}^2$. Визначте коефіцієнт тертя між тілом і поверхнею.

Дано:
 $m = 10 \text{ кг}$
 $T = 40 \text{ Н}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $a = 2,5 \text{ м/с}^2$
 $g \approx 10 \text{ м/с}^2$

μ — ?

Аналіз фізичної проблеми. На тіло діють чотири сили: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила \vec{N} нормальної реакції опори, сила \vec{T} натягу мотузки та сила тертя ковзання $\vec{F}_{\text{тертя ковз}}$. Тіло збільшує швидкість свого руху, отже, прискорення та рух тіла мають однаковий напрямок.

Виконаємо пояснювальний рисунок, зазначивши на ньому сили, які діють на тіло, напрямки швидкості та прискорення руху.



Пов'яжемо систему координат із тілом на поверхні Землі, вісь OY спрямуємо вертикально вгору, вісь OX — горизонтально, в напрямку руху тіла.

Пошук математичної моделі, розв'язання. Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:
 $\vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя ковз}} = m\vec{a}$.

Спроектуємо рівняння на осі координат (сила натягу \vec{T} не лежить на осі координат, тому для знаходження її проекцій проведемо із кінця вектора \vec{T} перпендикуляри до осей OX і OY : $T_x = T \cos \alpha$; $T_y = T \sin \alpha$) і запишемо вираз для сили тертя:

$$\begin{cases} OX: T \cos \alpha - F_{\text{тертя ковз}} = ma \text{ (оскільки } N_x = 0; mg_x = 0), \\ OY: T \sin \alpha + N - mg = 0 \text{ (оскільки } F_{\text{тертя ковз} y} = 0), \\ F_{\text{тертя ковз}} = \mu N. \end{cases}$$

Розв'язавши одержану систему рівнянь, знайдемо μ :

$$N = mg - T \sin \alpha \Rightarrow F_{\text{тертя ковз}} = \mu(mg - T \sin \alpha) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T \cos \alpha - \mu(mg - T \sin \alpha) = ma \Rightarrow \mu = \frac{T \cos \alpha - ma}{mg - T \sin \alpha}.$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$[\mu] = \frac{\text{Н} \cdot \text{кг} \cdot \text{м/с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м/с}^2 - \text{Н}} = \frac{\text{Н}}{\text{Н}} = 1; \quad \{\mu\} = \frac{40 \frac{\sqrt{3}}{2} - 25}{100 - 40 : 2} = 0,12; \quad \mu = 0,12.$$

Відповідь: коефіцієнт тертя ковзання $\mu = 0,12$.

Рух по похилій площині

Задача 2. Автомобіль масою 4 т рухається на гору, сповільнюючи свій рух. Визначте силу тяги автомобіля, якщо ухил гори становить 0,02, а коефіцієнт опору руху дорівнює 0,04. Прискорення автомобіля є постійним і дорівнює $0,15 \text{ м/с}^2$.

Зверніть увагу: у задачі є два нові для вас терміни: ухил і коефіцієнт опору руху. Вони зустрічаються в багатьох задачах із фізики.

Ухил — це синус кута нахилу полотна дороги до горизонту. Якщо ухил є малим (меншим за 0,1), то $\cos \alpha \approx 1$ (для малих кутів $\sin \alpha \approx \alpha$, тому іноді ухил позначають як α).

Коефіцієнт опору руху враховує всі види тертя (у даному випадку — тертя кочення коліс об дорогу, тертя ковзання в осях тощо). Коефіцієнт опору руху позначають символом μ ; сила опору $F_{\text{оп}}$ напрямлена протилежно напрямку руху тіла й обчислюється за формулою: $F_{\text{оп}} = \mu N$.

Дано:

$$m = 4 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$\sin \alpha = 0,02$$

$$\mu = 0,04$$

$$a = 0,15 \text{ м/с}^2$$

$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$$F_{\text{тяги}} = ?$$

Аналіз фізичної проблеми. На тіло діють чотири сили: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила \vec{N} нормальної реакції опори, сила тяги $\vec{F}_{\text{тяги}}$ та сила опору $\vec{F}_{\text{оп}}$.

Тіло зменшує свою швидкість, тому прискорення руху тіла напрямлене протилежно напрямку його руху.

Виконаємо пояснювальний рисунок, зазначивши на ньому сили, що діють на тіло, напрямки швидкості та прискорення руху.

Пов'яжемо систему координат із тілом на поверхні Землі, вісь OY спрямуємо перпендикулярно до поверхні дороги, вісь OX — уздовж дороги (за такого вибору осей тільки одна сила ($m\vec{g}$) не лежить на осях координат).

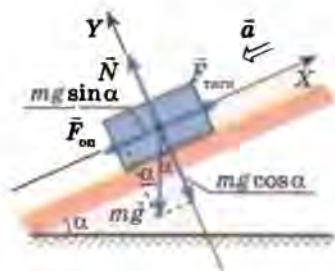
Пошук математичної моделі, розв'язання. Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{F}_{\text{тяги}} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{оп}} = m\vec{a}.$$

Спроектуємо рівняння на осі координат (сила $m\vec{g}$ не лежить на осі координат, тому для знаходження її проекцій опустимо з кінця вектора $m\vec{g}$ перпендикуляри на осі OX і OY : $mg_x = -mg \sin \alpha$; $mg_y = -mg \cos \alpha$) і запишемо вираз для $F_{\text{оп}}$:

$$\begin{cases} OX: F_{\text{тяги}} - F_{\text{оп}} - mg \sin \alpha = -ma, \\ OY: N - mg \cos \alpha = 0, \\ F_{\text{оп}} = \mu N. \end{cases}$$

Розв'язавши одержану систему рівнянь, знайдемо $F_{\text{тяги}}$:



$$\begin{aligned}
 N &= mg \cos \alpha \Rightarrow F_{\text{оп}} = \mu mg \cos \alpha \Rightarrow \\
 &\Rightarrow F_{\text{тяги}} - \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha = -ma \Rightarrow \\
 &\Rightarrow F_{\text{тяги}} = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha - ma = m(\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha - a).
 \end{aligned}$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$[F_{\text{тяги}}] = \text{кг}(\text{м/с}^2 + \text{м/с}^2 + \text{м/с}^2) = \text{Н};$$

$$\{F_{\text{тяги}}\} = 4 \cdot 10^3 \cdot (0,04 \cdot 10 + 10 \cdot 0,02 - 0,15) = 1,8 \cdot 10^3;$$

$$F_{\text{тяги}} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ Н} = 1,8 \text{ кН}.$$

Відповідь: сили тяги автомобіля $F_{\text{тяги}} = 1,8 \text{ кН}$.



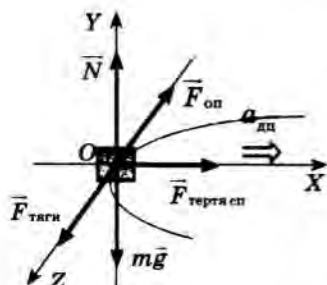
Рух по колу

Задача 3. На горизонтальній дорозі автомобіль має зробити поворот радіусом 45 м. Яку найбільшу швидкість може розвинути автомобіль, щоб «вписатись» у цей поворот? Коефіцієнт тертя ковзання шин об асфальт дорівнює 0,5.

Дано:
 $r = 45 \text{ м}$
 $\mu = 0,5$
 $g \approx 10 \text{ м/с}^2$
 $v_{\text{макс}} = ?$

Аналіз фізичної проблеми. Автомобіль рухається по колу, отже, він має доцентрове прискорення. На автомобіль діють п'ять сил: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила \vec{N} нормальної реакції опори, сила тяги $\vec{F}_{\text{тяги}}$, сила опору $\vec{F}_{\text{оп}}$ та сила тертя спокою $\vec{F}_{\text{тертя сп}}$, яка напрямлена до центра кола і завдяки якій автомобіль може зробити поворот.

Автомобіль «не впишеться» в поворот, якщо $\vec{F}_{\text{тертя сп}}$ сягне максимального значення й «перейде» в силу тертя ковзання. Будемо вважати, що $F_{\text{тертя сп макс}} = \mu N$, де μ — коефіцієнт тертя ковзання.



Виконаємо пояснювальний рисунок, зазначивши на ньому сили, що діють на автомобіль, напрямки швидкості та прискорення руху. Пов'яжемо систему координат із тілом на поверхні Землі, вісь OY спрямуємо перпендикулярно до поверхні дороги, вісь OX спрямуємо до центра повороту, вісь OZ — у напрямку руху.

Пошук математичної моделі, розв'язання. Запишемо другий закон Ньютона у векторному вигляді:

$$\vec{F}_{\text{тяги}} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{оп}} + \vec{F}_{\text{тертя сп}} = m\vec{a}_{\text{дц}}.$$

Спроектуємо рівняння на осі координат; запишемо вираз для $F_{\text{тертя сп max}}$ та формулу для доцентрового прискорення $a_{\text{дц}}$:

$$\begin{cases} OX: F_{\text{тертя сп}} = ma_{\text{дц}}, \\ OY: N - mg = 0, \\ OZ: F_{\text{тяги}} - F_{\text{оп}} = 0, \\ F_{\text{тертя сп max}} = \mu N, \\ a_{\text{дц}} = \frac{v^2}{r}. \end{cases}$$

Розв'яжемо одержану систему лінійних рівнянь відносно v :

$$\begin{aligned} N = mg \Rightarrow F_{\text{тертя сп max}} = \mu mg \Rightarrow \mu mg = ma_{\text{дц}} \Rightarrow \mu g = a_{\text{дц}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \mu g = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\mu gr}. \end{aligned}$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$[v] = \sqrt{\text{м/с}^2 \cdot \text{м}} = \text{м/с}; \{v\} = \sqrt{0,5 \cdot 45 \cdot 10} = 15; v = 15 \text{ м/с}.$$

Відповідь: найбільша швидкість автомобіля $v_{\text{max}} = 15 \text{ м/с}$.

5 Рух зв'язаних систем

Задача 4. Два однакові тягарі масами 1 і 2 кг зв'язані між собою міцною нерозтяжною ниткою. Тягар масою 1 кг тягнуть вертикально вгору із силою 45 Н. Визначте прискорення тягарів і силу натягу нитки.

Дано:

$$m_1 = 1 \text{ кг}$$

$$m_2 = 2 \text{ кг}$$

$$F = 45 \text{ Н}$$

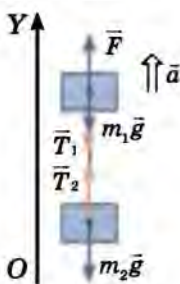
$$g \approx 10 \text{ м/с}^2$$

$$a = ?$$

$$T = ?$$

Аналіз фізичної проблеми. Оскільки нитка міцна й нерозтяжна, тягарі рухаються як єдине ціле з прискоренням \vec{a} . За допомогою нитки тягарі взаємодіють один з одним із силами \vec{T}_1 і \vec{T}_2 . Згідно з третім законом Ньютона ці сили рівні за модулем і протилежні за напрямком ($\vec{T}_1 = -\vec{T}_2$).

Виконаємо пояснювальний рисунок, зазначивши на ньому сили, що діють на кожний тягар, і напрямок прискорення руху тягарів. Вісь OY спрямуємо вертикально вгору.



Пошук математичної моделі, розв'язання. Для кожного тягара запишемо рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді та в проекції на вісь OY :

$$\begin{aligned} \begin{cases} \vec{F} + m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}, \\ m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}; \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} F - m_1 g - T_1 = m_1 a, \\ -m_2 g + T_2 = m_2 a; \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} F - m_1 g - T = m_1 a, \\ -m_2 g + T = m_2 a \end{cases} \quad (\text{оскільки } T_1 = T_2 = T). \end{aligned}$$

Розв'яжемо систему методом додавання:

$$F - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2} - g.$$

Силу натягу нитки знайдемо з другого рівняння системи:
 $T = m_2(a + g)$. Визначимо значення шуканих величин:

$$[a] = \frac{\text{Н}}{\text{кг} + \text{кг}} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2}{\text{кг}} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \quad \{a\} = \frac{45}{1+2} - 10 = 5, \quad a = 5 \text{ м/с}^2;$$

$$[T] = \text{кг} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}, \quad \{T\} = 2(5 + 10) = 30, \quad T = 30 \text{ Н}.$$

Відповідь: тіла рухаються з прискоренням $a = 5 \text{ м/с}^2$, сила натягу нитки $T = 30 \text{ Н}$.

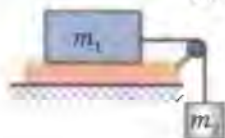
1 Замість підсумків

Ви познайомились із розв'язуванням деяких типових задач із динаміки. Звичайно, розглянути в рамках підручника всі типи задач неможливо, та й не потрібно. Головне — у вас є алгоритм розв'язування й приклади роботи з цим алгоритмом. Решта — за вами.

Отже, розв'язуючи будь-яку задачу з динаміки, спочатку виконайте пояснювальний рисунок, укажіть сили, запишіть рівняння другого закону Ньютона, виберіть СВ, знайдіть проекції. Звичайно, слід знати, як напрямлені сили, коли вони виникають і за якими формулами визначаються. А далі, навіть якщо ви відразу не бачите всього ходу розв'язання задачі, — не страшно. Ви обов'язково знайдете якусь величину, знання якої допоможе вам побачити подальший хід розв'язування. Можна навіть сказати так: «Якщо не знаєш, як розв'язувати задачу, то почни її розв'язувати». Не потрібно боятися зробити хибний крок. Той не перемагає, хто не вміє програвати. Навчитися розв'язувати задачі з фізики може кожен, потрібно тільки їх розв'язувати!

Вправа № 24

1. Собака упряжка починає тягти з постійною силою 150 Н санки масою 100 кг, що стоять на снігу. За який проміжок часу санки проїдуть перші 200 м шляху? Вважайте, що коефіцієнт тертя ковзання полозів об сніг дорівнює 0,05.



2. Тіло масою $m_1 = 1 \text{ кг}$ ковзає по горизонтальній поверхні під дією тягаря масою $m_2 = 250 \text{ г}$ (див. рисунок). Дана система тіл рухається з прискоренням $1,5 \text{ м/с}^2$. Визначте коефіцієнт тертя між тілом і поверхнею.
3. Санчата скочуються з гори завдовжки 10 м за 2 с. Знайдіть кут нахилу гори, якщо коефіцієнт тертя ковзання полозів об сніг 0,02.
4. Автомобіль масою 3 т рухається на гору, розвиваючи силу тяги 3000 Н. З яким прискоренням рухається автомобіль, якщо коефіцієнт опору руху дорівнює 0,04, а ухил — 0,03?
5. Робітник штовхає вагонетку із силою, напрямленою вниз під кутом 45° до горизонту. Яку найменшу силу має прикласти робітник, щоб зрушити вагонетку з місця, якщо її маса 300 кг, а коефіцієнт опору 0,01? Вагонетка стоїть горизонтально.
6. Кулька, підвішена на нитці завдовжки 50 см, обертається в горизонтальній площині. З якою швидкістю рухається кулька, якщо кут відхилення нитки від вертикалі становить 60° ?

§ 29. РІВНОВАГА ТІЛ. МОМЕНТ СИЛИ. УМОВА РІВНОВАГИ ТІЛ, ЯКІ МАЮТЬ ВІСЬ ОБЕРТАННЯ

71

Уявіть, що вам потрібно дотягтися до книжки на верхній полиці. Ви підставляєте стілець, стаєте навшпиньки, нахилиєтесь і... не втримуєте рівноваги. Про те, що таке рівновага з погляду фізики і за яких умов реальне тіло (а не його модель — матеріальна точка) перебуває в рівновазі, ви дізнаєтесь із цього параграфа.

1

Що таке рівновага

Рівновага тіла — це збереження стану руху або спокою тіла з плином часу.

Що означає *збереження стану руху*?

Якщо тіло рухається тільки поступально, то збереження стану його руху означає, що швидкість поступального руху тіла залишається незмінною. Крім поступального руху реальне тіло може здійснювати також обертальний рух відносно деякої осі обертання. Якщо покласти однорідну кульку на похилий жолоб, то вона скочуватиметься, здійснюючи водночас поступальний і обертальний рухи (рис. 29.1). Кулька *зберігатиме стан руху* — *перебуватиме в рівновазі*, якщо швидкості її поступального та обертального рухів будуть залишатися незмінними.

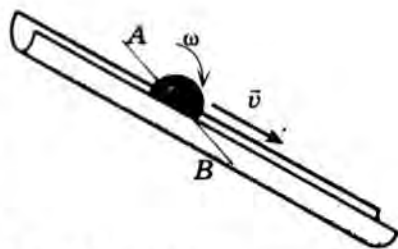


Рис. 29.1. Рух кульки, яка скочується по похилому жолобу, є складним. Його можна розкласти на два прості рухи: обертальний відносно осі AB з деякою кутовою швидкістю ω і поступальний — зі швидкістю \vec{v} , що дорівнює швидкості руху точок кульки, які лежать на осі AB

2

Умова рівноваги тіла в разі відсутності обертання

Розглянемо ситуацію, коли тіло з якихось причин не може обертатись. У такому випадку тіло рухається тільки поступально. Відповідно до закону інерції *тіло, що рухається поступально, зберігає швидкість свого руху постійною, якщо рівнодійна сил, прикладених до тіла, дорівнює нулю*. Цю умову рівноваги тіла можна записати у векторному вигляді:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$$

Наприклад, невелике тіло перебуває у спокої на похилій площині (рис. 29.2). На нього діють три сили: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила \vec{N} нормальної реакції опори та сила тертя спокою $\vec{F}_{\text{тертя сп}}$. Очевидно: якщо збільшувати кут нахилу, то сила тертя спокою збільшуватиметься і нарешті сягне максимального значення (у цей момент $F_{\text{тертя сп}} = \mu N$). У цьому випадку тіло перебуватиме у стані рівноваги

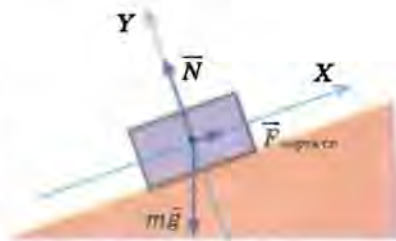


Рис. 29.2. Розташоване на похилій площині тіло перебуває у стані рівноваги (спокою), оскільки сили, що діють на нього, скомпенсовані

(залишатиметься у спокої) доти, доки сили, що діють на нього, будуть скомпенсовані: $\vec{F}_{\text{тертя}} + m\vec{g} + \vec{N} = 0$. У разі подальшого збільшення кута нахилу рівнодійна сил, прикладених до тіла, стане відмінною від нуля і тіло почне рівноприскорений рух — стан його рівноваги порушиться.

3 Момент сил. Правило моментів

Тепер розглянемо тверде тіло, яке не може рухатися поступально, а може тільки обертатися відносно нерухомої осі (рис. 29.3). Якщо причиною зміни швидкості поступального руху тіла є наявність прикладеної до нього сили, то *причина зміни швидкості обертального руху — наявність моменту сил*.

Момент сили M — це фізична величина, що дорівнює добутку модуля сили F , яка діє на тіло, на плече l цієї сили:

$$M = Fl$$

Одиниця моменту сили в СІ — **ньютон-метр** (Н·м).

Нагадаємо, що *плече сили l* — це *найменша відстань від осі обертання до лінії дії сили* (див. рис. 29.3).

Сила F_1 повертає тіло *проти ходу годинникової стрілки* — значення моментів таких сил прийнято вважати *додатним*. Сили F_2 і F_3 повертають тіло *за годинниковою стрілкою* — значення моментів таких сил прийнято вважати *від'ємними*. Момент сили F_4 дорівнює нулю, і він не може змінити швидкість обертального руху тіла. У загальному випадку, якщо сумарний момент сил, які діють на тіло, дорівнює нулю, то тіло не змінює швидкості свого обертання й у разі закріпленої осі обертання перебуватиме в рівновазі. Отже, **правило моментів**:

Тіло, яке має нерухому вісь обертання, перебуває в рівновазі, якщо алгебраїчна сума моментів усіх сил, що діють на тіло, відносно осі обертання дорівнює нулю:

$$M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = 0$$

Наприклад, на тонкий невагомий стрижень (важіль) діють три сили: \vec{F}_1 , \vec{F}_2 і \vec{F}_3 (рис. 29.4). Важіль перебуватиме в рівновазі,

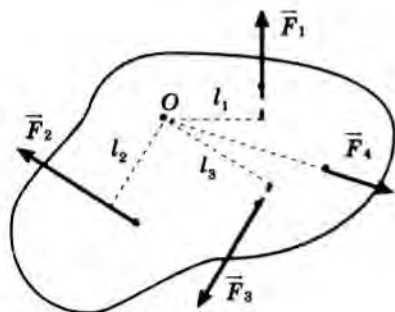


Рис. 29.3. Тіло може обертатися відносно нерухомої осі, що проходить через точку O і напрямлена перпендикулярно до площини рисунка. На тіло діють чотири сили: \vec{F}_1 , \vec{F}_2 , \vec{F}_3 , \vec{F}_4 . Плече сили F_1 — відрізок l_1 ; F_2 — відрізок l_2 ; F_3 — відрізок l_3 ; плече сили F_4 дорівнює нулю

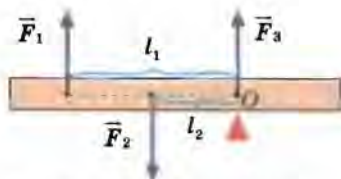


Рис. 29.4. Важіль перебуває у стані рівноваги, якщо сума моментів сил, що діють на нього, дорівнює нулю: $M_1 + M_2 + M_3 = 0$, де $M_1 = -F_1 l_1$; $M_2 = F_2 l_2$; $M_3 = 0$

якщо $M_1 + M_2 + M_3 = 0$. При цьому $M_1 = -F_1 l_1$ (тому що сила \vec{F}_1 повертає важіль за ходом годинникової стрілки), $M_2 = F_2 l_2$ (тому що сила \vec{F}_2 повертає важіль проти ходу годинникової стрілки), $M_3 = 0$ (тому що $l_3 = 0$).

Рівновага тіла в загальному випадку

На практиці часто буває, що тіло *може* одночасно здійснювати поступальний і обертальний рухи (пригадайте вищенаведений приклад руху кульки по похилому жолобу). Насправді таких прикладів безліч: автомобіль, що виконує поворот, драбина, прихилена до стіни, і т. д.

Якщо тіло може рухатися поступально, а також здійснювати обертальний рух навколо деякої осі, то це тіло перебуватиме в рівновазі, якщо дотримані обидві умови рівноваги:

- 1) рівнодійна сил, прикладених до тіла, дорівнює нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0;$$

- 2) алгебраїчна сума моментів усіх сил, що діють на тіло, відносно осі обертання дорівнює нулю:

$$M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = 0.$$

Учимося розв'язувати задачі

Задача. Однорідну рейку завдовжки 10 м і масою 900 кг піднімають на двох паралельних тросах. Обчисліть сили натягу тросів, якщо один із них закріплений на кінці рейки, а другий — на відстані 1 м від іншого кінця рейки.

Дано:

$l = 10$ м

$m = 900$ кг

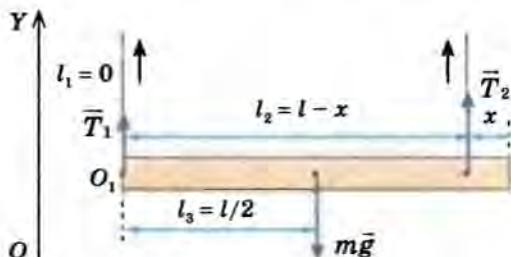
$x = 1$ м

$g \approx 10$ м/с²

Аналіз фізичної проблеми. Виконаємо пояснювальний рисунок, на якому позначимо сили, що діють на рейку (силу тяжіння $m\vec{g}$ та сили \vec{T}_1 і \vec{T}_2 натягу тросів), плечі цих сил (l_1 , l_2 , l_3) і вісь OY , яку спрямуємо вертикально вгору.

T_1 — ?

T_2 — ?



За вісь обертання рейки оберемо вісь, яка проходить через точку O_1 і напрямлена перпендикулярно до площини рисунка (цю точку можна обирати довільно, керуючись міркуваннями зручності).

Пошук математичної моделі, розв'язання. Запишемо дві умови рівноваги тіла:
$$\begin{cases} \bar{T}_1 + \bar{T}_2 + m\bar{g} = 0, \\ M_1 + M_2 + M_3 = 0. \end{cases}$$

Тут $M_1 = 0$ (оскільки $l_1 = 0$), $M_2 = T_2(l - x)$ (сила \bar{T}_2 повертає важіль проти ходу годинникової стрілки); $M_3 = -mg \frac{l}{2}$ (сила $m\bar{g}$ повертає важіль за ходом годинникової стрілки).

Спроектувавши перше рівняння на вісь OY і підставивши вирази для моментів сил у правило моментів, отримаємо систему лінійних рівнянь:
$$\begin{cases} T_1 + T_2 - mg = 0, \\ T_2(l - x) - mg \frac{l}{2} = 0. \end{cases}$$

Із другого рівняння системи знайдемо T_2 :

$$T_2(l - x) = mg \frac{l}{2} \Rightarrow T_2 = \frac{mgl}{2(l - x)}.$$

Із першого рівняння системи знайдемо T_1 : $T_1 = mg - T_2$.

Визначимо значення шуканої величини:

$$[T_1] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \text{Н} = \text{Н}, \quad \{T_1\} = 900 \cdot 10 - 5000 = 4000, \quad T_1 = 4000 \text{ Н} = 4 \text{ кН};$$

$$[T_2] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\text{м}}{\text{м}} = \text{Н}, \quad \{T_2\} = \frac{900 \cdot 10 \cdot 10}{2 \cdot 9} = 5000, \quad T_2 = 5000 \text{ Н} = 5 \text{ кН}.$$

Аналіз результату. Перший трос діє на рейку з меншою силою, оскільки ця сила прикладена далі від центра тяжіння тіла. Результат є реальним.

Відповідь: сили натягу тросів дорівнюють: $T_1 = 4 \text{ кН}$; $T_2 = 5 \text{ кН}$.

Підбиваємо підсумки

Рівновага тіла — це збереження стану руху або спокою тіла з плином часу. Тіло перебуває в рівновазі, якщо швидкості його поступального та обертального рухів залишаються незмінними.

Момент сили M — це фізична величина, що дорівнює добутку модуля сили F , яка діє на тіло, на плече l цієї сили: $M = Fl$.

Якщо сила обертає або намагається обертати тіло проти ходу годинникової стрілки, то момент сили має додатне значення, а якщо за ходом годинникової стрілки — від'ємне значення.

Тіло, яке рухається поступально, перебуває в рівновазі, якщо рівнодійна сил, прикладених до тіла, дорівнює нулю: $\bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \dots + \bar{F}_n = 0$.

Тіло, яке має нерухому вісь обертання, перебуває в рівновазі, якщо алгебраїчна сума моментів усіх сил, що діють на тіло, відносно осі обертання дорівнює нулю: $M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = 0$.

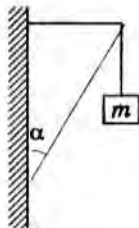
Якщо тіло може рухатися поступально, а також здійснювати обертальний рух навколо деякої осі, то воно перебуватиме в рівновазі, якщо дотримані обидві умови рівноваги.

Контрольні запитання

1. Що називають рівновагою тіл? 2. За яких умов тіло, що не спроможне обертатися, перебуватиме в рівновазі? 3. Що називають плечем сили? 4. Дайте визначення моменту сили. Яка одиниця моменту сили в СІ? 5. Сформулюйте правило моментів. 6. За яких умов тіло, що може рухатися як обертально, так і поступально, перебуватиме в рівновазі?

Вправа № 25

1. Дошка масою 10 кг підперта на відстані $\frac{1}{4}$ її довжини. Яку силу перпендикулярно до дошки потрібно прикласти до її короткого кінця, щоб утримати дошку в рівновазі?
2. До кінців стрижня масою 10 кг і завдовжки 40 см підвішено тягарі масами 40 і 10 кг. Де треба підперти стрижень, щоб він перебував у рівновазі?
- 3*. Невагомі стрижні шарнірно з'єднані між собою і стіною (див. рисунок). Знайдіть сили пружності, що виникають у стрижнях, якщо маса підвішеного тягара 4 кг, $\alpha = 30^\circ$.
- 4*. Драбина спирається на гладеньку вертикальну стіну. Коефіцієнт тертя між ніжками драбини і підлогою дорівнює 0,4. Який найбільший кут може утворювати драбина зі стіною? Центр тяжіння драбини розташований на половині її довжини.

**ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5**

Тема. Дослідження рівноваги тіла під дією кількох сил.

Мета: з'ясувати, за яких умов тіло із закріпленою віссю обертання перебуває в рівновазі.

Обладнання: важіль, штатив із муфтою та лапкою, набір тягарців масами по 100 г, динамометр, учнівська лінійка.

ВКАЗІВКИ ДО РОБОТИ**Підготовка до експерименту**

1. Перед тим як виконувати роботу, переконайтеся, що ви знаєте відповіді на такі запитання.
 - 1) Що називають плечем сили?
 - 2) Як визначити момент сили? Яка його одиниця в СІ?
 - 3) За яких умов тіло перебуває в рівновазі?
2. Визначте ціну поділки шкал вимірювальних приладів.
3. Закріпіть важіль на лапці штатива та зрівноважте його за допомогою регулювальних гайок.

Експеримент

Результати вимірювань відразу заносьте до таблиці. Вважайте, що вага одного тягарця дорівнює 1 Н.

1. Підвісьте з одного боку від осі обертання важеля один тягарець, з другого боку — два тягарці. Пересуваючи тягарці, зрівноважте важіль (рис. 1).

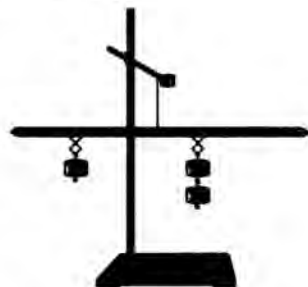


Рис. 1



Рис. 2

2. Виміряйте плечі l_1 і l_2 відповідних сил F_1 і F_2 . Зніміть тягарці з важеля.
3. Підвісьте ліворуч від осі обертання важеля на деякій відстані один від одного два тягарці. Визначте за допомогою динамометра, яку силу F_3 потрібно прикласти до будь-якої вибраної вами точки, розташованої праворуч від осі обертання важеля, щоб важіль перебував у рівновазі. Виміряйте плечі l_1 , l_2 , l_3 сил, що діють на важіль.
4. Підвісьте праворуч від осі обертання три тягарці, а ліворуч — два тягарці. Виміряйте динамометром силу F_3 , яку потрібно прикласти до точки, розташованої праворуч від осі обертання, щоб важіль перебував у рівновазі (рис. 2). Виміряйте плечі l_1 , l_2 , l_3 сил, що діють на важіль.



Опрацювання результатів експерименту

Результати обчислень відразу заносьте до таблиці.

Для кожного досліджу:

- 1) обчисліть моменти сил, що діють на важіль;
- 2) знайдіть суму моментів сил, що діють на важіль.

Номер досліджу

Сила F_1 , Н

Плече l_1
сили F_1 , м

Момент M_1
сили F_1 , Н·м

Сила F_2 , Н

Плече l_2
сили F_2 , м

Момент M_2
сили F_2 , Н·м

Сила F_3 , Н

Плече l_3
сили F_3 , м

Момент M_3
сили F_3 , Н·м

Сума моментів
сил
 $M_1 + M_2 + M_3$,
Н·м



Рис. 3



Аналіз результатів експерименту

Проаналізуйте експеримент і його результати. Зробіть висновок, у якому зазначте, яку величину ви вимірювали, за яких умов тіло із закріпленою віссю обертання перебуває в рівновазі, вимірювання якої величини, на ваш погляд, дає найбільшу похибку.



Творче завдання

Перевірте умову рівноваги тіла із закріпленою віссю обертання, використовуючи для експерименту диск, який може вільно обертатися на осі, затиснутий в лапці штатива, і тягарці, які в довільному порядку підвішені до диска (рис. 3). Запишіть перелік необхідних вимірювальних приладів і план проведення експерименту. Проведіть експеримент, запишіть його результати, сформулюйте висновок.

Напевно, ви мали в дитинстві «фізичні» іграшки. Багато хто й зараз не перестає дивуватися, чому, наприклад, хоч як крути Івана-покивана, він із дивовижним завзяттям повертається у вертикальне положення, чому орел стійко тримається на кінчику дзьоба (рис. 30.1), чому деякі машинки після будь-якої «аварії» знову стають на колеса і т. д. Розгадати секрет таких іграшок ви зможете, вивчивши матеріал цього параграфа.



Рис. 30.1. У разі незначних відхилень іграшковий орел зберігає рівновагу, спираючись на кінчик дзьоба

1 Як визначити центр мас тіла

Центр мас тіла — це точка перетину прямих, уздовж яких напрямлені сили, що викликають тільки поступальний рух тіла (рис. 30.2).

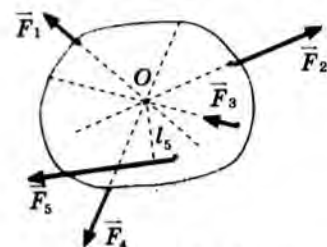


Рис. 30.2. Сили \vec{F}_1 , \vec{F}_2 , \vec{F}_3 і \vec{F}_4 викликають тільки поступальний рух тіла; лінії дії цих сил перетинаються в центрі мас тіла (точка O); сила \vec{F}_5 крім поступального викликає також обертальний рух тіла

Якщо розміри тіла невеликі порівняно з радіусом Землі, то центр мас цього тіла збігається з точкою прикладення сили тяжіння (центром тяжіння тіла).

Центр мас симетричних фігур перебуває в їхньому геометричному центрі; центр мас трикутника лежить у точці перетину його медіан.

2 Деякі методи визначення положення центра мас плоских фігур

Існує кілька методів визначення положення центра мас. З експериментальним методом ви вже знайомі (див. Експериментальне завдання в § 21). Сьогодні зупинимось на геометричному та аналітичному методах.

Геометричний метод застосовують тоді, коли фігуру можна розбити двома способами на дві фігури, розташування центрів мас яких легко визначити. Наприклад, щоб визначити положення центра мас плоскої фігури, зображеної на рис. 30.3, розіб'ємо її спочатку на квадрат і трикутник (рис. 30.3, а) і знайдемо їхні центри мас (точки O_1 і O_2). Потім розіб'ємо досліджувану фігуру на два трикутники (рис. 30.3, б) і знайдемо їхні центри мас (точки O_3 і O_4). Центр мас досліджуваної фігури лежить на перетині прямих O_1O_2 і O_3O_4 .

Аналітичний метод найбільш універсальний, але часто потребує складних математичних

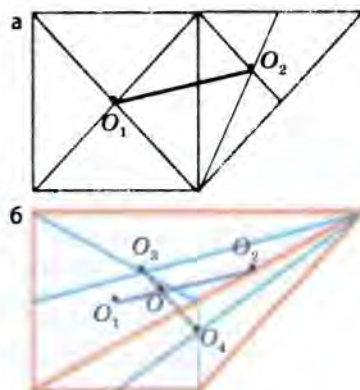


Рис. 30.3. Геометричний метод визначення положення центра мас плоскої фігури

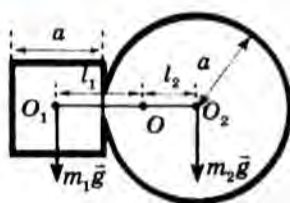


Рис. 30.4. Аналітичний метод визначення положення центра мас плоскої фігури

розрахунків*. Із цим методом ознайомимося на прикладі знаходження центра мас однорідної пластинки (рис. 30.4).

Дану пластинку можна розбити на дві симетричні фігури (квадрат і круг), центри мас яких відомі (точки O_1 і O_2). Центр мас пластинки буде розташований на прямій O_1O_2 , у певній точці O . Якщо уявно підвісити пластинку в цій точці, то пластинка не буде обертатись, оскільки і лінія дії сили натягу нитки, і лінія дії сили тяжіння проходять через центр мас пластинки.

Зобразимо сили тяжіння $m_1\vec{g}$ та $m_2\vec{g}$, які діють на частини пластинки, і плечі l_1 і l_2 цих сил. Пластинка не повертається, тому сума моментів цих сил відносно точки O дорівнює нулю: $m_1gl_1 - m_2gl_2 = 0 \Rightarrow m_1l_1 = m_2l_2$. При цьому $m_1 = \rho V_1 = \rho S_1d = \rho a^2d$, а $m_2 = \rho V_2 = \rho S_2d = \rho \pi a^2d$, де ρ — густина матеріалу, з якого виготовлена пластинка, d — її товщина; $S_1 = a^2$ — площа квадрата; $S_2 = \pi a^2$ — площа круга.

Таким чином, вираз $m_1l_1 = m_2l_2$ можна записати у вигляді: $\rho a^2dl_1 = \rho \pi a^2dl_2$; після скорочення на ρa^2d маємо: $l_1 = \pi l_2$. Однак з рисунка видно, що $l_1 + l_2 = \frac{a}{2} + a = 1,5a$. Отже,

$$\pi l_2 + l_2 = 1,5a \Rightarrow l_2 = \frac{1,5a}{(\pi + 1)} \approx 0,36a.$$

Таким чином, центр мас пластинки — точка O — розміщений на відстані $\approx 0,36a$ від центра кола.

Які існують види рівноваги

Розрізняють *стійку*, *нестійку*, *байдужу* рівноваги.

Рівновагу тіла називають *стійкою*, якщо в разі будь-яких малих відхилень від положення рівноваги тіло, надане самому собі, знову повертається в початкове положення.

У стані стійкої рівноваги перебуває, наприклад, кулька, підвішена на нитці (рис. 30.5, а), або кулька, поміщена на дно ввігнутої поверхні (рис. 30.5, б). Зверніть увагу:

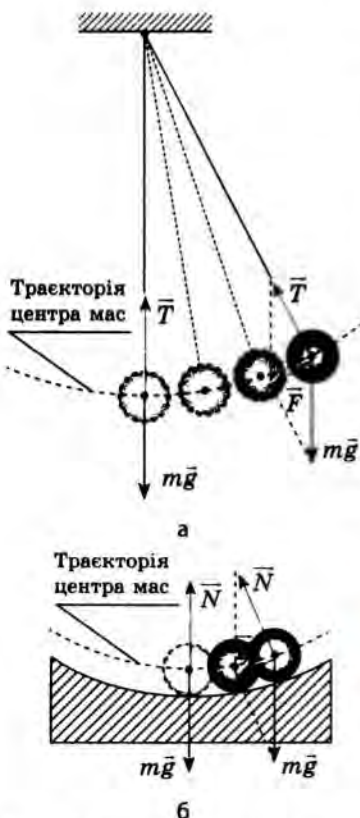


Рис. 30.5. Кулька, підвішена на нитці (а) або поміщена на дно ввігнутої поверхні (б), перебуває у стані стійкої рівноваги

* Аналітичний метод застосовують для визначення положення центра мас усіляких технічних і будівельних конструкцій. У цих випадках даний метод вимагає знання вищої математики (методів диференціального й інтегрального числення).

у положенні стійкої рівноваги центр мас тіла займає найнижче із можливих найближчих положень, а в разі відхилення тіла виникає рівнодійна сила \vec{F} , яка повертає тіло у вихідне положення.

Іван-покиван, розташований на поверхні столу, теж перебуває у стані стійкої рівноваги (рис. 30.6). У разі його відхилення рівнодійна залишається рівною нулю, однак момент сили тяжіння буде відмінним від нуля, — у результаті Іван-покиван гойднеться й повернеться у початкове положення. При цьому його центр мас займе найнижче з можливих найближчих положень.

У загальному випадку тіло перебуває у стані стійкої рівноваги, якщо в разі будь-яких незначних відхилень тіла від цього положення рівнодійна сил, які діють на тіло, або моменти цих сил прагнуть повернути тіло в положення рівноваги.

Рівновагу тіла називають *нестійкою*, якщо в разі будь-яких малих відхилень від положення рівноваги тіло, надане самому собі, ще більше відхиляється від початкового положення (рис. 30.7).

У стані нестійкої рівноваги в разі будь-яких незначних відхилень тіла від положення рівноваги рівнодійна сил, які діють на тіло, або моменти цих сил прагнуть ще більше відхилити тіло.

Рівновагу тіла називають *байдужою*, якщо в разі будь-яких малих відхилень тіла від положення рівноваги тіло, надане самому собі, залишається у своєму новому положенні.

При відхиленні тіла, яке перебуває у стані байдужої рівноваги, сили, що діють на тіло, залишаються зрівноваженими, а сума моментів цих сил дорівнює нулю (рис. 30.8).

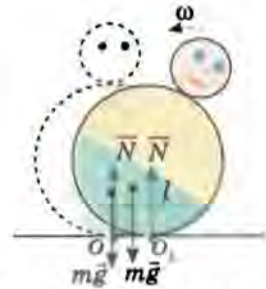


Рис. 30.6. Неоднорідна куля перебуває у стані стійкої рівноваги. У разі відхилення кулі від положення рівноваги момент сили тяжіння повертає її у початкове положення

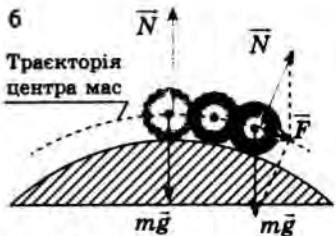
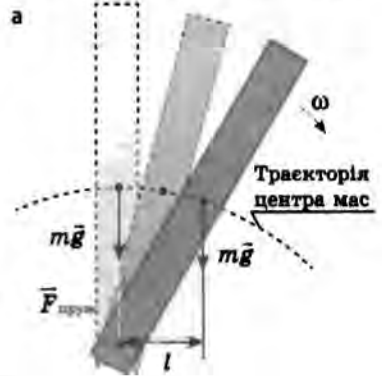


Рис. 30.7. Лінійка та кулька перебувають у стані нестійкої рівноваги. У разі відхилення від положення рівноваги: а — момент сили тяжіння $m\vec{g}$ повертає лінійку за ходом годинникової стрілки, дедалі більше відхиляючи її від вихідного положення; б — виникає рівнодійна сила \vec{F} , яка відхиляє кульку від вихідного положення. Центр мас займає найвище з усіх можливих найближчих положень

Коли перебуває в рівновазі тіло, яке спирається на горизонтальну площину

На практиці ми часто маємо справу з випадками рівноваги тіл, які спираються на кілька точок або на якусь поверхню: людина ходить по землі, спираючись двома ногами, стіл і стілець

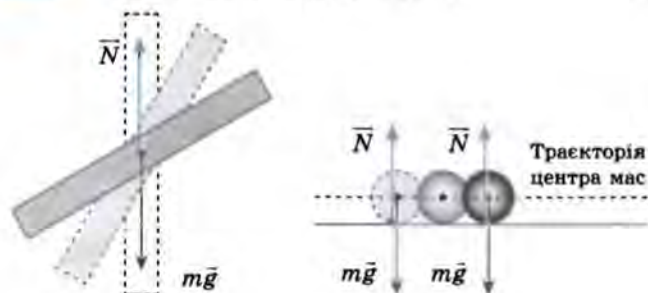


Рис. 30.8. Лінійка та однорідна кулька перебувають у стані байдужої рівноваги. Центр мас у всіх можливих найближчих положеннях розташований на одному горизонтальному рівні

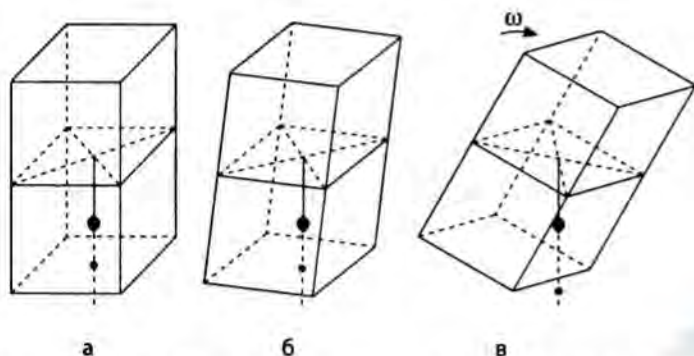


Рис. 30.9. а, б — тіло, яке спирається на горизонтальну площину, перебуває у стані стійкої рівноваги; в — тіло падає



а



б

Рис. 30.10. Площа опори: а — стола; б — людини

спираються на чотири ніжки, автомобіль — на чотири або шість коліс, будинок — на фундамент і т. д.

Тіло, яке спирається на горизонтальну площину, перебуває у стані стійкої рівноваги, якщо вертикальна лінія, проведена через центр мас тіла, проходить у межах площі опори (рис. 30.9, а, б). Якщо ця лінія проходить за межами площі опори, рівновага тіла порушується і воно падає (рис. 30.9, в).

Є очевидним, що чим нижче розташований центр тяжіння тіла та чим більша площа опори тіла, тим стійкішим буде це тіло. Саме тому фундаменти верстатів роблять широкими та масивними, швидкісні боліди мають дуже низьку посадку, людина і тварина, щоб набути стійкого положення, розставляють і трохи згинають ноги (лапи).

Зверніть увагу: площею опори вважають площу фігури, що охоплює всі точки, на які спирається тіло (рис. 30.10).



Підбиваємо підсумки

Центром мас тіла називають точку перетину прямих, уздовж яких напрямлені сили, що викликають тільки поступальний рух тіла.

Розрізняють стійку, нестійку, байдужу рівноваги тіл. Незначно відхилене від положення рівноваги тіло в разі стійкої рівноваги повертається у вихідне положення; у разі нестійкої — ще більше відхиляється від вихідного положення; у разі байдужої — залишається у своєму новому положенні.

Тіло, яке спирається на горизонтальну площину, перебуває у стані стійкої рівноваги, якщо вертикальна лінія, проведена через центр мас тіла, проходить у межах площі опори.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення центра мас. 2. Де розташовується центр мас плоских фігур, що мають правильну геометричну форму? 3. Які методи визначення центра мас тіл ви знаєте? Опишіть їх. 4. Яку рівновагу тіл називають стійкою? нестійкою? байдужою? Яке положення займає у кожному випадку центр мас тіла, як на-
прямлена рівнодійна? 5. Коли тіло, що спирається на горизонтальну площину, перебуває у стані стійкої рівноваги?

Вправа № 26

1. У положенні якої рівноваги перебувають тіла, зображені на рис. 1–3? Відповідь обґрунтуйте.
2. Якщо людина несе важкий вантаж на спині, то нахилиється вперед, а якщо несе вантаж перед собою, відхиляється назад. Чому?
3. Одна половина металевого бруска мідна, а друга — алюмінієва (рис. 4). Визначте положення центра мас бруска, якщо його довжина 10 см.
- 4*. Визначте положення центра мас плоскої фігури, зображеної на рис. 5, якщо радіус великого круга дорівнює 8 см.

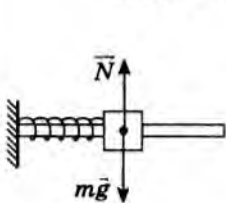


Рис. 1



Рис. 2



Рис. 3



Рис. 4



Рис. 5

Експериментальні завдання

1. Виріжте з цупкого картону плоску фігуру (рис. 6). Визначте центр мас цієї фігури експериментально, геометрично й аналітично. Який із методів дасть, на ваш погляд, найточніший результат?
2. Зчепивши дві виделки, закріпіть їх на одному кінці сірника, а другий кінець сірника розташуйте на вістрі циркуля, як показано на рис. 7. Поясніть спостережуване явище.

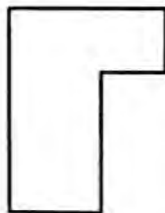


Рис. 6



Рис. 7

ПІДБИВАЄМО ПІДСУМКИ РОЗДІЛУ 2 «ДИНАМІКА»

1. Вивчаючи розділ 2, ви познайомилися з основними поняттями та законами класичної динаміки, дізналися про те, що вона вивчає.

Динаміка — це розділ механіки, в основі якого лежить кількісний опис взаємодії тіл, яка визначає характер їхнього руху.

2. Ви усвідомили сутність важливих понять динаміки, серед яких *інерційна система відліку*.

Інерційна система відліку — це така система відліку, відносно якої ізольоване тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху.

3. Ви дізналися про найважливіші закони динаміки — *закони Ньютона*:

Перший закон Ньютона

Існують такі системи відліку, відносно яких тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, якщо на це тіло не діють інші тіла або їхня дія скомпенсована

Другий закон Ньютона

Прискорення, якого набуває тіло, прямо пропорційне силі, прикладеній до цього тіла, і обернено пропорційне його масі:

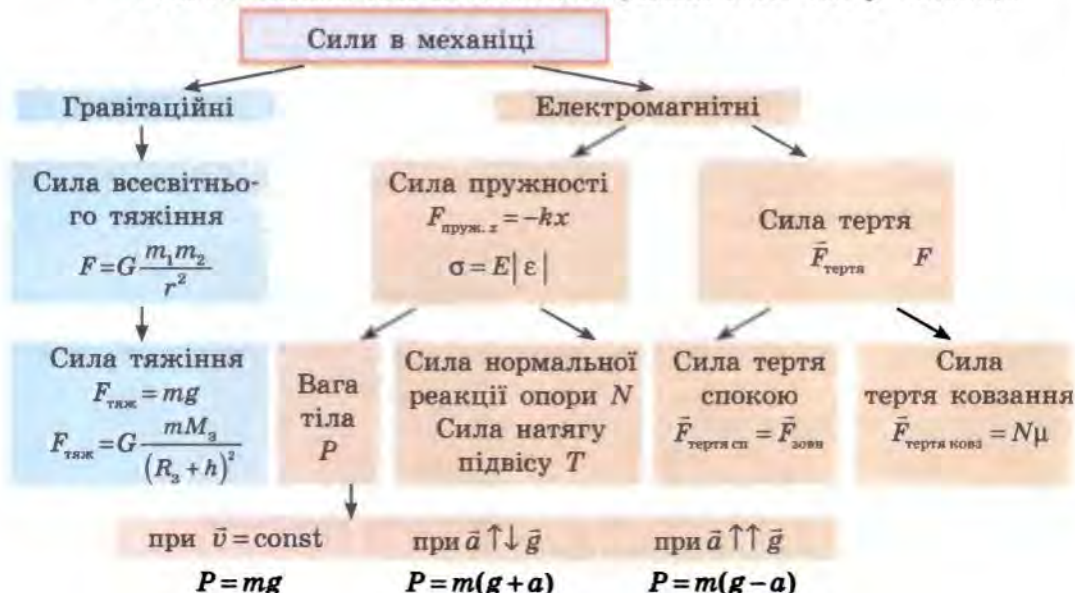
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Третій закон Ньютона

Тіла взаємодіють одне з одним із силами, які направлені уздовж однієї прямої, рівні за модулем та протилежні за напрямком:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

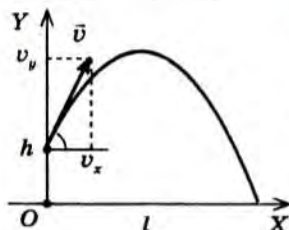
4. Ви поглибили свої знання щодо різних видів сил у механіці.



5. Ви дослідили рух тіла під дією сили тяжіння.

Траєкторія руху тіла	Сила, яка діє на тіло	Прискорення руху тіла	Швидкість руху тіла	Координати тіла у деякий момент часу
----------------------	-----------------------	-----------------------	---------------------	--------------------------------------

Парабола



$$\vec{F} = m\vec{g}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$$

$$x = x_0 + v_{0x}t$$

$$F_{\text{тяж } x} = 0$$

$$a_x = g_x = 0$$

$$v_x = v_{0x}$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}$$

$$F_{\text{тяж } y} = mg_y$$

$$v_y = v_{0y} + g_y t$$

6. За допомогою закону всесвітнього тяжіння ви розраховували *першу космічну швидкість* для Землі: $v = \sqrt{\frac{GM_3}{R_3 + h}}$, яка у випадку $h = 0$ становить: $v = \sqrt{\frac{GM_3}{R_3}} = \sqrt{gR_3} \approx 8 \left(\frac{\text{км}}{\text{с}} \right)$.

7. Ви дослідили умови рівноваги тіл, познайомилися з видами рівноваги.

Умови рівноваги тіла

за відсутності обертання

за наявності нерухомої осі обертання

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0$$

$$M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0, \text{ де } M = Fl$$

У загальному випадку для розв'язування задач потрібно застосовувати обидві умови, обираючи будь-яку вісь обертання

Види рівноваги тіл

Стійка рівновага

При відхиленні тіла від положення рівноваги рівнодійна сила або момент сил повертають тіло в положення рівноваги

Нестійка рівновага

При відхиленні тіла від положення рівноваги рівнодійна сила або момент сил відхиляють тіло від положення рівноваги

Байдужа рівновага

При відхиленні тіла від положення рівноваги рівнодійна сила та момент сил залишаються рівними нулю; тіло залишається у відхиленому положенні

ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ДО РОЗДІЛУ 2 «ДИНАМІКА»

Частина 1. Закони Ньютона. Гравітаційні сили

Завдання 1–6 містять тільки одну правильну відповідь.

- (1 бал) З яким тілом ви пов'язали би СВ, щоб вона була неінерціальною? (СВ, пов'язану із Землею, вважайте інерціальною.)
 - автомобіль рухається рівномірно;
 - дівчинка біжить з постійною швидкістю;
 - потяг набирає швидкість;
 - собака сидить на узбіччі дороги.
- (1 бал) Яким символом позначають фізичну величину, що є мірою інертності тіла?
 - a ;
 - F ;
 - v ;
 - m .
- (1 бал) Яка з наведених формул є математичним записом другого закону Ньютона?
 - $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$;
 - $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$;
 - $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$;
 - $\vec{F} = m\vec{g}$.
- (2 бали) Тіло рівномірно рухається по колу (рис. 1). У якому випадку напрямок рівнодійної сил, прикладених до тіла, позначено правильно?
 - \vec{F}_1 ;
 - \vec{F}_2 ;
 - \vec{F}_3 ;
 - \vec{F}_4 .

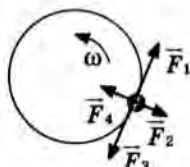


Рис. 1

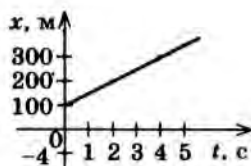


Рис. 2



Рис. 3

- (2 бали) Тіло масою 4 кг рухається вздовж осі OX , при цьому його координата змінюється за законом: $x = 0,5 + 2t + 5t^2$. Яким є модуль сили, яка діє на тіло?
 - 2 Н;
 - 8 Н;
 - 20 Н;
 - 40 Н.
- (2 бали) Під дією двох взаємно перпендикулярних сил, модулі яких дорівнюють 6 і 8 Н, тіло рухається з прискоренням 2 м/с^2 . Якою є маса тіла?
 - 1 кг;
 - 5 кг;
 - 7 кг;
 - 20 кг.
- (3 бали) Гаубиця випустила кілька снарядів під кутом до горизонту: перший — під кутом 60° ; другий — під кутом 30° ; третій — під кутом 45° . Як розташуються ці снаряди на горизонтальній прямій? У якого з них висота підняття буде найбільшою?
- (3 бали) Вантаж скинули з літака, що летить горизонтально. На рис. 2 показано залежність $x(t)$. Визначте модуль і напрямки швидкості руху вантажу через 5 с після початку падіння.
- (4 бали) Визначте силу тяжіння, яка діє на тіло масою 20 кг, якщо це тіло підняте над поверхнею Землі на відстань, що дорівнює чверті радіуса Землі. Визначте першу космічну швидкість на цій висоті.
- (5 балів) Чи порушиться рівновага важелів (рис. 3), якщо подовжити нитку так, щоб тягарець був повністю занурений у воду, але не торкався дна? якщо обрізати нитку й покласти тягарець на дно посудини?

Зверте ваші відповіді з наведеними наприкінці підручника. Позначте завдання, які ви виконали правильно, і полічіть суму балів. Потім цю суму розділіть на три. Одержане число відповідатиме рівню ваших навчальних досягнень.

Частина 2. Електромагнітні сили. Рух тіла під дією кількох сил

Завдання 1–6 містять тільки одну правильну відповідь.

- (1 бал) Яким символом позначають відносне видовження тіла?
а) Δl ; б) ϵ ; в) μ ; г) σ .
- (1 бал) Яка з наведених формул є математичним записом закону Гука?
а) $a = \frac{F}{m}$; б) $\sigma = E\epsilon$; в) $F = \mu N$; г) $\sigma = \frac{F}{S}$.
- (1 бал) У якому з наведених випадків (рис. 4) тіло перебуває в стані нестійкої рівноваги?



Рис. 4

- (2 бали) Тіло тягнуть угору по похилій площині (рис. 5). У якому випадку напрямки сил, прикладених до тіла, позначено правильно?

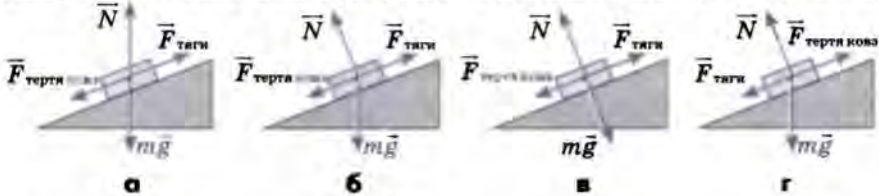


Рис. 5

- (2 бали) На підлозі ліфта стоїть валіза масою 20 кг. Ліфт починає підніматися з прискоренням 2 м/с^2 . Чому дорівнює вага валізи?
а) 20 Н; б) 160 Н; в) 200 Н; г) 240 Н.
- (2 бали) Унаслідок видовження пружини на 2,0 см виникає сила пружності 3 Н. За якого видовження пружини сила пружності дорівнюватиме 15 Н?
а) 2,5 см; б) 5 см; в) 10 см; г) 22,5 см.
- (3 бали) Тіло без початкової швидкості зісковзує з похилої площини. Кут нахилу площини до горизонту 30° , довжина похилої площини 2 м. З яким прискоренням рухається тіло, якщо коефіцієнт тертя ковзання 0,3? Скільки часу триває ковзання?
- (3 бали) Брусок масою 500 г під дією підвішеного до нього тягаря масою 150 г пройшов від початку руху шлях 80 см за 2 с (рис. 6). Знайдіть коефіцієнт тертя ковзання.
- (4 бали) Куля масою m і радіусом r висить на мотузці завдовжки l , прикріпленій до гладенької вертикальної стіни (рис. 7). Знайдіть силу, з якою куля тисне на стіну.
- (5 балів) З якою максимальною швидкістю може їхати мотоцикліст на повороті радіусом 40 м, якщо коефіцієнт тертя між колесами і дорогою 0,6? На який кут при цьому відхилиться мотоцикл?

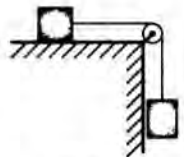


Рис. 6

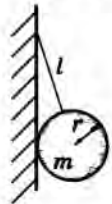


Рис. 7

Зверте ваші відповіді з наведеними наприкінці підручника. Позначте завдання, які ви виконали правильно, і полічіть суму балів. Потім цю суму розділіть на три. Одержане число відповідатиме рівню ваших навчальних досягнень.

РОЗДІЛ 3. ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ В МЕХАНІЦІ

§ 31. ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ІМПУЛЬСУ

Закони Ньютона дозволяють розв'язати багато задач, які стосуються руху та взаємодії тіл. Однак на практиці часто буває складно виміряти або аналітично подати сили, що діють на тіло. Як, наприклад, обчислити сили, що виникають у результаті зіткнення тіл, адже при цьому змінюються і жорсткість тіл, і коефіцієнт тертя? Або як визначити сили, що виникають під час вибуху? Крім того, для розрахунків потрібно знати час взаємодії тіл, виміряти який теж іноді складно. Виявляється, розв'язання багатьох задач значно простішає, якщо скористатися законами збереження, — законом збереження імпульсу та законом збереження енергії. Ці закони безпосередньо випливають із законів Ньютона, однак відкриті вони були самостійно. Це найбільш загальні й універсальні закони не лише в механіці, але й у всій фізиці. Із цього параграфа ви дізнаєтеся про закон збереження імпульсу.

Що таке імпульс сили та імпульс тіла

Згадаємо формулу для визначення прискорення: $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$ — і запишемо другий закон Ньютона у вигляді: $\vec{F} = \frac{m(\vec{v} - \vec{v}_0)}{t}$. Помноживши обидві частини рівності на t , маємо:

$$\vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{v}_0. \quad (1)$$

Добуток $\vec{F}t$ називають *імпульсом сили*. Ця величина одночасно визначає і силу, і тривалість дії, необхідної для того, щоб змінити швидкість руху тіла масою m від \vec{v}_0 до \vec{v} .

Імпульс сили — це векторна фізична величина, яка дорівнює добутку сили на час її дії: $\vec{F}t$.

Одиниця імпульсу сили в СІ — **ньютон-секунда** (Н·с).

У правій частині рівності (1) маємо зміну деякої величини $m\vec{v}$. Цю величину називають *імпульсом тіла* або *кількістю руху*.

Імпульс тіла \vec{p} — це векторна фізична величина, яка дорівнює добутку маси m тіла на швидкість \vec{v} його руху:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Одиниця імпульсу тіла в СІ — **кілограм-метр на секунду** (кг·м/с).

На відміну від імпульсу сили *імпульс тіла залежить від вибору СВ*, тому що від вибору СВ залежить швидкість руху тіла.

Введення понять імпульсу сили й імпульсу тіла дає змогу сформулювати *другий закон Ньютона в імпульсному вигляді: зміна імпульсу тіла дорівнює імпульсу сили, яка діє на це тіло:*

$$m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}t, \text{ або } \vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F}t.$$

З останньої рівності отримуємо ще один запис другого закону Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{t}.$$

Розвиток механіки показав, що другий закон Ньютона, записаний в імпульсному вигляді*, більш загальний, ніж записаний як $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$, оскільки в імпульсному вигляді він дозволяє описувати рух тіл змінної маси, наприклад рух ракет.

За яких умов систему тіл можна вважати замкнутою

Декілька тіл, що взаємодіють одне з одним, утворюють *систему тіл*. Сили, які характеризують взаємодію тіл системи між собою, називають *внутрішніми силами системи*. Якщо тіла взаємодіють тільки внутрішніми силами, то таку систему тіл називають *замкнутою*.

Замкнена система тіл — це така система тіл, на яку не діють зовнішні сили, а будь-які зміни стану цієї системи є результатом дії внутрішніх сил системи.

Точно кажучи, на Землі неможливо знайти замкнену систему тіл: на будь-яке тіло поблизу поверхні Землі діє сила тяжіння, будь-який рух тіла супроводжується тертям. Тому на практиці систему тіл вважають замкнутою, якщо зовнішні сили, які діють на систему, зрівноважені або набагато менші за внутрішні сили системи.

Наприклад, під час вибуху снаряда зовнішні сили, які діють на осколки (сила тяжіння та сила опору), у багато разів менші за силу взаємодії $\vec{F}_{вз}$ цих осколків (рис. 31.1, а), тому під час вибуху систему тіл «осколки» можна вважати замкнутою.

Якщо людина штовхає ядро із силою \vec{F} , стоячи на легкорухомому візку (рис. 31.1, б), то систему тіл «людина на візку — ядро» можна вважати замкнутою, оскільки силу тяжіння врівноважує сила нормальної реакції опори, а сила тертя кочення є незначною.

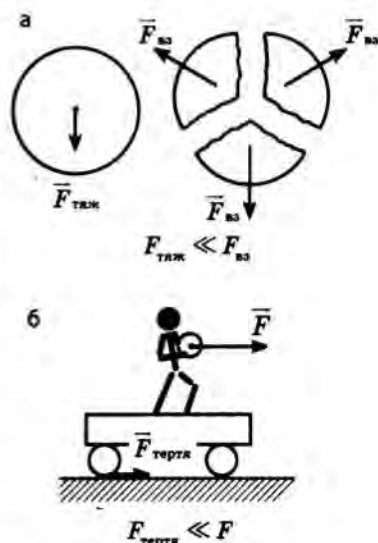


Рис. 31.1. Якщо зовнішні сили, що діють на систему, зрівноважені або значно менші за внутрішні сили системи, то систему можна вважати замкнутою

* Свою другу аксіому руху І. Ньютон сформулював саме в імпульсному вигляді.

Якщо ж людина штовхає ядро, стоячи на землі, то система тіл «людина — ядро» не є замкнутою, бо величину сили тертя можна порівняти із силою взаємодії людини та ядра.

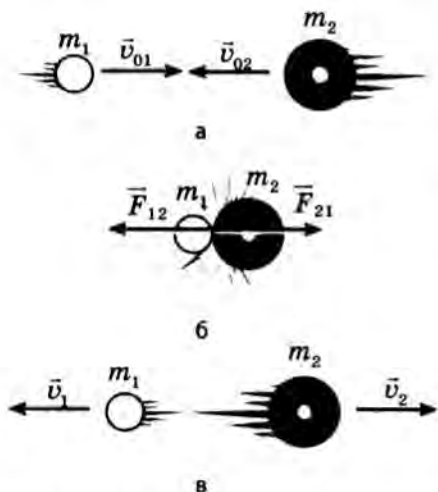


Рис. 31.2. До виведення закону збереження імпульсу для замкнутої системи, яка складається з двох тіл: а — тіла до взаємодії; б — тіла в момент взаємодії; в — тіла після взаємодії

Закон збереження імпульсу

Розглянемо взаємодію двох тіл масами m_1 і m_2 , які утворюють замкнену систему й рухаються відповідно зі швидкостями \vec{v}_{01} і \vec{v}_{02} (рис. 31.2, а).

У результаті взаємодії, яка триває певний проміжок часу t , обидва тіла змінюють швидкості свого руху. Оскільки система замкнена, то причиною зміни швидкості є тільки сили взаємодії \vec{F}_{12} і \vec{F}_{21} — внутрішні сили системи (рис. 31.2, б). Нехай у результаті взаємодії тіла набули швидкості \vec{v}_1 і \vec{v}_2 (рис. 31.2, в). Запишемо для кожного тіла другий закон Ньютона:

$$m_1 \vec{v}_1 - m_1 \vec{v}_{01} = \vec{F}_{12} t; \quad m_2 \vec{v}_2 - m_2 \vec{v}_{02} = \vec{F}_{21} t.$$

Час взаємодії t однаковий для обох тіл, а сили взаємодії згідно з третім законом Ньютона є рівними за модулем і протилежними за напрямком: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$. Отже, $m_1 \vec{v}_1 - m_1 \vec{v}_{01} = -(m_2 \vec{v}_2 - m_2 \vec{v}_{02})$. Після перетворень отримаємо:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2, \text{ або } \vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

У лівих частинах виразів — сума імпульсів тіл до взаємодії. Після взаємодії імпульс кожного тіла змінився, однак сумарний імпульс системи залишився незмінним — він *зберігся*. Отже, **закон збереження імпульсу**:

У замкненій системі тіл геометрична сума імпульсів тіл до взаємодії дорівнює геометричній сумі імпульсів тіл після взаємодії.

У слушності закону збереження імпульсу можна переконатись експериментально (рис. 31.3).

Закон збереження імпульсу справджується для замкнутої системи, що містить будь-яку кількість тіл, — це загальний, фундаментальний закон фізики. Тому в загальному випадку *математичний вираз для закону збереження імпульсу* виглядає так:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} + \dots + m_n \vec{v}_{0n} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n;$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \text{const},$$

де m_i — маси тіл, що утворюють замкнену систему; \vec{v}_{0i} — швидкості руху тіл системи до взаємодії; \vec{v}_i — швидкості руху тіл системи після взаємодії; n — кількість тіл, які взаємодіють; \vec{p}_i — імпульси тіл у деякий довільний момент часу.

Із проявами закону збереження імпульсу ми постійно зустрічаємося в природі, техніці, побуті. Саме законом збереження імпульсу пояснюється ефект віддачі вогнепальної зброї, рух бігової доріжки на деяких спортивних тренажерах, рух човна під час пересування по ньому людини тощо.

Зверніть увагу:

а) закон збереження імпульсу виконується тільки для замкненої системи тіл, тому, перш ніж застосувати його для розв'язання задачі, потрібно визначити, чи є замкненою дана система;

б) якщо на систему діють зовнішні сили, які не зрівноважені або дією яких не можна знехтувати, то сумарний імпульс системи змінюється — ця зміна дорівнює сумарному імпульсу зовнішніх сил: $\vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{F}t$.

Учимося розв'язувати задачі

Задача. З гармати, встановленої на гладенькій горизонтальній поверхні, під кутом 60° до горизонту вилітає снаряд зі швидкістю 100 м/с. Яку швидкість набере гармата після пострілу, якщо маса снаряду 20 кг, а маса гармати 2 т?

Дано:

$$\alpha = 60^\circ$$

$$v_1 = 100 \text{ м/с}$$

$$m_1 = 20 \text{ кг}$$

$$m_2 = 2000 \text{ кг}$$

$$v_{01} = v_{02} = 0$$

$$v_2 = ?$$

Аналіз фізичної проблеми. Систему тіл «снаряд — гармата» можна вважати замкненою, бо сили тертя в багато разів менші за сили, що виникають під час пострілу. Оберемо як нерухому СВ ту, що пов'язана з поверхнею Землі. Виконаємо пояснювальний рисунок, на якому позначимо напрямки швидкостей руху тіл до і після взаємодії та напрямок осі OX (у вертикальному напрямку гармата відносно Землі не рухається — вона набуває імпульсу разом із Землею, тому досить обрати тільки вісь OX).

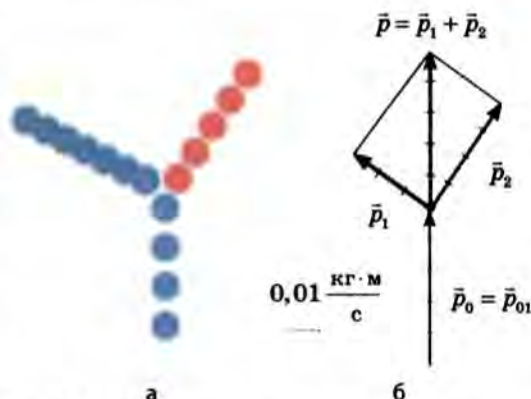


Рис. 31.3. Демонстрація закону збереження імпульсу під час удару двох кульок масою 100 г кожна; червона куля до удару перебувала в спокої: а — рисунок зі стробоскопічної фотографії руху кульок до і після удару (масштаб $1:20$); проміжок часу між спалахами — $0,2$ с; б — векторна діаграма імпульсів куль. До зіткнення куль імпульс \vec{p}_0 системи дорівнював імпульсу \vec{p}_{01} синьої кулі: $\vec{p}_0 = \vec{p}_{01}$.

$$p_{01} = m_1 v_{01} = 0,1 \text{ кг} \cdot \frac{0,1 \text{ м}}{0,2 \text{ с}} = 0,05 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

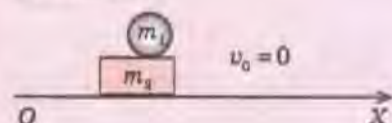
Після удару імпульс кожної кулі змінився; їхній сумарний імпульс: $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$,

$$\text{де } p_1 = m_1 v_1 = 0,1 \text{ кг} \cdot \frac{0,06 \text{ м}}{0,2 \text{ с}} = 0,03 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}},$$

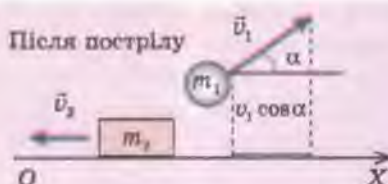
$$p_2 = m_2 v_2 = 0,1 \text{ кг} \cdot \frac{0,08 \text{ м}}{0,2 \text{ с}} = 0,04 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

З рисунка видно, що $\vec{p}_0 = \vec{p}$, тобто сумарний імпульс системи залишився незмінним.

До пострілу



Після пострілу



Пошук математичної моделі, розв'язання. Запишемо закон збереження імпульсу у векторному вигляді:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2.$$

Скориставшись рисунком, знайдемо проекції швидкостей на вісь OX ; маємо: $0 = m_1 v_1 \cos \alpha - m_2 v_2$. Звідки знайдемо v_2 :

$$m_2 v_2 = m_1 v_1 \cos \alpha \Rightarrow v_2 = \frac{m_1 v_1 \cos \alpha}{m_2}.$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$[v_2] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}; \{v_2\} = \frac{20 \cdot 100 \cdot 0,5}{2000} = 0,5; v_2 = 0,5 \text{ м/с}.$$

Відповідь: швидкість руху гармати після пострілу $v_2 = 0,5 \text{ м/с}$.

Підбиваємо підсумки

Імпульс сили — це векторна фізична величина, яка дорівнює добутку сили \vec{F} на час t її дії: $\vec{F}t$.

Імпульс тіла \vec{p} — це векторна фізична величина, яка дорівнює добутку маси m тіла на швидкість \vec{v} його руху: $\vec{p} = m\vec{v}$.

Зміна імпульсу тіла дорівнює імпульсу сили: $m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}t$.

Системи тіл, на які жодні зовнішні сили не діють, називають замкненими. Систему тіл можна вважати замкнутою, якщо зовнішні сили, що діють на систему, зрівноважені або набагато менші за внутрішні сили системи. У замкненій системі тіл виконується закон збереження імпульсу: у замкненій системі тіл геометрична сума імпульсів тіл до взаємодії дорівнює геометричній сумі імпульсів тіл після взаємодії:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} + \dots + m_n \vec{v}_{0n} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n.$$

Контрольні запитання

1. Дайте визначення імпульсу тіла. У яких одиницях його вимірюють?
2. Дайте визначення імпульсу сили. У яких одиницях його вимірюють?
3. Сформулюйте другий закон Ньютона, використовуючи поняття імпульсу сили та імпульсу тіла.
4. Яку систему можна вважати замкнутою? Наведіть приклади.
5. Які сили називають внутрішніми силами системи?
6. Сформулюйте закон збереження імпульсу.
7. Доведіть закон збереження імпульсу для двох тіл.

Вправа № 27

1. Футболіст веде м'яч полем, рухаючись зі швидкістю 4 м/с відносно поля. Визначте імпульс м'яча відносно: а) поверхні Землі; б) футболіста, що біжить назустріч м'ячу зі швидкістю 5 м/с; в) футболіста, який веде м'яч. Масу м'яча задайте самостійно.

- Порівняйте ваш імпульс під час бігу на 100 м з імпульсом кулі, випущеної з вогнепальної зброї. Необхідні дані задайте самостійно.
- Багато хто з вас знайомий із ситуацією: людина встала в човні і, не дочекавшись, коли його пришвартують до причалу, пішла вперед — у результаті човен відпливає назад (див. рисунок). Поясніть дану ситуацію з погляду закону збереження імпульсу.
- Два легкорухомі візки масами 2 і 6 кг рухаються назустріч один одному зі швидкостями 2 і 3 м/с відповідно. Після зіткнення візки почали рухатись як одне ціле. Визначте модуль та напрямок швидкості руху візків після зіткнення.
- Із човна масою 150 кг, який рухається зі швидкістю 2 м/с, у горизонтальному напрямку зі швидкістю 6 м/с стрибає хлопчик масою 50 кг. Яку швидкість має човен після стрибка, якщо хлопчик стрибає з корми човна в бік, протилежний рухові човна? з носа човна в напрямку руху човна? Вважайте, що в кожному випадку швидкість хлопчика напрямлена під кутом 45° до горизонту.
- Більярдна куля А, яка рухається зі швидкістю 10 м/с, ударила кулю Б такої ж маси, яка перебувала в спокої (див., наприклад, рис. 31.3). Визначте швидкості руху кулі після удару, якщо швидкість кулі А напрямлена під кутом 30° до напрямку її руху до удару, а швидкість кулі Б — під кутом 60° до напрямку руху кулі А до удару.
- Людина масою 70 кг переходить із корми на ніс човна. На яку відстань і в який бік відносно берега відпливе човен, якщо його маса 130 кг, а довжина 4 м? Рухи людини та човна вважати рівномірними.



§ 32. РЕАКТИВНИЙ РУХ. РАКЕТИ

Завдяки чому можуть рухатися люди, автомобілі, потяги, тварини? Чому літають планери, птахи, метелики? Чому плавають риби, катери, підводні човни? Відповідь є простою: усі перелічені тіла рухаються тому, що від чогось відштовхуються: людина, тварина, автомобіль, потяг — від поверхні Землі; планери, птахи, метелики — від повітря; риби та катери — від води. А як у випадку з космічним літальним апаратом? Адже для того, щоб почати рух або змінити швидкість, він має від чогось відштовхнутись, а в космосі такої можливості немає. Проте космічні кораблі літають у відкритий космос, виконують маневри, повертаються на Землю. Від чого ж вони відштовхуються? З'ясуємо.

Який рух називають реактивним

Проведемо невеликий дослід. Надуємо повітряну кульку і, не стягаючи її отвір ниткою, відпустимо. Кулька почне рухатись і рухатиметься доти, поки з отвору виривається повітря. У цьому випадку ми маємо справу з так званим **реактивним рухом**.

Реактивний рух — це рух, що виникає внаслідок відділення з певною швидкістю від тіла якоїсь його частини.

Основою реактивного руху є закон збереження імпульсу. Повернемося до досліду з кулькою. Якщо отвір кульки закритий, вона перебуває в спокої й імпульс системи «кулька — повітря» дорівнює нулю: $\vec{p}_{0\text{н}} + \vec{p}_{0\text{к}} = 0$. Якщо отвір відкрити, то повітря почне вириватися

назовні з досить великою швидкістю, тобто набуде деякого імпульсу: $\vec{p}_n = m_n \vec{v}_n$. Сама кулька теж набуде імпульсу: $\vec{p}_k = m_k \vec{v}_k$, напрямленого в бік, протилежний імпульсу повітря.

Відповідно до закону збереження імпульсу загальний імпульс системи «кулька — повітря» залишається незмінним і дорівнює нулю: $m_n \vec{v}_n + m_k \vec{v}_k = 0$. Отже, швидкість руху кульки становить:

$$\vec{v}_k = -\frac{m_n}{m_k} \vec{v}_n.$$

Знак «-» говорить про те, що кулька рухається в напрямку, протилежному напрямку руху повітря.

Розглянемо ще один приклад — віддачу автомата, який робить n пострілів за секунду. Позначимо масу однієї кулі m_k , а її швидкість у момент вильоту із дула — \vec{v} . Загальна зміна імпульсу куль за секунду (швидкість зміни імпульсу) буде $n m_k \vec{v}$. Сила \vec{F} , яка діє на кулі, дорівнює швидкості зміни імпульсу куль:

$$\vec{F} = n m_k \vec{v}.$$

Згідно з третім законом Ньютона така сама за модулем сила, але напрямлена протилежно діє й на автомат. Отже, у результаті стрільби на автомат діє постійна сила, яка визначається скорострільністю автомата, масою та швидкістю куль.

Аналогічно виникає рушійна *реактивна сила* в ракеті, коли з її сопла витікає газ.

2 Реактивний рух ракети

Ракета — літальний апарат, який переміщується в просторі завдяки реактивній тязі, що виникає внаслідок відкидання ракетною частини власної маси.

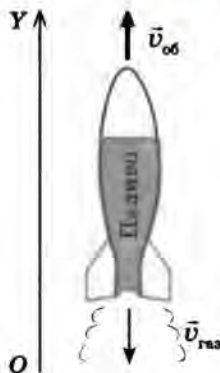


Рис. 32.1. Застосування закону збереження імпульсу до описання руху ракети ($\vec{v}_{об}$ — швидкість руху оболонки ракети; $\vec{v}_{газ}$ — швидкість руху газу)

Відокремлюваною частиною ракети (робочим тілом) є струмінь гарячого газу, який утворюється в ході згоряння палива. Коли газовий струмінь із величезною швидкістю викидається із сопла ракети, то оболонка ракети одержує потужний імпульс, напрямлений у бік, протилежний швидкості руху струменя.

Уявімо неймовірний варіант: у момент старту все паливо ракети згоряє відразу. Оскільки до старту ракета перебуває у спокої, то закон збереження імпульсу після згоряння палива виглядав би так: $0 = m_{газ} \vec{v}_{газ} + m_{об} \vec{v}_{об}$. Напрямимо вісь OY в бік руху ракети (рис. 32.1); спроектувавши векторне рівняння на цю вісь, маємо: $0 = -m_{газ} v_{газ} + m_{об} v_{об}$, звідки:

$$v_{об} = \frac{m_{газ}}{m_{об}} v_{газ}.$$

Якщо припустити, що маса палива в 4 рази більша, ніж маса оболонки ракети ($\frac{m_{\text{газ}}}{m_{\text{об}}} = 4$), а швидкість реактивного струменя

$v_{\text{газ}} = 2$ км/с (приблизно з такою швидкістю із сопла ракети виривається розпечений газ), одержимо швидкість руху оболонки ракети: $v_{\text{об}} = 4v_{\text{газ}} = 8$ км/с.

Отже, якби паливо ракети згоряло миттєво, то швидкість, набрана ракетою, була б достатньою для того, щоб вивести ракету на орбіту Землі (перша космічна швидкість поблизу поверхні Землі 7,9 км/с). Однак у реальності паливо згоряє поступово, і розрахунки показують, що в такому випадку для досягнення першої космічної швидкості маса палива має бути в 50 разів більшою за масу оболонки ракети. А якщо врахувати, що на рух ракети помітно впливають притягання Землі та опір повітря, то дістанемо результат, що маса палива має у 200 разів перевищувати масу оболонки, а це нереально реалізувати технічно.

Ще російський радянський учений *Костянтин Едуардович Ціолковський* (1857–1935) довів, що одноступенева ракета не зможе покинути Землю, і запропонував ідею створення «ракетних потягів», які стали прототипом багатоступеневих ракет. У таких ракетах ступені зі спорожнілими паливними резервуарами відкидаються в польоті та згоряють в атмосфері через тертя об повітря. При цьому маса ракети зменшується і, відповідно, збільшується швидкість її руху.

На рис. 32.2 подано триступеневу ракету-носієй «Восток». Вона складається з чотирьох бічних блоків (I ступінь), розташованих навколо центрального блока (II ступінь). Космічний апарат установлюється на III ступені, під головним обтічником, що захищає його від аеродинамічних навантажень під час польоту в щільних шарах атмосфери. Кожний блок оснащений власними двигунами.

12 квітня 1961 р. ракета-носієй «Восток» доставила на орбіту космічний корабель «Восток», на борту якого був перший в світі космонавт *Ю. О. Гагарін* (рис. 32.3).

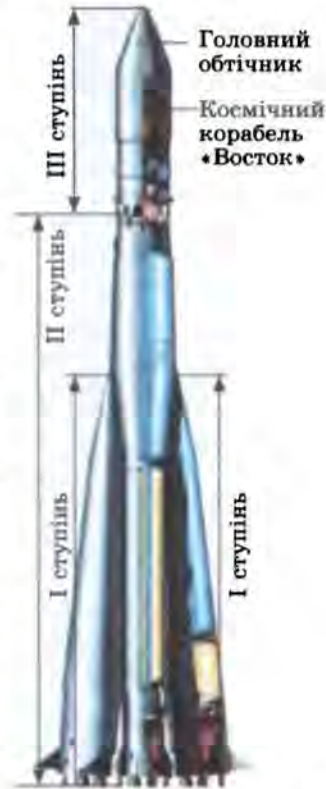


Рис. 32.2. Триступенева ракета-носієй «Восток»



Рис. 32.3. Юрій Олексійович Гагарін (1934–1968) — радянський льотчик-космонавт, перша людина в світі, яка здійснила політ у космос (12 квітня 1961 р.)

На космічних кораблях «Восток» було здійснено перші польоти людини в космос:

Космонавти	Дата польоту, тривалість	
Юрій Гагарін	12 квітня 1961 р.;	1 год 48 хв
Герман Титов	6–7 серпня 1961 р.;	25 год 18 хв
Андріян Ніколаєв	11–15 серпня 1962 р.;	94 год 22 хв
Павло Попович	12–15 серпня 1962 р.;	70 год 57 хв
Валерій Биковський	14–19 червня 1963 р.;	119 год 6 хв
Валентина Терешкова	16–19 червня 1963 р.;	70 год 50 хв



Контрольні запитання

1. Дайте визначення реактивного руху. 2. Опишіть досліди зі спостереження реактивного руху. 3. Запишіть закон збереження імпульсу для руху ракети, припустивши, що все її паливо згоряє миттєво у момент старту. Чому в цьому випадку розрахунок швидкості руху ракети дає набагато більший результат, ніж виявляється під час руху реальної ракети? 4. Чому для запускання космічних кораблів з поверхні Землі використовують багатоступеневі ракети? 5. Назвіть космонавтів, які літали на космічних кораблях «Восток».



О. М. Гузь

ФІЗИКА ТА ТЕХНІКА В УКРАЇНІ

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України (Київ)

Інститут, створений у 1918 р., зараз є найпотужнішим в Україні в галузі механіки та всесвітньо відомим дослідницьким центром. У 1993 р. йому присвоєно ім'я першого директора *Степана Прокоповича Тимошенка*.

Основні напрямки наукової діяльності Інституту: механіка композитних і неоднорідних середовищ, оболонкових систем, зв'язаних полів у матеріалах і елементах конструкцій; механіка руйнування та втома; динаміка та стійкість механічних систем.

Теоретичні та експериментальні результати науковців Інституту застосовуються в ракетно-космічній, авіаційній, судобудівній та інших галузях промисловості, використовуються в інженерній практиці провідних науково-дослідницьких і проектно-конструкторських організацій і підприємств України та інших країн.

В Інституті сформувались визнані в світі школи з механіки, зокрема школа нелінійних коливань Крилова — Боголюбова — Митропольського, школа Гузя.

З 1976 р. Інститут очолює академік НАНУ *Олександр Миколайович Гузь* (див. фото) — член багатьох Академій наук, лауреат Державних премій України (1979, 1983) і СРСР (1985), премій НАНУ; нагороджений медаллю Паскаля Європейської Академії Наук (2007).

§ 33. МЕХАНІЧНА РОБОТА. ПОТУЖНІСТЬ

З поняттям механічної роботи ви вже знайомі з курсу фізики 8-го класу. Власне, ви напевне вже помітили, що в цьому навчальному році вам часто зустрічаються знайомі поняття, однак щоразу ви не тільки згадуєте те, що вивчали раніше, але й довідуєтеся про нове. Зустріч із новим очікує на вас і в цьому параграфі.

1 Як обчислити механічну роботу

Про механічну роботу говорять тоді, коли тіло змінює своє положення в просторі (переміщується) під дією сили. Таким чином, можна сказати, що *робота — просторова характеристика дії сили*. І сила \vec{F} , і переміщення \vec{s} є векторними величинами, тому робота сили залежить від взаємної орієнтації векторів сили та переміщення.

Механічна робота (робота сили) A — це фізична величина, яка дорівнює добутку модуля сили F на модуль переміщення s , що його здійснює тіло під дією цієї сили, і на косинус кута α між вектором сили та вектором переміщення:

$$A = F s \cos \alpha$$

Одиниця роботи в СІ — джоуль (Дж). 1 Дж дорівнює механічній роботі, яку виконує сила 1 Н, переміщуючи тіло на 1 м у напрямку дії цієї сили (1 Дж = 1 Н·м).

Робота сили, що діє на тіло, є величиною скалярною, але вона може бути додатною, від'ємною або дорівнювати нулю — залежно від того, куди напрямлена сила відносно напрямку руху самого тіла (рис. 33.1).

Якщо під час руху тіла кут між вектором сили і вектором переміщення змінюється, то повна робота сили дорівнює сумі робіт на кожній із ділянок такого руху (рис. 33.2).

2 Яким є геометричний зміст роботи сили

Нехай сила, що діє на тіло, є постійною й напрямленою під певним кутом α до напрямку переміщення. Напрямимо вісь координат (вісь OX) у бік

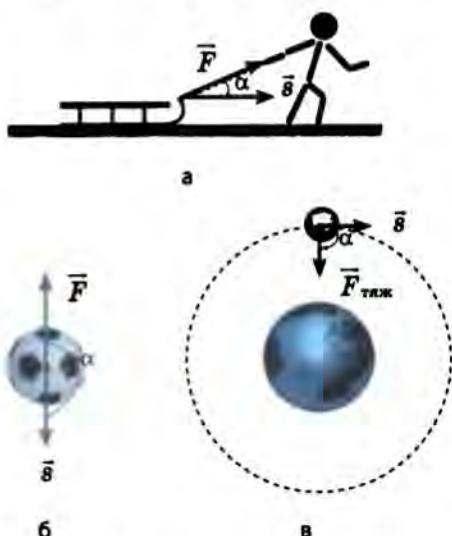


Рис. 33.1. Залежно від кута α між вектором сили \vec{F} і вектором переміщення \vec{s} робота сили може бути: а — додатною, якщо $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ($\cos \alpha > 0$); б — від'ємною, якщо $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ($\cos \alpha < 0$); в — дорівнювати нулю, якщо $\alpha = 90^\circ$ ($\cos \alpha = 0$)

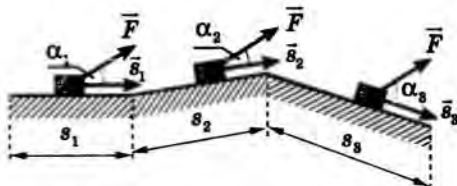


Рис. 33.2. Робота є величиною адитивною, отже, роботу сили можна додавати:
 $A = A_1 + A_2 + A_3 = F s_1 \cos \alpha_1 + F s_2 \cos \alpha_2 + F s_3 \cos \alpha_3$

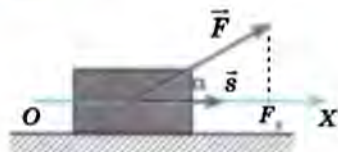


Рис. 33.3. Робота сили дорівнює добуткові проекції сили на вісь, напрямлену в бік переміщення тіла, і переміщення тіла: $A = F_x s$

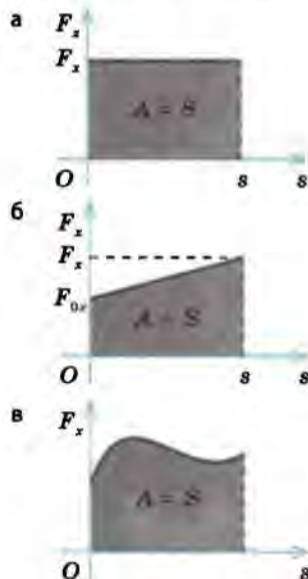


Рис. 33.4. Якщо напрямок осі OX збігається з напрямком переміщення тіла, то робота A сили чисельно дорівнює площі S фігури під графіком залежності $F_x(s)$

руху тіла (рис. 33.3). З рисунка бачимо, що $F \cos \alpha = F_x$, отже, $A = F_x s$, тобто робота сили дорівнює добуткові проекції сили на напрямок переміщення тіла і модуля переміщення тіла під дією цієї сили.

Нехай на тіло протягом усього часу руху діє постійна сила. У цьому випадку графік $F_x(s)$ — графік залежності проекції сили від модуля переміщення — являє собою пряму, паралельну осі переміщення (рис. 33.4, а). З рисунка видно, що добуток проекції сили на переміщення відповідає площі S прямокутника під графіком залежності $F_x(s)$. У цьому полягає **геометричний зміст роботи сили**: робота сили чисельно дорівнює площі фігури під графіком залежності проекції сили від модуля переміщення.

Це твердження поширюється й на випадки, коли сила є змінною. Якщо під час руху проекція сили змінюється за лінійним законом, то робота сили чисельно дорівнюватиме площі трапеції (рис. 33.4, б): $A = \frac{F_{0x} + F_x}{2} s$, де F_{0x} — проекція сили на початку спостереження; F_x — проекція сили наприкінці спостереження. У разі довільної залежності $F_x(s)$ робота чисельно дорівнюватиме площі криволінійної трапеції під графіком залежності $F_x(s)$ (рис. 33.4, в).

Що таке потужність

Потужність P — це фізична величина, яка характеризує швидкість виконання роботи й дорівнює відношенню роботи A до проміжку часу t , за який вона виконана:

$$P = \frac{A}{t}$$

Одиниця потужності в СІ — ват* $\left(1 \text{ Вт} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}\right)$.

Якщо деяке тіло рухається з постійною швидкістю v , то його переміщення дорівнюватиме: $s = vt$, робота сили тяги становитиме: $A = F_x s = F_x vt$, отже, потужність можна обчислити за формулою:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{F_x vt}{t} = F_x v$$

* Як одиницю потужності Джеймс Ватт (1736–1819) ввів кінську силу, яку іноді використовують і зараз: $1 \text{ к.с.} = 746 \text{ Вт}$.

Ця формула справджується й у випадку нерівномірного руху: тоді P — потужність у даний момент часу; F_x — проекція сили в даний момент часу; v — миттєва швидкість руху тіла.

Аналіз даної формули показує: у разі постійної потужності двигуна чим більша швидкість його обертання, тим меншу силу тяги він може розвинути. Наприклад, якщо автомобіль рухається на гору і потрібна більша сила тяги, водій переходить на меншу швидкість, і навпаки: на горизонтальній ділянці дороги водій переходить на більшу швидкість.

4 Учимось розв'язувати задачі

Щоб визначити механічну роботу й потужність, потрібно знати силу, яка діє на тіло, переміщення тіла та час його руху. Тому розв'язання задач на розрахунок роботи й потужності зводиться до розв'язання задач кінематики та динаміки (якщо не використовувати закон збереження енергії).

Задача. Автомобіль масою 2 т рушає з місця з прискоренням 2 м/с^2 і розганяється на горизонтальній ділянці дороги до швидкості 20 м/с . Визначте роботу сили тяги двигуна автомобіля, якщо коефіцієнт опору рухові дорівнює $0,01$.

Дано:

$$m = 2 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$v_0 = 0$$

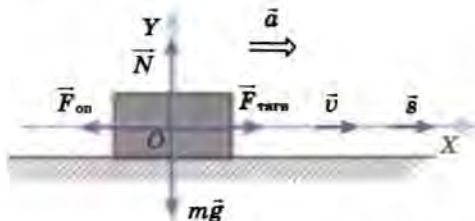
$$a = 2 \text{ м/с}^2$$

$$v = 20 \text{ м/с}$$

$$\mu = 0,01$$

$A = ?$

Аналіз фізичної проблеми. Для розв'язання задачі виконаємо пояснювальний рисунок, на якому зазначимо сили, які діють на тіло, напрямки прискорення й переміщення тіла. Оберемо систему координат, пов'язану з поверхнею Землі; вісь OX направимо в бік руху автомобіля, вісь OY — вертикально вгору.



Пошук математичної моделі, розв'язання

- 1) За означенням роботи: $A = F_{\text{тяги}} s \cos \alpha$. (1)
- 2) Щоб знайти силу тяги $F_{\text{тяги}}$, запишемо рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді: $\vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{оп}} = m\vec{a}$.

Спроектувавши сили й прискорення на осі координат і записавши формулу для сили опору $F_{\text{оп}}$, маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} OX: F_{\text{тяги}} - F_{\text{оп}} = ma, \\ OY: N - mg = 0, \\ F_{\text{оп}} = \mu N. \end{cases} \quad \text{Розв'язавши одержану систему, знайдемо}$$

$$\text{силу тяги: } N = mg \Rightarrow F_{\text{оп}} = \mu mg \Rightarrow F_{\text{тяги}} = m(\mu g + a). \quad (2)$$

- 3) Щоб знайти переміщення s , скористаємося формулою: $s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$.

Оскільки $s_x = s$, $v_x = v$, $v_{0x} = 0$, $a_x = a$, то $s = \frac{v^2}{2a}$. (3)

- 4) Кут α між вектором сили і вектором переміщення дорівнює нулю, отже, $\cos \alpha = \cos 0 = 1$. (4)

Підставивши вирази (2)–(4) у формулу (1), маємо:

$$A = m(\mu g + a) \frac{v^2}{2a}.$$

Визначимо значення шуканої величини:

$$[A] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2 \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2}{\text{м} / \text{с}^2} = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}^3}{\text{с}^2} = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж};$$

$$\{A\} = 2 \cdot 10^3 (0,1 + 2) \frac{400}{4} = 4,2 \cdot 10^5; \quad A = 4,2 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Відповідь: робота сили тяги двигуна $A = 4,2 \cdot 10^5$ Дж.

Підбиваємо підсумки

Механічна робота A (робота сили) — це фізична величина, яка дорівнює добутку модуля сили F на модуль переміщення s , що його здійснює тіло під дією цієї сили, і на косинус кута α між вектором сили і вектором переміщення: $A = F s \cos \alpha$.

Одиниця роботи в СІ — джоуль (Дж); $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Робота сили чисельно дорівнює площі фігури під графіком залежності проекції сили від модуля переміщення.

Потужність P — це фізична величина, яка характеризує швидкість виконання роботи й дорівнює відношенню роботи A до проміжку часу t , за який вона виконана: $P = \frac{A}{t}$.

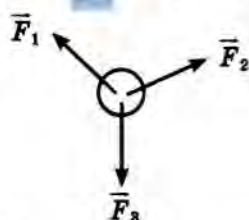
Одиниця потужності в СІ — ват (Вт); $1 \text{ Вт} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$.

Потужність P у даний момент часу можна обчислити за формулою $P = F_x v$, де F_x — проекція сили в даний момент часу; v — миттєва швидкість руху тіла.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення механічної роботи. Яка її одиниця в СІ?
2. Що таке джоуль?
3. У яких випадках значення роботи сили додатне? від'ємне? дорівнює нулю?
4. Яким є геометричний зміст роботи сили?
5. Сформулюйте визначення потужності. Яка її одиниця в СІ?
6. Як розрахувати потужність у даний момент часу?

Вправа № 28



1. Наведіть приклади ситуацій (не розглянутих у параграфі), коли сила, яка діє на тіло, виконує додатну роботу; від'ємну роботу; не виконує роботу.

2. На рисунку показано сили, що діють на деяке тіло. Перенесіть рисунок у зошит і позначте напрямки швидкості руху тіла, якщо: а) $A_1 > 0$, $A_2 < 0$, $A_3 = 0$; б) $A_1 > 0$, $A_2 > 0$, $A_3 < 0$; в) $A_1 = 0$, $A_2 < 0$, $A_3 > 0$.

3. Яку роботу потрібно виконати, щоб підняти вантаж масою 10 кг на висоту 5 м із прискоренням $1,2 \text{ м/с}^2$?
4. Упряжка собак, протягнувши сани горизонтальною дорогою завдовжки 10 км, виконала роботу 980 кДж. Вважаючи, що коефіцієнт тертя дорівнює 0,02, а рух саней є рівномірним, визначте масу саней.
5. Ковзаняр, швидкість руху якого дорівнює 5 м/с, припиняє бігти й зупиняється протягом 3 с. Визначте роботу сили тертя, якщо маса ковзаняра 50 кг, а коефіцієнт тертя ковзання 0,15.
6. Ремінь вентилятора автомобіля рухається зі швидкістю 40 м/хв і натягнутий із силою 30 Н. Визначте потужність, яку передає ремінь.

§ 34. МЕХАНІЧНА ЕНЕРГІЯ. КІНЕТИЧНА ЕНЕРГІЯ

Коли тіло (сила) виконує роботу, змінюється механічний стан тіла. Наприклад, м'яч, який падає, змінює свій стан — його висота відносно поверхні Землі зменшується; куля, вдарившись об перешкоду, зупиняється — змінюється стан її руху. З курсу фізики ви знаєте, що загальною мірою руху та взаємодії різних видів матерії є *енергія*, тому з поняттям механічної роботи нерозривно пов'язане поняття механічної енергії. Завдяки цьому параграфу ви пригадаєте поняття кінетичної енергії та отримаєте формулу для її визначення.

У яких випадках кажуть, що тіло має енергію

Розглянемо, як можна змінити механічний стан тіла, щоб воно було здатним виконати роботу. Найпростіший пристрій, у якому можна створити «запас роботи», — механічний годинник (рис. 34.1, а). Щоб годинник ішов, його потрібно завести — закрутити пружину. Розкручуючись під дією сили пружності, пружина виконає роботу, точніше — роботу виконає сила пружності пружини.

Піднявшись на вершину гори, лижник теж створює «запас роботи» і в результаті отримує можливість скотитися вниз; при цьому роботу виконуватиме сила тяжіння (рис. 34.1, б).

Наведемо ще приклад. Нехай потрібно розбити вікно в охопленому вогнем будинку. Найпростіший спосіб — взяти камінь і кинути його у вікно. Якщо швидкість руху каменя достатня, він розіб'є вікно, іншими словами — виконає роботу.

Ці три приклади показують, що і деформована пружина, і тіло, підняте над землею, і камінь, який має швидкість, можуть виконати роботу. Якщо тіло або система тіл можуть виконати роботу, то кажуть, що вони *мають енергію* (від грец. *energeia* — діяльність).

Механічна енергія W — це фізична величина, яка характеризує здатність тіла (системи тіл) виконати роботу.

Одиниця енергії в СІ (як і роботи) — джоуль (Дж).

Під час виконання механічної роботи енергія тіла змінюється — *механічна робота є мірою зміни енергії тіла.*



Рис. 34.1. Деформована пружина годинника (а) і тіло, підняте над поверхнею Землі (б), можуть виконати роботу, а отже, мають енергію

2 Як визначити кінетичну енергію тіла

У механіці розрізняють два види енергії — *кінетичну* та *потенціальну*. Кінетична енергія пов'язана зі швидкістю руху тіла. Саме цю енергію ми мали на увазі, коли говорили про здатність каменя, що летить, розбити вікно. Вода, рухаючись, здатна обертати турбіну, молоток може забити цвях, а вітер — ламати дерева. У кожному з цих випадків виконується механічна робота за рахунок зменшення кінетичної енергії тіла. І навпаки: якщо над тілом виконується робота, то кінетична енергія тіла збільшується.

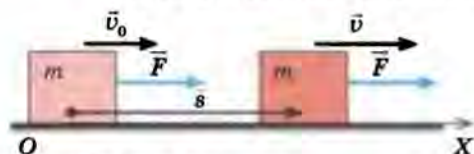


Рис. 34.2. До виведення теореми про кінетичну енергію

Розглянемо рух тіла масою m , швидкість руху якого збільшується від \vec{v}_0 до \vec{v} . Нехай рівнодійна сил, прикладених до тіла, є постійною і дорівнює \vec{F} (рис. 34.2).

Визначимо роботу, яку виконує рівнодійна сила.

За означенням роботи $A = F s \cos \alpha$. Відповідно до другого закону Ньютона $F = ma$. Оскільки рівнодійна сила \vec{F} є постійною, то тіло рухається рівноприскорено прямолінійно, тому $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$. Кут α між вектором сили і вектором переміщення дорівнює нулю, отже, $\cos \alpha = 1$.

Підставивши вирази для F , s і $\cos \alpha$ у формулу роботи, маємо:

$$A = ma \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = m \frac{v^2 - v_0^2}{2}, \text{ або:}$$

$$A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \quad (1)$$

Отже, робота сили дорівнює зміні деякої величини $\frac{mv^2}{2}$. Робота — міра зміни енергії тіла, тому величину $\frac{mv^2}{2}$ називають *кінетичною енергією тіла, яке рухається поступально** (від грец. *kinetikos* — який надає руху).

Кінетична енергія W_k — це фізична величина, яка характеризує тіло, що рухається, і дорівнює половині добутку маси m тіла на квадрат швидкості v його руху:

$$W_k = \frac{mv^2}{2}$$

Зверніть увагу: кінетична енергія тіла залежить від швидкості його руху, отже, залежить і від вибору СВ.

* Якщо тіло не тільки рухається поступально, але й обертається, то крім кінетичної енергії поступального руху тіло має також *кінетичну енергію обертального руху*. Якщо тіло можна вважати матеріальною точкою, то кінетичною енергією його обертального руху можна знехтувати.

Після введення поняття кінетичної енергії формулу (1) можна записати так: $A = W_k - W_{k0} = \Delta W_k$.

Останній вираз є *математичним записом теореми про кінетичну енергію*:

Робота рівнодійної всіх сил, які діють на тіло, дорівнює зміні кінетичної енергії тіла:

$$A = W_k - W_{k0} = \Delta W_k$$

Якщо в початковий момент часу тіло є нерухомим ($v_0 = 0$), тобто $W_{k0} = 0$, то теорема про кінетичну енергію зводиться до рівності:

$$A = W_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Кінетична енергія тіла, що рухається зі швидкістю v , дорівнює роботі, яку виконує сила для того, щоб надати нерухомому тілу даної швидкості.

1 Підбиваємо підсумки

Механічна енергія W — фізична величина, яка характеризує здатність тіла виконати роботу. Одиниця енергії в СІ — джоуль (Дж).

Кінетична енергія тіла — фізична величина, яка характеризує тіло, що рухається, і дорівнює половині добутку маси тіла на квадрат швидкості його руху: $W_k = \frac{mv^2}{2}$.

Кінетична енергія тіла, що рухається зі швидкістю v , дорівнює роботі, яку виконує сила для того, щоб надати нерухомому тілу даної швидкості: $A = W_k$.

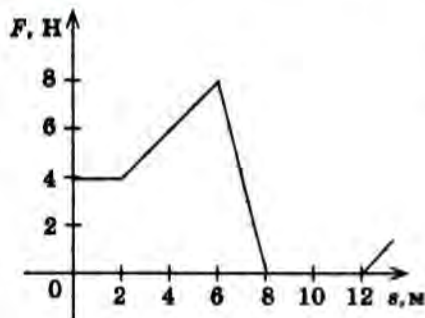
Теорема про кінетичну енергію: робота всіх сил, які діють на тіло, дорівнює зміні кінетичної енергії тіла: $A = W_k - W_{k0} = \Delta W_k$.

Контрольні запитання

1. Що означає вираз «Тіло (система тіл) має (мають) енергію»? 2. Яка одиниця енергії в СІ? 3. Наведіть приклади на підтвердження того, що під час виконання роботи енергія змінюється. 4. Дайте визначення кінетичної енергії тіла. 5. Сформулюйте теорему про кінетичну енергію. 6. Чи може залишатися незмінною кінетична енергія тіла, якщо рівнодійна сил, прикладених до нього, відмінна від нуля? 7. Яким є фізичний зміст кінетичної енергії?

Вправа № 29

- Під час міжпланетних перельотів серйозною небезпекою може стати зіткнення космічного корабля з невеликими високошвидкісними метеоритами. Визначте кінетичну енергію мікрометеорита масою 1 кг, який рухається зі швидкістю 60 км/с.
- Автомобіль масою 1 т збільшив свою швидкість від 10 до 20 м/с. Визначте роботу рівнодійної сил, які діють на автомобіль.
- Ракета, яка летить зі швидкістю v , розігнана до вдвічі більшої швидкості. У результаті згоряння палива повна маса ракети зменшилася вдвічі порівняно з її масою на початку розгону. У скільки разів змінилася при цьому кінетична енергія ракети?



4. Куля масою 10 г має швидкість руху 400 м/с. З якою швидкістю куля продовжить свій рух після пробиття дошки завтовшки 5 см, якщо середня сила опору дошки дорівнює 12 кН?

5. На тіло масою 5 кг (яке в момент початку спостереження перебувало в спокої) діє сила, напрямком якої збігається з напрямком подальшого руху тіла. Залежність цієї сили від пройденої тілом відстані подано на рисунку. Визначте кінетичну енергію тіла на відстані s , якщо: а) $s=2$ м; б) $s=5$ м; в) $s=10$ м.

6*. Кулю масою 10 г випущено під певним кутом до горизонту з початковою швидкістю 600 м/с. Під яким кутом до горизонту випущено кулю, якщо її кінетична енергія у верхній точці траєкторії дорівнює 450 Дж?

§ 35. ПОТЕНЦІАЛЬНА ЕНЕРГІЯ

Т Піднятий над поверхнею Землі важкий молот не має кінетичної енергії, бо швидкість його руху дорівнює нулю. Проте якщо молот відпустити, він виконає роботу, наприклад заб'є в землю палю. Натягнута тятива лука теж не має кінетичної енергії, але якщо прибрати руку, що втримує її в деформованому стані, то, випрямившись, тятива надасть швидкості стрілі, а отже, виконає роботу. І деформоване тіло, і тіло, підняте над поверхнею Землі, здатні виконати роботу, тобто мають енергію. Що це за енергія і як її розрахувати?

Коли тіло має потенціальну енергію

Будь-яке тіло, що рухається, може виконати роботу, оскільки воно має кінетичну енергію, або «живу силу», як її називали раніше. Є ще один вид механічної енергії — її називали «мертва сила» — це енергія, яку має тіло в результаті взаємодії з іншими тілами; її називають *потенціальною енергією* (від латин. *potentia* — сила, можливість).

Потенціальна енергія $W_{\text{п}}$ — це енергія, яку має тіло внаслідок взаємодії з іншими тілами або внаслідок взаємодії частин тіла між собою.



Рис. 35.1. Кулька, піднята на деяку висоту, має потенціальну енергію: якщо кульку відпустити, під дією сили тяжіння вона почне рухатись і виконає роботу

Кулька, розташована на нерівній гірці (рис. 35.1), має потенціальну енергію, бо якщо її відпустити, то в результаті взаємодії із Землею вона почне рухатись і сила тяжіння, що діє на кульку, виконає роботу. Як обчислити цю роботу, адже протягом усього часу руху кут між напрямком сили тяжіння і напрямком переміщення постійно змінюється? Виявляється, все не так складно. Сила тяжіння має одну чудову властивість — робота цієї сили не залежить від форми траєкторії. У фізиці сили, робота яких не залежить від форми траєкторії, називають *консервативними, або потенціальними, силами* (від латин. *conservare* — зберігати, охороняти).

2 Як обчислити потенціальну енергію піднятого тіла

Доведемо, що сила тяжіння — консервативна сила. Для цього уявно перемістимо кульку масою m із положення K в положення B по декількох різних траєкторіях.

Випадок 1. Нехай траєкторія руху кульки — «сходінка» (рис. 35.2, а): спочатку кулька падає з певної висоти h_0 до висоти h , а потім рухається горизонтально. Обчислимо роботу сили тяжіння. Оскільки робота — величина адитивна, то $A = A_{KC} + A_{CB}$. За означенням роботи $A_{KC} = F s_{KC} \cos \alpha$. Оскільки $F = mg$, $s_{KC} = h_0 - h$, а $\alpha = 0$ ($\cos \alpha = 1$), то $A_{KC} = mg(h_0 - h)$.

На ділянці CB сила тяжіння перпендикулярна до переміщення й роботу не виконує ($A_{CB} = 0$), тому остаточно маємо:

$$A = mg(h_0 - h) + 0 = mgh_0 - mgh = -(mgh - mgh_0).$$

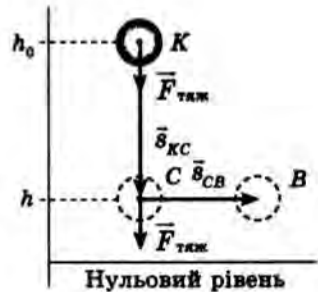
Випадок 2. Нехай кулька переміщується з положення K в положення B , зісковзуючи вздовж похилої (рис. 35.2, б). Робота сили тяжіння в цьому випадку становить:

$$\begin{aligned} A &= mgs_{KB} \cos \alpha = mg(h_0 - h) = mgh_0 - mgh = \\ &= -(mgh - mgh_0). \end{aligned}$$

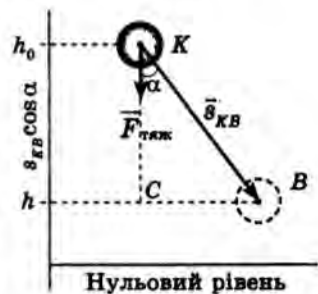
Випадок 3. Нехай кулька переміщується з положення K в положення B , рухаючись по довільній траєкторії (рис. 35.2, в). Щоб визначити роботу сили тяжіння, розіб'ємо траєкторію тіла на n ділянок. Якщо ці ділянки досить малі, то рух на кожній із них можна вважати рухом по прямій. Знайдемо повну роботу сили тяжіння: $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n = mg(h_0 - h_1) + mg(h_1 - h_2) + \dots + mg(h_{n-1} - h) = mg(h_0 - h_1 + h_1 - h_2 + \dots + h_{n-1} - h)$. Після скорочення маємо:

$$A = mgh_0 - mgh = -(mgh - mgh_0).$$

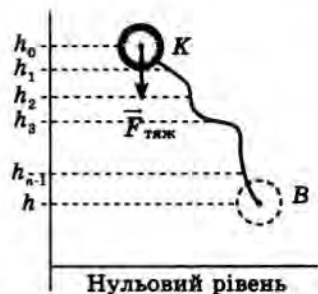
У кожному випадку одержано ту саму кінцеву формулу, отже, *робота сили тяжіння не залежить від форми траєкторії, а залежить тільки від початкового та кінцевого положень тіла*, тобто сила тяжіння — консервативна сила.



а



б



в

Рис. 35.2. У випадку переміщення тіла з точки K в точку B робота сили тяжіння завжди, незалежно від траєкторії руху тіла, визначатиметься формулою $A = mgh_0 - mgh$, де h_0 — початкова висота, на якій перебуває тіло відносно нульового рівня (рівня, від якого відлічується висота); h — висота, на якій перебуває тіло наприкінці спостереження

Величину mgh називають *потенціальною енергією* W_n *піднятого тіла*:

$$W_n = mgh \quad *$$

Робота сили тяжіння дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій із протилежним знаком:

$$A = -(mgh - mgh_0) = -(W_n - W_{n0}) = -\Delta W_n$$

Потенціальна енергія тіла залежить від висоти, на якій перебуває тіло, отже, *потенціальна енергія піднятого тіла залежить від вибору нульового рівня* (тобто рівня, від якого буде відлічуватися висота). Нульовий рівень слід обирати з міркувань зручності. Перебуваючи в класі, за нульовий рівень розумно взяти підлогу, визначаючи висоту гори — поверхню світового океану, розглядаючи коливання маятника — положення його рівноваги.

Зверніть увагу: зміна потенціальної енергії, а отже, і робота сили тяжіння від вибору нульового рівня не залежать. Справді, якщо ви зі стільця станете на стіл, а кожний учень у класі обчислить зміну вашої потенціальної енергії, то незалежно від того, положення якого тіла буде обрано за нульовий рівень (підлогу, стілець, стіл, стелю), усі учні одержать однаковий результат.

Якщо тіло під дією сили тяжіння перемістилося на нульовий рівень ($h=0$), то $A = mgh_0 = W_{n0}$.

Потенціальна енергія піднятого тіла дорівнює роботі, яку виконає сила тяжіння в результаті переміщення тіла на нульовий рівень.

3 Потенціальна енергія пружно деформованого тіла

У пружно деформованому тілі його частини взаємодіють силами пружності. Якщо усунути зовнішній вплив, то, повертаючи тіло в недеформований стан, сили пружності виконуватимуть механічну роботу. Таким чином, *пружно деформоване тіло має потенціальну енергію.*

Нехай є деяке пружно деформоване тіло — розтягнута пружина (рис. 35.3, а, б), видовження якої x_0 . Якщо пружину звільнити, то, стискаючись, вона виконає роботу (надасть руху візку), при цьому деформація пружини зменшиться й видовження пружини складе x (рис. 35.3, в). Визначимо роботу сили пружності.

* Цією формулою можна користуватися тільки для визначення потенціальної енергії тіла, яке перебуває *поблизу поверхні Землі*, де g не залежить від h . У загальному випадку потенціальну енергію піднятого тіла розраховують за формулою $W_n = -G \frac{mM_z}{R_z + h}$; за нульовий рівень беруть точку, нескінченно віддалену від поверхні Землі.

За означенням роботи:

$$A = F_{\text{пруж}} s \cos \alpha. \quad (1)$$

Тут $s = x_0 - x$, а $\cos \alpha = 1$, оскільки кут α між напрямком дії сили і напрямком переміщення дорівнює нулю (див. рис. 35.3, б, в). Модуль сили пружності можна обчислити, скориставшись законом Гука: $F_{\text{пруж}} = kx$. Однак у цьому випадку сила пружності залежить від видовження пружини ($F_{\text{пруж}} \sim x$) (рис. 35.4), тому знайдемо середнє значення сили пружності:

$$F_{\text{пруж, сер}} = \frac{F_{\text{пруж}0} + F_{\text{пруж}}}{2} = \frac{kx_0 + kx}{2} = \frac{k}{2}(x_0 + x).$$

Підставивши вирази для $F_{\text{пруж, сер}}$ і s у формулу (1), маємо:

$$A = \frac{k}{2}(x_0 + x)(x_0 - x) = \frac{k}{2}(x_0^2 - x^2) = \frac{kx_0^2}{2} - \frac{kx^2}{2}.$$

$$\text{Отже: } A = -\left(\frac{kx^2}{2} - \frac{kx_0^2}{2}\right).$$

Бачимо, що й у даному випадку робота сили пружності визначається тільки початковим і кінцевим положеннями тіла, тобто сила пружності — консервативна (потенціальна) сила.

Величину $\frac{kx^2}{2}$ називають *потенціальною енергією пружно деформованого тіла*:

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}$$

Робота сили пружності дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій із протилежним знаком:

$$A = -\left(\frac{kx^2}{2} - \frac{kx_0^2}{2}\right) = -(W_{\text{п}} - W_{\text{п}0}) = -\Delta W_{\text{п}}.$$

Якщо сила пружності, виконуючи роботу, повернула тіло в недеформований стан, то $x = 0$, тоді $A = \frac{kx_0^2}{2} = W_{\text{п}0}$.

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла дорівнює роботі, яку виконає сила пружності, повертаючи тіло в недеформований стан.

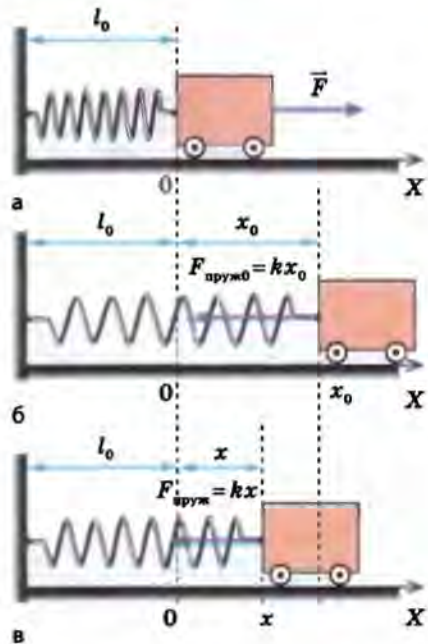


Рис. 35.3. До виведення формули потенціальної енергії пружно деформованої пружини: а — нерозтягнута пружина: $l = l_0$, $x = 0$, $F_{\text{пруж}} = 0$; б — розтягнута пружина: $l = l_0 + x_0$, $F_{\text{пруж}0} = kx_0$; в — пружина, що стискається: $l = l_0 - x$, $F_{\text{пруж}} = kx$

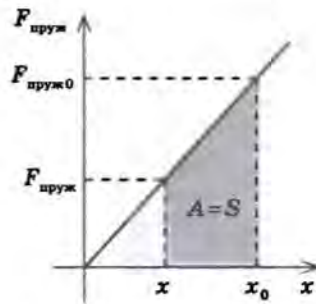


Рис. 35.4. Графік залежності сили пружності пружини від її видовження

4 Теорема про потенціальну енергію

І сила тяжіння, і сила пружності — консервативні сили. Як було показано, роботу цих сил завжди можна розрахувати за формулою: $A = -(W_n - W_{n0}) = -\Delta W_n$.

Даний вираз є *математичним записом теореми про потенціальну енергію*:

Робота всіх консервативних сил, які діють на тіло, дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій із протилежним знаком:

$$A = -(W_n - W_{n0}) = -\Delta W_n$$

5 Де виявляється принцип мінімуму потенціальної енергії

Камінь, піднятий на певну висоту й залишений сам по собі, ніколи не полетить угору — він падатиме, прагнучи досягнути стану з найменшою потенціальною енергією.

Недеформована пружина ніколи не почне розтягуватись або стискатися сама, а деформована завжди прагне перейти в недеформований стан, тому що в цьому стані її потенціальна енергія є мінімальною.

Принцип мінімуму потенціальної енергії:

Стан із меншою потенціальною енергією є енергетично вигідним. Будь-яка замкнена система прагне перейти в такий стан, у якому її потенціальна енергія є мінімальною.

Пригадайте різні види рівноваги тіл (див. § 30). Ми звертали увагу на той факт, що в стані *стійкої рівноваги* центр ваги тіла займає найнижче з можливих положень — у цьому стані потенціальна енергія тіла є мінімальною (див. рис. 30.5, 30.6). У стані ж *нестійкої рівноваги* центр ваги займає найвище з можливих положень; щойно тіло ледь відхилиться від положення рівноваги, воно спрямовується до стану із мінімальною потенціальною енергією (див. рис. 30.7).

Підбиваємо підсумки

Потенціальна енергія — це енергія, яку має тіло внаслідок взаємодії з іншими тілами або внаслідок взаємодії частин тіла між собою.

Потенціальна енергія піднятого тіла дорівнює роботі, яку виконає сила тяжіння, переміщуючи тіло на нульовий рівень: $W_n = mgh$.

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла дорівнює роботі, яку виконає сила пружності, повертаючи тіло в недеформований стан: $W_n = \frac{kx^2}{2}$.

Сила пружності та сила тяжіння — консервативні (потенціальні) сили, тому що робота цих сил не залежить від форми траєкторії.

Для консервативних сил справджується теорема про потенціальну енергію: робота всіх консервативних сил, які діють на тіло, дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій із протилежним знаком: $A = -\Delta W_n$.

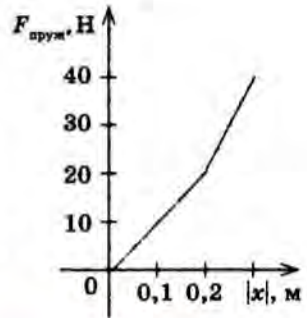
Стан із меншою потенціальною енергією є енергетично вигідним. Будь-яка замкнена система прагне перейти в такий стан, у якому її потенціальна енергія є мінімальною.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення потенціальної енергії. 2. Доведіть, що робота сили тяжіння не залежить від форми траєкторії. 3. За якою формулою визначають потенціальну енергію тіла, піднятого над поверхнею Землі? 4. Яку силу називають консервативною? 5. За якою формулою визначають потенціальну енергію пружно деформованого тіла? Виведіть цю формулу. 6. Сформулюйте теорему про потенціальну енергію. 7. У чому полягає принцип мінімуму потенціальної енергії? Наведіть приклади, що його підтверджують.

Вправа № 30

- Людина підняла відро з піском масою 15 кг на висоту 6 м, а потім поставила його назад. Чи виконала при цьому роботу сила тяжіння? Якщо так, то обчисліть її.
- Тіло масою 1 кг має потенціальну енергію 20 Дж. На яку висоту над Землею підняте тіло, якщо нуль відліку потенціальної енергії перебуває на поверхні Землі?
- У процесі розтягнення пружини на 2 см виконано роботу 1 Дж. Яку роботу слід виконати, щоб розтягти пружину ще на 2 см?
- На рисунку наведено графік залежності $F_{\text{пруж}}(|x|)$ для пружини. Визначте роботу, яку необхідно виконати для стиснення пружини на 0,3 м. Яку потенціальну енергію матиме пружина у випадку її розтягнення на 0,2 м?

**§ 36. ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ МЕХАНІЧНОЇ ЕНЕРГІЇ**

Уперше закон збереження енергії у фізиці застосували німецькі фізики Юліус Роберт Маєр (1814–1878) і Герман Людвіг Гельмгольц (1821–1894). Ідеї вчених, сприйняті спочатку скептично, виявилися настільки зручними для розв'язування практичних задач, що невдовзі набули широкого застосування в усіх галузях фізики. Сьогодні ви познайомитеся із законом збереження енергії в механіці та побачите, наскільки його знання спрощує розв'язування задач.

Закон збереження повної механічної енергії

Часто тіло (система тіл) має і потенціальну, і кінетичну енергію водночас. Так, літак у польоті має потенціальну енергію (оскільки взаємодіє із Землею) і кінетичну (оскільки рухається). Система тіл «тягива лука — стріла» під час пострілу має потенціальну енергію, тому що тягива натянута, а стріла стиснута, і має кінетичну енергію, оскільки тіла системи перебувають у русі. Отже, є доцільним введення поняття *повної механічної енергії*.

Повна механічна енергія системи тіл — сума кінетичної і потенціальної енергій системи:

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}}$$

Повна механічна енергія системи тіл визначається взаємним розташуванням тіл (або частин тіл) та швидкістю їхнього руху.

Розглянемо замкнену систему тіл, які взаємодіють одне з одним тільки консервативними силами (силами тяжіння або силами

пружності). Згідно з теоремою про потенціальну енергію робота, виконувана цими силами, дорівнює зміні потенціальної енергії системи, взятій із протилежним знаком: $A = -(W_n - W_{n0})$. (1)

З іншого боку, відповідно до теореми про кінетичну енергію, цю саму роботу можна знайти зі співвідношення: $A = W_k - W_{k0}$. (2)

Зрівнявши праві частини рівностей (1) і (2), маємо:

$$-(W_n - W_{n0}) = W_k - W_{k0}, \text{ або } W_{k0} + W_{n0} = W_k + W_n.$$

Остання рівність являє собою математичний запис **закону збереження повної механічної енергії**:

У замкненій системі тіл, які взаємодіють тільки консервативними силами, повна механічна енергія залишається незмінною (зберігається):

$$W_{k0} + W_{n0} = W_k + W_n$$

Закон збереження повної механічної енергії одержаний із законів Ньютона (що справджуються для опису руху та взаємодії макротіл), однак має ширшу ділянку застосування: повна механічна енергія зберігається й для систем мікрочастинок, для яких закони Ньютона незастосовні.

2 Взаємне перетворення потенціальної і кінетичної енергій у механічних процесах

Той факт, що сума потенціальної і кінетичної енергій залишається незмінною, свідчить: якщо в замкненій системі тіл роботу виконують тільки консервативні сили, то на скільки зменшується потенціальна енергія системи, на стільки ж збільшується її кінетична енергія, і навпаки. Тобто в процесі виконання роботи відбувається перетворення одного виду механічної енергії на інший.

Нехай пружне тіло, наприклад, м'яч, кинуто вертикально вгору. Під час руху вгору швидкість руху м'яча зменшується, відповідно, зменшується і його кінетична енергія $\left(W_k = \frac{mv^2}{2}\right)$, потенціальна ж енергія

м'яча, навпаки, збільшується, тому що збільшується висота його підняття ($W_n = mgh$). Сягнувши деякої висоти h_{\max} , м'яч зупиняється і потім під дією сили тяжіння починає рух униз. Якщо в процесі падіння м'яч не зазнає опору повітря, то він сягне поверхні Землі з тією самою швидкістю руху, яку мав на початку підняття. У момент зіткнення із Землею вся кінетична енергія м'яча перейде в потенціальну енергію деформованих тіл (м'яча і Землі). Якщо деформації пружні, то практично миттєво вся потенціальна енергія системи перейде в кінетичну енергію руху м'яча, але швидкість руху м'яча буде вже направлена вгору, від Землі. Далі рух тіла повториться в тому самому порядку.

Це взаємне перетворення двох видів механічної енергії для тіла, яке рухається без тертя під дією притягання Землі, зручно описувати

за допомогою графіків залежності $W_n(h)$, $W_k(h)$, $W(h)$, які наводять на одному рисунку (рис. 36.1). Зверніть увагу: у даному випадку потенціальна та кінетична енергії лінійно залежать від висоти, повна ж енергія залишається незмінною.

Аналогічно за допомогою графіків можна описати й процес перетворення енергії в системі «тіло — пружина» (рис. 36.2).

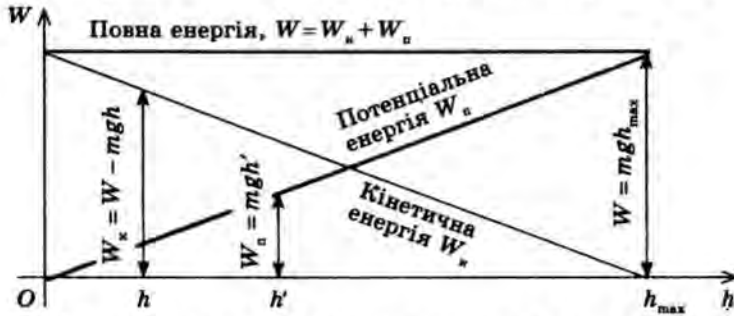


Рис. 36.1. Графіки залежності енергії від висоти підняття для тіла, яке рухається поблизу поверхні Землі. Під час збільшення висоти підняття тіла від 0 до h_{\max} його потенціальна енергія збільшується, а кінетична зменшується. Під час зменшення висоти підняття тіла від h_{\max} до 0 кінетична енергія тіла збільшується, а потенціальна зменшується. Повна енергія тіла залишається постійною

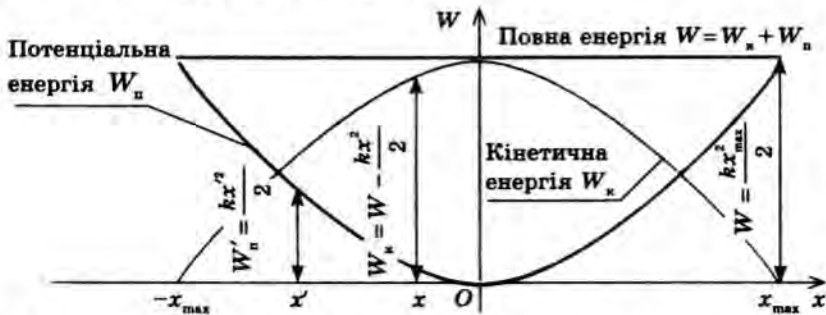


Рис. 36.2. Графіки залежності енергії системи «тіло — пружина» від деформації пружини. Під час збільшення деформації пружини (пружина розтягується від 0 до x_{\max} або стискається від 0 до $-x_{\max}$) потенціальна енергія пружини збільшується, а кінетична енергія тіла зменшується; під час зменшення деформації пружини збільшується кінетична енергія тіла, а потенціальна енергія пружини зменшується. Повна механічна енергія системи не змінюється

3 Чи зберігається енергія, якщо в системі є тертя

Закон збереження повної механічної енергії передбачає перетворення кінетичної енергії на потенціальну й навпаки. При цьому повна механічна енергія залишається незмінною.

Перетворення одного виду механічної енергії на інший спостерігається скрізь. Камінь падає з вершини гори — потенціальна енергія каменя перетворюється на кінетичну. Легкоатлет, розігнавшись, перестрибує через планку — його кінетична енергія перетворюється на потенціальну і далі знову на кінетичну. Однак чи зберігається при

цьому повна механічна енергія? Чи підскочить камінь, який упав із гори, на ту саму висоту, з якої впав? Чи дорівнюватиме швидкість руху легкоатлета в момент приземлення тій, що була на початку стрибка? Наш досвід підказує, що ні. Річ у тім, що закон збереження повної механічної енергії виконується тільки в тому випадку, якщо в системі відсутнє тертя. Однак у природі не існує рухів, які не супроводжувалися б тертям. А оскільки сила тертя завжди напрямлена проти руху тіла, то в процесі руху вона виконує від'ємну роботу, при цьому повна механічна енергія системи буде зменшуватися, а робота сили тертя дорівнюватиме:

$$A_{\text{тертя}} = W_0 - W,$$

де $A_{\text{тертя}}$ — робота сили тертя; W_0 — механічна енергія системи на початку спостереження; W — механічна енергія системи наприкінці спостереження.

Втрати енергії спостерігаються й у випадку непружного удару тіла об землю. Коли камінь стикається з поверхнею Землі, у ньому виникають необоротні пластичні деформації, він втрачає практично всю свою кінетичну енергію й процес його руху припиняється. Чи означає це, що в разі наявності тертя або в разі непружної деформації повна енергія безслідно зникає? Здавалося б, так. Однак вимірювання показують, що і в процесі тертя, і в разі непружного удару температура тіл, що взаємодіють, збільшується, тобто збільшується їхня внутрішня енергія. Отже, кінетична енергія не зникає, а перетворюється на внутрішню енергію — як самого тіла, так і тіл, які з ним взаємодіяли.

Енергія нікуди не зникає й нізвідки не з'являється: вона лише перетворюється з одного виду на інший, передається від одного тіла до іншого.

4 Учимися розв'язувати задачі

За допомогою закону збереження механічної енергії значно простіше визначати кінематичні величини, ніж якщо безпосередньо застосовувати рівняння кінематики й закони динаміки Ньютона. Розглянемо приклад.

Задача. Тіло кинуте зі швидкістю v_0 під кутом α до горизонту. Визначте максимальну висоту h_{max} підняття тіла і модуль його швидкості v_1 на висоті h ($h_1 < h_{\text{max}}$). Опором повітря знехтувати.

Дано:

v_0

α

$h_0 = 0$

h_1

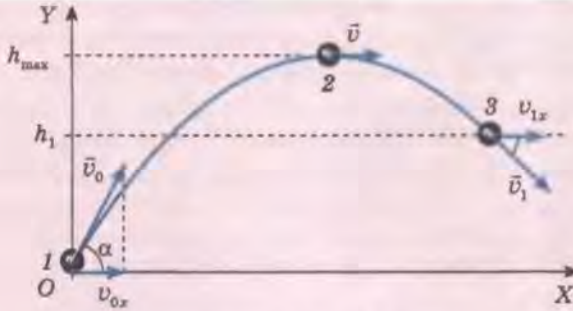
g

$h_{\text{max}} — ?$

$v_1 — ?$

Аналіз фізичної проблеми. Для розв'язання задачі виконаємо пояснювальний рисунок, на якому зазначимо положення тіла і напрямок швидкості його руху:

- 1) на початку руху тіла;
- 2) на максимальній висоті h_{max} ;
- 3) на деякій висоті h_1 .



Оскільки опір повітря відсутній, то можна скористатися законом збереження енергії. Пригадаємо, що під час руху тіла під дією сили тяжіння проекція швидкості на горизонтальну вісь OX не змінюється: $v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$. У верхній точці траєкторії швидкість руху тіла напрямлена горизонтально, тому $v_x = v$.

Пошук математичної моделі, розв'язання. Для кожного положення тіла запишемо вираз для розрахунку повної механічної енергії:

$$1: W = \frac{mv_0^2}{2} + mgh_0 = \frac{mv_0^2}{2};$$

$$2: W = \frac{mv^2}{2} + mgh_{\max} = \frac{mv_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + mgh_{\max};$$

$$3: W = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1.$$

Оскільки повна механічна енергія зберігається, маємо дві рівності:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + mgh_{\max}; \quad \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1.$$

Помноживши обидві рівності на 2 та скоротивши на m , знайдемо невідомі величини:

$$v_0^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + 2gh_{\max} \Rightarrow 2gh_{\max} = v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha \Rightarrow$$

$$h_{\max} = \frac{v_0^2 (1 - \cos^2 \alpha)}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g};$$

$$v_0^2 = v_1^2 + 2gh_1 \Rightarrow v_1^2 = v_0^2 - 2gh_1 \Rightarrow v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh_1}.$$

Відповідь: максимальна висота підняття тіла: $h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$;

модуль швидкості руху на висоті $h_1 < h_{\max}$: $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gh_1}$.

Підбиваємо підсумки

Повна механічна енергія системи тіл — сума кінетичної і потенціальної енергій системи: $W = W_k + W_p$.

У замкненій системі тіл, які взаємодіють тільки консервативними силами, повна механічна енергія зберігається: $W_{k0} + W_{p0} = W_k + W_p$.

Якщо в системі наявна сила тертя (неконсервативна сила), то повна механічна енергія системи не зберігається, тому що частина механічної енергії перетворюється на внутрішню.

Контрольні запитання

1. Що називають повною механічною енергією системи? 2. Виведіть закон збереження повної механічної енергії. 3. Наведіть приклади перетворення потенціальної енергії тіла на кінетичну та навпаки. 4. За яких умов виконується закон збереження механічної енергії? 5. Наведіть приклади, коли повна механічна енергія не зберігається. Що можна сказати в цьому випадку про повну енергію системи?

Вправа № 31

Розв'язуючи задачі, опором повітря знехтуйте.

1. Пружинний пістолет заряджають кулькою та стріляють угору. Які при цьому відбуваються перетворення енергії?
2. Ви напевне чули про таке грізне й небезпечне явище природи, як сіль у горах (потік каміння та грязі). Чому при цьому важкі валуни можуть набирати величезної швидкості? Зважте на роль грязі.
3. Тіло, що доти перебувало в стані спокою, падає з висоти 20 м. На якій висоті швидкість руху тіла дорівнюватиме 10 м/с? З якою швидкістю тіло впаде на землю?
4. Тіло кинуте з висоти 30 м вертикально вгору зі швидкістю 10 м/с. На якій висоті кінетична енергія тіла дорівнюватиме потенціальній?
5. До горизонтальної пружини прикріплено візок масою 0,5 кг. Визначте максимальну швидкість руху візка по столу, якщо жорсткість пружини 250 Н/м, а максимальна деформація пружини 4 см. Тертя візка об стіл не враховуйте.
6. Пружину жорсткістю 40 Н/м підвішено вертикально. До її нижнього кінця прикріплено тіло масою 800 г. Пружину відтягають униз на 15 см і відпускають. На яку висоту підніметься після цього тіло? Визначте максимальну швидкість руху тіла.

§ 37. ПРУЖНИЙ І АБСОЛЮТНО НЕПРУЖНИЙ УДАРИ



Рис. 37.1. Пристрій для демонстрації пружного зіткнення кульок

Багато хто з вас бачив або сам проводив такий дослід. На тонких сталевих стрижнях підвішено п'ять кульок (рис. 37.1). Якщо першу кульку відвести вбік і відпустити, то остання почне рухатись і відхилиться приблизно на такий самий кут, на який було відхилено першу кульку. Повертаючись, остання кулька вдарить систему з решти чотирьох кульок, після чого знову відхилиться перша кулька, а потім усе повториться. При цьому середні кульки залишаються практично нерухомими. Цей дослід легко пояснити, якщо скористатися законом збереження енергії та законом збереження імпульсу.

Чим пружний удар відрізняється від непружного

Удар (зіткнення) — це короткочасна взаємодія тіл, у ході якої вони безпосередньо торкаються одне одного.

У момент удару тіла змінюють швидкості свого руху. Оскільки систему тіл, що стикаються, цілком можна вважати замкненою

(під час удару внутрішні сили системи в багато разів більші за зовнішні сили), *під час удару виконується закон збереження імпульсу.*

Зіткнення тіл відбувається так. Після моменту дотику тіла продовжують зближуватись і тому деформуються. Виникає пара сил пружності, які надають кожному тілу деякого прискорення (рис. 37.2). У результаті швидкості руху тіл змінюються і в якийсь момент стають рівними. У цей момент тіла припиняють зближуватись, а сили пружності сягають максимального значення. У результаті дії сил пружності тіла починають віддалятися одне від одного і деформації тіл зменшуються.

До і після удару потенціальні енергії тіл дорівнюють нулю. Повна механічна енергія W_0 тіл на початку удару й повна механічна енергія W тіл наприкінці удару дорівнюють сумі кінетичних енергій цих тіл:

$$W_0 = \frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2}; \quad W = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

Якщо після зіткнення *сумарна кінетична енергія зберігається* ($W_0 = W$), то таке зіткнення називають *пружним ударом*. Якщо після зіткнення *сумарна кінетична енергія не зберігається* ($W_0 > W$), то таке зіткнення називають *непружним ударом*.

Ми розглянемо дві моделі ударів — *абсолютно непружний удар і пружний удар*.

Абсолютно непружний удар — зіткнення тіл, у результаті якого тіла рухаються як єдине ціле (рис. 37.3).

До абсолютно непружних ударів можна віднести зіткнення метеорита із Землею, удар під час падіння грудки глини на землю, зіткнення кулі та ящика з піском, захоплення нейтрона ядром Урану в процесі ядерної реакції тощо. У разі абсолютно непружного удару тіла зазнають непружної деформації. При цьому кінетична енергія тіл, що рухаються, частково або повністю переходить у внутрішню енергію.

Якщо два тіла масами m_1 і m_2 , що рухаються зі швидкостями \vec{v}_{01} і \vec{v}_{02} відповідно, зазнають абсолютно непружного удару, то їхню швидкість \vec{v} після удару можна визначити, скориставшись законом збереження імпульсу: $m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = (m_1 + m_2) \vec{v}$,

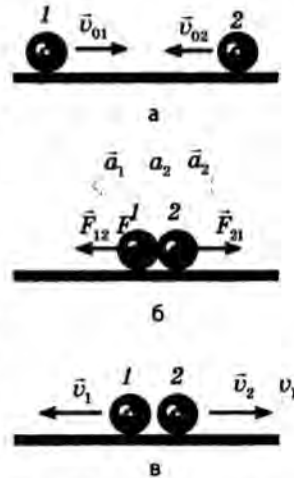


Рис. 37.2. Виникнення сил і прискорень під час удару двох кульок: а — система до удару; б — система під час удару; в — система після удару

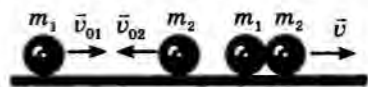


Рис. 37.3. Після абсолютно непружного удару тіла масами m_1 і m_2 рухаються як єдине тіло масою $m = m_1 + m_2$

звідки $\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02}}{m_1 + m_2}$. Кінетична енергія системи при цьому зменшується ($\Delta W_k = W_k - W_{k0}$).

Пружний удар — зіткнення тіл, за якого деформація тіл виявляється оборотною, тобто повністю зникає після припинення взаємодії.

Ідеально пружних ударів у реальному житті не існує. Однак існують удари, дуже близькі до пружного. Зіткнення бильярдних кульок, удар футбольного м'яча об бетонну стіну, удари сталевих кульок у наведеному вище досліді — усі ці удари можна вважати пружними.

2 Як рухаються тіла після пружного удару

Оскільки під час пружного удару виконується закон збереження імпульсу і зберігається сумарна кінетична енергія, одночасно справджуються дві рівності:

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2, \\ \frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \end{cases} \times 2 \Rightarrow \begin{cases} m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2, \\ m_1 v_{01}^2 + m_2 v_{02}^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2. \end{cases} \quad (1)$$

Якщо відомі маси кульок, що стикаються, і швидкості їхніх рухів до удару, то, розв'язавши одержану систему, визначимо швидкості руху кульок після удару. Розв'язання даної системи в загальному вигляді — доволі складне й кропітке завдання, тому розглянемо лише кілька часткових випадків.

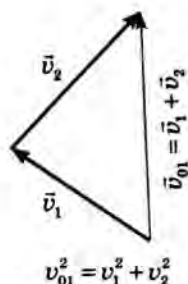


Рис. 37.4. Якщо до удару одна з однакових кульок рухалася з деякою швидкістю \vec{v}_{01} , а друга кулька перебувала у спокої і після пружного удару кульки набрали швидкості \vec{v}_1 і \vec{v}_2 , то вектори \vec{v}_{01} , \vec{v}_1 і \vec{v}_2 утворюють прямокутний трикутник, у якому v_{01} — гіпотенуза, v_1 і v_2 — катети

Випадок 1. Маса кульок, що стикаються, однакові ($m_1 = m_2 = m$), друга кулька до удару перебувала у спокої ($v_{02} = 0$). У цьому випадку

система (1) набуде вигляду: $\begin{cases} m \vec{v}_{01} = m \vec{v}_1 + m \vec{v}_2, \\ m v_{01}^2 = m v_1^2 + m v_2^2. \end{cases}$

Скоротивши обидва рівняння системи на m , маємо: $\begin{cases} \vec{v}_{01} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2, \\ v_{01}^2 = v_1^2 + v_2^2. \end{cases}$ Перше рівняння одержаної системи

показує, що вектори \vec{v}_{01} , \vec{v}_1 і \vec{v}_2 утворюють трикутник, друге рівняння показує, що цей трикутник прямокутний (рис. 37.4). Це означає, що після удару кульки рухатимуться у взаємно перпендикулярних напрямках (див. рис. 31.3). Якщо ви граєте в бильярд, то напевне знайомі з цим явищем.

Випадок 2. Центральний пружний удар двох кульок однакової маси.

Удар називають **центральною**, якщо швидкості руху кульок до і після удару напрямлені вздовж прямої, що проходить через центри цих кульок.

Нехай дві кульки однакової маси рухаються назустріч одна одній зі швидкостями \vec{v}_{01} і \vec{v}_{02} , напрямленими вздовж лінії, що сполучає центри кульок (рис. 37.5).

Знайдемо швидкості руху \vec{v}_1 і \vec{v}_2 кульок після удару. Оскільки маси тіл однакові ($m_1 = m_2 = m$), то після скорочення на m система (1)

набуває вигляду:
$$\begin{cases} \vec{v}_{01} + \vec{v}_{02} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2, \\ v_{01}^2 + v_{02}^2 = v_1^2 + v_2^2. \end{cases}$$

Напрямимо вісь OX у бік руху першої кульки та знайдемо проекції векторного рівняння системи на цю вісь: $v_{01x} = v_{01}$; $v_{02x} = -v_{02}$; $v_{1x} = v_1$; $v_{2x} = v_2$. У результаті

маємо:
$$\begin{cases} v_{01} - v_{02} = v_1 + v_2, \\ v_{01}^2 + v_{02}^2 = v_1^2 + v_2^2. \end{cases}$$

Перегрупуємо доданки; розкладемо обидві частини другого рівняння на співмножники:

$$\begin{aligned} \begin{cases} v_{01} + v_1 = v_{02} + v_2, \\ v_{01}^2 - v_1^2 = v_{02}^2 - v_2^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} v_{01} + v_1 = v_{02} + v_2, \\ (v_{01} + v_1)(v_{01} - v_1) = (v_{02} + v_2)(v_{02} - v_2). \end{cases} \end{aligned}$$

Розділимо почленно друге рівняння системи на перше:
$$\begin{cases} v_{01} + v_1 = v_{02} + v_2, \\ v_{01} - v_1 = v_2 - v_{02}. \end{cases}$$

Віднімемо від першого рівняння останньої системи друге: $2v_1 = 2v_{02} \Rightarrow v_1 = v_{02}$; склавши рівняння цієї системи, маємо: $2v_{01} = 2v_2 \Rightarrow v_2 = v_{01}$.

Таким чином, у результаті центрального пружного удару кульки однакової маси «обмінюються» швидкостями.

Якщо при цьому кулька 1 рухалася з деякою швидкістю \vec{v}_{01} , а кулька 2 перебувала у спокої ($v_{02} = 0$), то після зіткнення кулька 1 зупиниться ($v_1 = 0$), а кулька 2 почне рухатися зі швидкістю \vec{v}_{01} ($\vec{v}_2 = \vec{v}_{01}$). Це твердження легко перевірити на простому досліді (рис. 37.6).

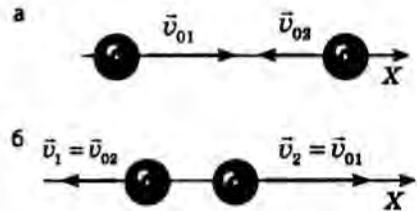


Рис. 37.5. Центральний пружний удар двох кульок однакової маси: а — система до удару; б — система після удару

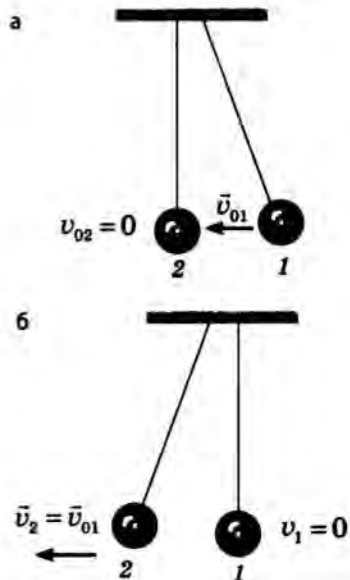


Рис. 37.6. У результаті центрального пружного удару кульок однакової маси кулька, яка рухалася, зупиняється, а нерухома набуває швидкості тієї кульки, яка рухалася: а — система до удару; б — система після першого удару

Підбиваємо підсумки

Удар (зіткнення) — це короткочасна взаємодія тіл, у ході якої тіла безпосередньо торкаються одне одного.

Абсолютно непружний удар — зіткнення тіл, у результаті якого тіла рухаються як єдине ціле. У разі непружного удару кінетична енергія системи не зберігається і виконується закон збереження імпульсу: $m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v} + m_2 \vec{v}$.

Пружний удар — зіткнення тіл, за якого деформація тіл виявляється оборотною, тобто повністю зникає після припинення взаємодії. У разі пружного удару виконується закон збереження імпульсу

$$\text{і зберігається кінетична енергія системи: } \begin{cases} m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2, \\ \frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}. \end{cases}$$

Контрольні запитання

1. Що таке удар? 2. Який удар називають абсолютно непружним? Наведіть приклади. 3. Чому під час непружного удару не виконується закон збереження енергії? 4. Який удар вважають пружним? Наведіть приклади. 5. Чи виконується в разі пружного удару закон збереження енергії? закон збереження імпульсу? 6. Що можна сказати про швидкості руху тіл однакової маси після пружного удару?

Вправа № 32

- Поясніть дослід, про який йшлося на початку параграфа (див. рис. 37.1).
- Нерухома кулька набула швидкості в результаті пружного удару з рухомою кулькою такої самої маси. У скільки разів ця швидкість більша за швидкість, яку набула б кулька внаслідок непружного удару?
- Кулька масою 200 г, яка рухається зі швидкістю 4 м/с, стикається з кулькою такої ж маси, яка рухається назустріч їй зі швидкістю 1 м/с. Вважаючи удар центральним і пружним, визначте швидкості руху кульок після удару.
- Об нерухому кульку масою 20 г ударяється кулька масою 30 г, яка рухається зі швидкістю 5 м/с. Визначте швидкості руху кульок після удару, вважаючи удар центральним пружним.
- Якою є маса кульки, якщо внаслідок пружного центрального удару об нерухому кульку масою 1 кг швидкість її руху зменшилася від 4 до 2 м/с? Розгляньте два можливі випадки.

Експериментальне завдання

Покладіть на аркуш монету та обведіть її олівцем. Щиглем штовхніть на неї іншу монету такого ж номіналу так, щоб удар не був центральним. Проведіть лінії руху монет, виміряйте кут між напрямками їхнього руху. Повторіть дослід, домігшись цього разу центрального удару. Поясніть одержані результати. Відомо, що цей дослід краще проводити з шашками на шахівниці. Чому?

ПІДБИВАЄМО ПІДСУМКИ РОЗДІЛУ 3 «ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ В МЕХАНІЦІ»

1. У розділі 3 ви познайомилися з важливими законами фізики — *законами збереження*.
2. Ви дізналися, як можна сформулювати *другий закон Ньютона «мовою» імпульсу*:

Зміна імпульсу тіла дорівнює
імпульсу сили, яка діє на тіло:

$$\Delta \vec{p} = \vec{F}t$$

Імпульс тіла

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Імпульс сили

$$\vec{F}t$$

3. Ви усвідомили сутність *закону збереження імпульсу*:

У замкненій системі тіл геометрична сума імпульсів усіх тіл, які належать системі, залишається постійною після будь-яких взаємодій тіл цієї системи між собою:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \text{const}$$

4. Ви дізналися про *реактивний рух*, про його прояви в природі та застосування в техніці.

Реактивний рух — це рух, який виникає внаслідок відділення з певною швидкістю від тіла будь-якої його частини

5. Ви пригадали такі фізичні величини, як *механічна робота* й *потужність*:

Механічна робота

міра дії сили

на тіло:

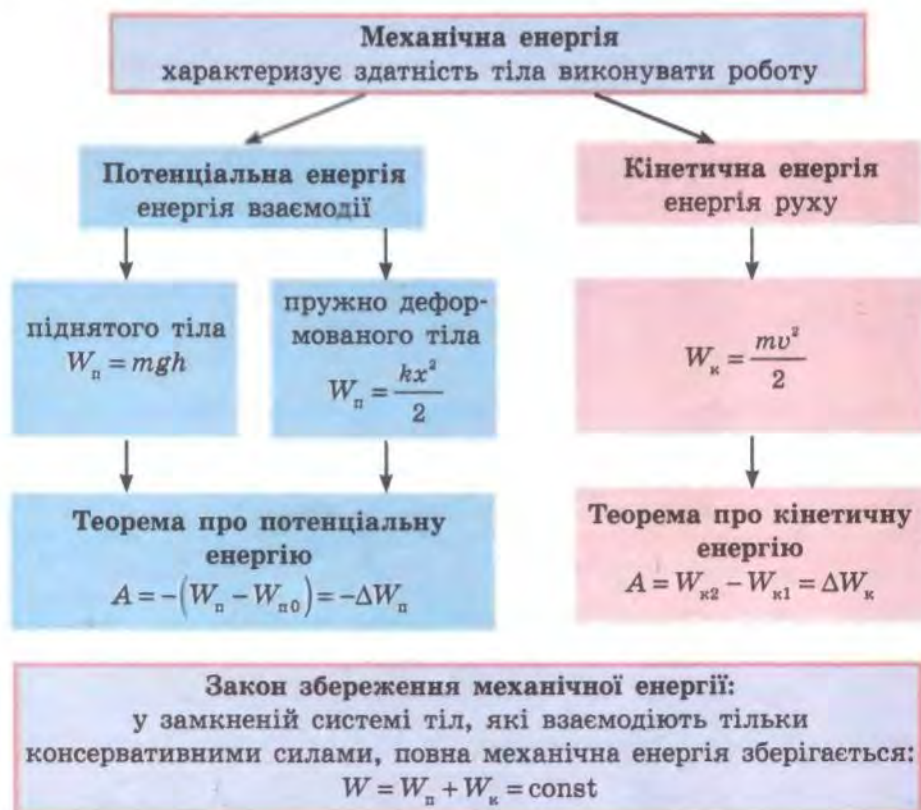
$$A = Fscos\alpha$$

Потужність

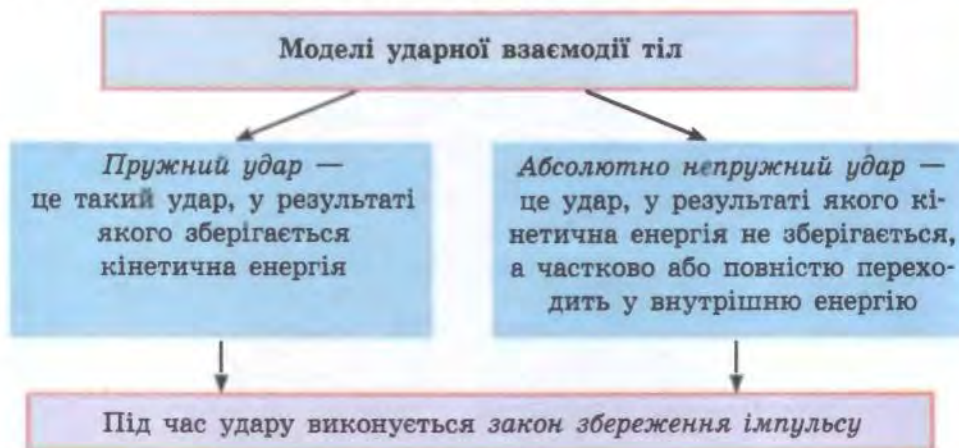
швидкість виконання
роботи:

$$P = \frac{A}{t} = F_x v$$

6. Ви пригадали класифікацію видів механічної енергії, дізналися про закон збереження механічної енергії.



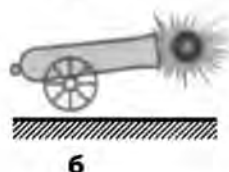
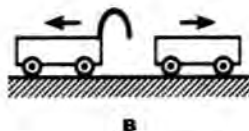
7. Ви навчилися досліджувати удар двох тіл:



ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ДО РОЗДІЛУ 3 «ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ В МЕХАНІЦІ»

Завдання 1–12 містять тільки одну правильну відповідь.

- (1 бал) Який вираз визначає імпульс тіла?
 а) $\vec{v}t$; б) $m\vec{a}$; в) $m\vec{v}$; г) $\vec{F}t$.
- (1 бал) Яка одиниця потужності в СІ?
 а) ват; в) кіньська сила;
 б) джоуль; г) ньютон.
- (1 бал) Яка фізична величина є векторною?
 а) потужність; в) повна енергія;
 б) механічна робота; г) імпульс.
- (2 бали) У якому випадку кінетична енергія тіла не змінюється?
 а) камінь падає зі скелі;
 б) автомобіль зупиняється перед світлофором;
 в) парашутист рівномірно опускається на землю;
 г) куля пробиває дерев'яну дошку.
- (2 бали) У якому випадку систему тіл не можна вважати замкнутою?



- (2 бали) Пружину деформована пружина в системі «тіло — пружина» виконала роботу 16 Дж. Яке твердження є правильним?
 а) потенціальна енергія пружини збільшилася на 16 Дж;
 б) кінетична енергія тіла збільшилася на 16 Дж;
 в) повна енергія системи зменшилася на 16 Дж;
 г) кінетична енергія тіла зменшилася на 16 Дж.
- (2 бали) Тіло тричі перемістили з висоти h_1 на висоту h_2 , причому щоразу по іншій траєкторії (рис. 1). У якому випадку робота сили тяжіння найбільша?
 а) у випадку 1; в) у випадку 3;
 б) у випадку 2; г) робота сили тяжіння однакова.

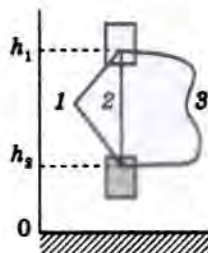


Рис. 1

8. (2 бали) Які фізичні величини не змінюються внаслідок пружного удару двох тіл?
 а) швидкості руху тіл;
 б) кінетичні енергії тіл;
 в) імпульси тіл;
 г) кінетична енергія та імпульс системи тіл.
9. (2 бали) Тіло масою 1 кг рухається з постійним прискоренням 2 м/с^2 . Чому дорівнює зміна імпульсу тіла за 3 с?
 а) $1 \text{ кг} \frac{\text{м}}{\text{с}}$; б) $1,5 \text{ кг} \frac{\text{м}}{\text{с}}$; в) $6 \text{ кг} \frac{\text{м}}{\text{с}}$; г) $9 \text{ кг} \frac{\text{м}}{\text{с}}$.
10. (3 бали) Під дією двох взаємно перпендикулярних сил 6 Н і 8 Н тіло переміщується на 2 м у напрямку рівнодійної сили. Чому дорівнює робота рівнодійної сили?
 а) 12 Дж; б) 16 Дж; в) 20 Дж; г) 28 Дж.
11. (3 бали) Тіла масами 2 кг і 3 кг рухаються назустріч одне одному зі швидкостями 5 м/с і 4 м/с відповідно. Яким буде модуль швидкості цих тіл після абсолютно непружного зіткнення?
 а) 0; б) 0,4 м/с; в) 4,4 м/с; г) 11 м/с.
12. (3 бали) Пружина жорсткістю 600 Н/м розтягнута на 5 см. Яку роботу потрібно виконати, щоб додатково розтягти пружину ще на 5 см?
 а) 0,3 Дж; б) 2,25 Дж; в) 7,5 Дж; г) 22,5 кДж.
13. (3 бали) Тіло масою 1 кг вільно падає з висоти 5 м. На якій висоті кінетична енергія тіла дорівнюватиме його потенціальній енергії? Якою буде швидкість руху тіла на цій висоті?
14. (4 бали) Тіло масою 0,2 кг, яке рухається зі швидкістю 12 м/с, наздоганяє тіло масою 0,4 кг, яке рухається зі швидкістю 3 м/с. Визначте кількість теплоти, що виділиться внаслідок абсолютно непружного удару цих тіл.

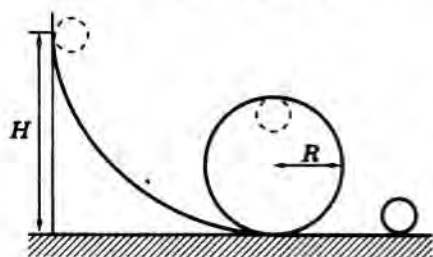


Рис. 2

15. (5 балів) З якої мінімальної висоти H має скочуватися кулька (рис. 2), щоб пройти «мертву петлю» радіусом R ? Зверніть увагу: мінімальну швидкість руху кульки у верхній точці «петлі» можна знайти з умови, що на мить сила реакції опори в цій точці стане дорівнювати нулю.

Зверте ваші відповіді з наведеними наприкінці підручника. Позначте завдання, які ви виконали правильно, і полічіть суму балів. Потім цю суму розділіть на три. Одержане число відповідатиме рівню ваших навчальних досягнень.

РОЗДІЛ 4. МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

§ 38. КОЛИВАЛЬНИЙ РУХ. ФІЗИЧНІ ВЕЛИЧИНИ, ЯКІ ХАРАКТЕРИЗУЮТЬ КОЛИВАЛЬНИЙ РУХ

21

З курсу фізики 8-го класу ви вже знаєте про коливальні рухи — механічні коливання. Такі рухи оточують нас буквально зусібіч: погойдування гілля дерев, вібрація струн музичних інструментів, коливання поплавця на хвилі, рух маятника в годиннику, биття серця і т. д. Коливальний рух, один із найпоширеніших у природі, має низку характерних ознак, про які ви дізнаєтеся з цього параграфа.

1

У чому полягає відмінність вільних і вимушених коливань

Механічні коливання — рухи, які точно або приблизно повторюються через однакові проміжки часу.

Існують різні види коливань*.

Одні коливання, наприклад рухи повітря в духових інструментах, поршня у двигуні внутрішнього згоряння, голки швацької машинки, здатні відбуватися тільки тоді, коли на тіло діють зовнішні сили, які періодично змінюються та змушують тіло здійснювати коливальний рух. Такі коливання називають *вимушеними*.

Вимушені коливання — це коливання, які відбуваються під дією зовнішньої сили, що періодично змінюється.

Інші коливання зумовлені дією внутрішніх сил системи й тому здатні відбуватися без зовнішнього періодичного впливу. Такими є, наприклад, коливання підвішеної на нитці або на пружині кульки, які виникають після того, як кульку відхилили від положення рівноваги й відпустили; погойдування гілки дерева після того, як із неї злетів птах; коливання дзвіночка, який штовхнули рукою. Такі коливання називають *вільними*.

Вільні коливання — це коливання, які відбуваються під дією внутрішніх сил системи й виникають у системі після того, як її було виведено з положення рівноваги та надано самій собі.

Систему тіл, у якій можуть виникати вільні коливання, називають **коливальною системою**.

Прикметною рисою будь-якої коливальної системи є наявність в ній *положення стійкої рівноваги*. Саме біля цього положення й відбуваються вільні коливання. Щоб у коливальній системі виникли вільні коливання, необхідне виконання *двох умов*:

1) *системі має бути передана надлишкова енергія* (порівняно з тією, якою володіє система в положенні стійкої рівноваги) (рис. 38.1);

* Далі йтиметься тільки про механічні коливання.

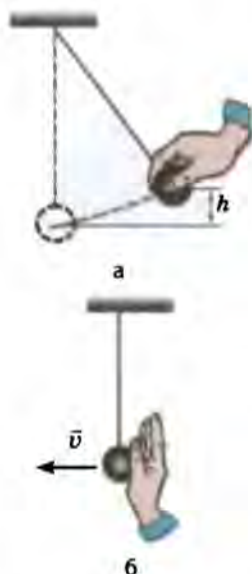


Рис. 38.1. Щоб у коливальній системі виникли вільні коливання, необхідно вивести її з положення рівноваги: передати потенціальну енергію (а) або кінетичну енергію (б)



Рис. 38.2. Тягар на пружині здійснює коливальний рух (x — зміщення тягаря; A — амплітуда коливань). Проміжок часу, за який тягар перемістився з положення 1 у положення 2 і назад (час одного повного коливання), — період коливань T

2) *тертя в системі має бути досить малим, інакше коливання швидко затухнуть або навіть не виникнуть (так затухають, наприклад, коливання на пружині тіла, опущеного в рідину).*

2 Які фізичні величини характеризують коливальний рух

Коливальний рух, як і будь-який інший рух, характеризують такі фізичні величини, як *швидкість, прискорення, координата (зміщення)*. Значення цих фізичних величин у процесі коливань постійно змінюються. *Якщо значення фізичних величин, що змінюються в процесі коливань, повторюються через рівні проміжки часу, такі коливання називають періодичними.*

Існує ряд фізичних величин, які характеризують саме періодичні коливання: *амплітуда, період, частота, циклічна частота, фаза коливань* (рис. 38.2).

Зміщення x — це фізична величина, що дорівнює відстані, на яку тіло в ході коливання відхилося від положення рівноваги в даний момент часу.

Амплітуда коливань A — це фізична величина, яка дорівнює максимальному зміщенню:

$$A = x_{\max}.$$

Одиниця зміщення та одиниця амплітуди коливань у СІ — метр (м).

Амплітуда вільних коливань визначається початковими умовами, тобто тією енергією, яка була передана тілу в момент, коли воно було виведене з положення рівноваги.

Період коливань T — це фізична величина, що дорівнює мініимальному проміжку часу, за який тіло повертається в початкове положення (здійснює одне повне коливання):

$$T = \frac{t}{N},$$

де t — час коливань; N — число повних коливань за цей проміжок часу.

Одиниця періоду коливань у СІ — секунда (с).

Частота коливань ν — це фізична величина, яка дорівнює кількості N повних коливань, здійснюваних тілом за одиницю часу:

$$\nu = \frac{N}{t}$$

Одиниця частоти коливань у СІ — герц (Гц). 1 Гц дорівнює частоті коливань, у ході яких тіло за 1 с здійснює одне повне коливання.

Частота і період коливань пов'язані співвідношенням:

$$\nu = \frac{1}{T}$$

Циклічна частота ω — це фізична величина, яка дорівнює кількості повних коливань, здійснюваних тілом за 2π секунд:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

Одиниця циклічної частоти коливань у СІ — радіан на секунду (рад/с або с^{-1}).

Підбиваємо підсумки

Рухи, які точно або приблизно повторюються через однакові проміжки часу, називають механічними коливаннями.

Коливання, які відбуваються під дією зовнішньої сили, що періодично змінюється, називають вимушеними.

Коливання, які відбуваються під дією внутрішніх сил системи, називають вільними. Щоб у коливальній системі виникли вільні коливання, необхідне виконання таких умов: 1) системі має бути передана надлишкова енергія; 2) тертя в системі має бути досить малим.

Періодичний коливальний рух описується рядом фізичних величин: крім величин, що характеризують будь-який механічний рух, як-от: швидкість, прискорення, координата (зміщення x), — це ще й амплітуда коливань A , період коливань T , частота коливань ν , циклічна частота ω .

Контрольні запитання

1. Що таке механічні коливання? 2. Які коливання називають вільними? вимушеними? Наведіть приклади. 3. Що є прикметною рисою систем, здатних здійснювати вільні коливання? 4. Які умови необхідні для виникнення вільних коливань? 5. Назвіть основні фізичні величини, які характеризують коливальний рух. Дайте їх визначення.

Вправа № 33

1. Визначте період і частоту коливань матеріальної точки, яка здійснює 300 коливань за хвилину.
2. Період коливань тягаря на пружині дорівнює 2 с. Що це означає? Визначте частоту й циклічну частоту коливань тягаря. Скільки коливань здійснить тягар за 10 с?
3. Частота коливань тіла дорівнює 20 Гц. Що це означає? Визначте період коливань тіла. За який проміжок часу тіло здійснить 200 коливань?
4. Амплітуда коливань тіла на пружині дорівнює 5 см. Який шлях пройде тіло за чверть періоду коливань? за половину періоду? за період? за два періоди?

Експериментальне завдання

Вивчіть діяльність вашого серця з точки зору коливань. Визначте період, частоту, циклічну частоту коливань серця у спокійному стані. Виконайте ряд фізичних вправ (наприклад, присядьте 20–30 разів) і знову знайдіть значення вищезазначених фізичних величин. Знаючи показники свого пульсу (кількість ударів серця за хвилину), визначте тривалість якого-небудь процесу (наприклад, час закипання чайника). Підбийте підсумки ваших спостережень.

§ 39. ГАРМОНІЧНІ КОЛИВАННЯ. РІВНЯННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ

Якщо тіло здійснює коливальний рух, то його положення в просторі змінюється певним чином. Загальні закони коливального руху є досить складними й виходять за рамки шкільного курсу фізики. Тому запишемо рівняння руху тільки для одного виду коливань — гармонічних коливань. Саме про них і йтиметься.

1 Які коливання називають гармонічними

Коливальний рух і рівномірний рух по колу дуже схожі: обидва ці рухи є періодичними, тобто повторюються через рівні проміжки часу, крім того, ці рухи характеризуються схожими фізичними величинами. Тож можна припустити, що вони описуються схожими законами. Покажемо, що рівняння координати тіла, яке рухається по колу, і рівняння координати тіла, яке коливається, мають однаковий вигляд.



Рис. 39.1. Візок, прикріплений пружиною до вертикальної стіни й виведений із положення рівноваги, здійснює коливальний рух

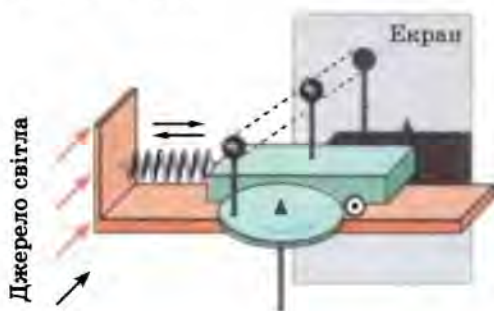


Рис. 39.2. Якщо період обертання диска дорівнює періоду коливань візка, а радіус обертання кульки на диску дорівнює амплітуді коливань візка, то коливання тіней, що їх відкидають обидві кульки, будуть однаковими

Для прикладу порівняємо два рухи: коливання легкорухомого візка, прикріпленого пружиною до вертикальної стіни, і рух по колу кульки, закріпленої на диску, що обертається.

Виведемо візок із положення рівноваги — він почне здійснювати коливальний рух (рис. 39.1). Порахувавши кількість N коливань візка за певний проміжок часу t , визначимо період T

$$\text{його коливань: } T = \frac{t}{N}.$$

Складемо пристрій, як показано на рис. 39.2. Обертатимемо диск із періодом, який дорівнює періоду коливань візка (за одне повне коливання візка диск здійснює один повний оберт). Під час обертання диска тінь від кульки, встановленої на диску, здійснюватиме певний коливальний рух. Якщо розтягти пружину на відстань A , яка дорівнює радіусу r обертання кульки ($A = r$), і відпустити її в той момент, коли тінь від кульки

на диску співпадає з тінню від кульки на візку, то побачимо, що коливання тіней будуть абсолютно однаковими.

У дійсності провести такий дослід не так просто, набагато простіше записати рівняння коливань візка на пружині, використовуючи прийоми вищої математики. Однак ви поки не володієте такими знаннями, тому будемо просто спостерігати й проводити *аналогії*.

Вивчаючи рівномірний рух тіла по колу (див. § 14), ви з'ясували, що координата x тіла під час такого руху змінюється за законом $x = r \cos \varphi$, де r — радіус кола, що його описує тіло; φ — кут повороту радіус-вектора (рис. 39.3). З рисунка бачимо, що так само змінюється й координата тіні кульки, яка рівномірно обертається на диску.

Оскільки $\varphi = \omega t$, де $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — кутова швидкість обертання кульки, то рівняння координати x тіні кульки можна записати в такому вигляді:

$$x = r \cos \frac{2\pi}{T} t.$$

Оскільки тінь від кульки на диску і тінь від кульки на візку здійснюють абсолютно однакові рухи, то рівняння коливань кульки на візку буде тим самим. Зважаючи, що за умовами експерименту радіус обертання кульки дорівнює амплітуді коливань візка ($r = A$), а $\frac{2\pi}{T} = \omega$ — циклічна частота коливань візка (за означенням), маємо *рівняння коливань* візка — рівняння залежності $x(t)$:

$$x = A \cos \omega t, \quad (1)$$

де x — координата візка в момент часу t . Початок координат збігається з положенням рівноваги візка.

Коливання, під час яких координата тіла, що коливається, змінюється з часом за законом косинуса (або синуса), називають **гармонічними коливаннями**.

Таким чином, візок на пружині здійснює гармонічні коливання.

2 Що таке фаза коливань

Звернемося до формули (1). Величину ωt , що стоїть у ній під знаком косинуса, називають *фазою коливань* і позначають символом φ .

Фаза коливань φ — це фізична величина, яка характеризує стан коливальної системи в довільний момент часу.

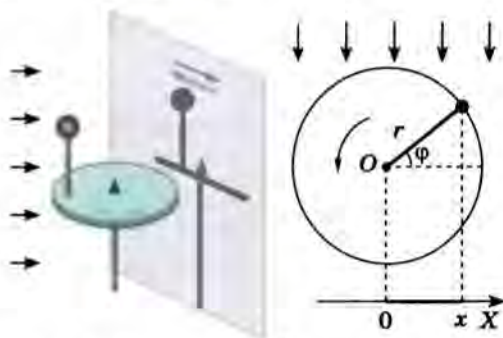


Рис. 39.3. Координата x кульки, яка рівномірно обертається на диску по колу радіусом r , змінюється за законом $x = r \cos \varphi$, де φ — кут повороту радіус-вектора; за цим самим законом змінюється й координата тіні кульки, що здійснює коливальний рух

Фаза коливань визначається характером руху тіла (періодом його коливань T) і моментом часу t , у який фіксується координата ($\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T}t$). Фаза коливань також залежить від моменту початку відліку часу. Якщо, вивчаючи коливальний рух, ввімкнути секундомір не в момент максимального відхилення тіла від положення рівноваги, а через деякий час, то рівняння коливань набуде вигляду:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

де $\omega = 2\pi/T$ — частота; φ_0 — початкова фаза коливань — фаза коливань у момент початку відліку часу ($t=0 \Rightarrow \varphi = \omega t + \varphi_0 = \varphi_0$).

Якщо початок відліку часу збігається з моментом проходження тілом положення рівноваги, то в цей момент координата тіла дорівнює нулю, тому рівняння коливань матиме вигляд:

$$x = A \sin \omega t. \quad (2)$$

Насправді коливання, які описані рівняннями (1) і (2), відрізняються тільки початковою фазою коливань.

3 Який вигляд мають графіки гармонічних коливань

Графік залежності координати тіла, що коливається, від часу називають **графіком коливань**.

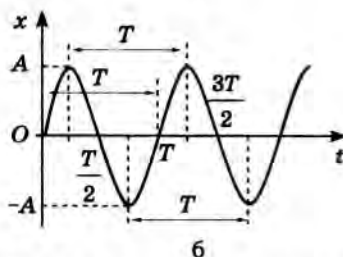
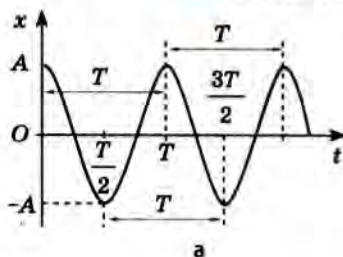


Рис. 39.4. Графіки гармонічних коливань. Координата тіла, яке коливається, змінюється залежно від часу t за законом: $x = A \cos \omega t$ (а); $x = A \sin \omega t$ (б) (A — амплітуда коливань; $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — циклічна частота; T — період коливань)

Графік гармонічних коливань має вигляд кривої, яку в математиці називають *синусоїдою* або *косинусоїдою* (рис. 39.4). З графіка коливань, як і з рівняння коливань, легко визначити всі кінематичні характеристики коливального руху. Також графік дає змогу записати рівняння коливань (див. п. 4 цього параграфа).

Точно кажучи, вільні коливання не є гармонічними. Однак якщо тертя в коливальній системі мале, то протягом невеликих проміжків часу (поки амплітуда не встигне помітно зменшитися) вільні коливання можна вважати гармонічними та описувати графіками, подібними до зображених на рис. 39.4.



Учимося розв'язувати задачі

Задача 1. Рівняння коливань тіла має вигляд: $x = 5 \cos \frac{\pi}{6}t$ (м). Визначте амплітуду, період і частоту коливань тіла. Визначте фазу коливань і координату тіла через 2 с після початку відліку часу.

Дано:

$$x = 5 \cos \frac{\pi}{6} t \text{ (м)}$$

$$t = 2 \text{ с}$$

 $A = ?$
 $T = ?$
 $\nu = ?$
 $\varphi = ?$
 $x = ?$

Аналіз фізичної проблеми, розв'язання. Коливання є гармонічними, тому для розв'язання задачі порівняємо подане рівняння із загальним виглядом рівняння гармонічних коливань. Для зручності запишемо їх одне під одним:

$$x = 5 \cos \frac{\pi}{6} t,$$

$$x = A \cos \omega t.$$

Порівнявши, маємо: $A = 5 \text{ м}$; $\omega = \frac{\pi}{6} \text{ с}^{-1}$.

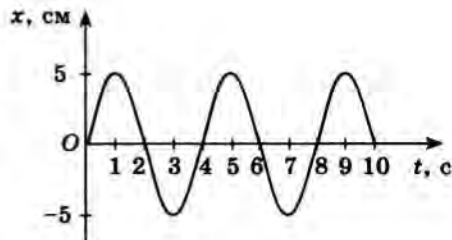
Оскільки $\omega = \frac{2\pi}{T}$, то $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi/6} = 12 \text{ (с)}$;

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{12} \approx 0,08 \text{ Гц}; \quad \varphi = \omega t = \frac{\pi}{6} \text{ с}^{-1} \cdot 2 \text{ с} = \frac{\pi}{3};$$

$$x = 5 \cos \frac{\pi}{6} t = 5 \cos \frac{\pi}{6} \cdot 2 = 5 \cos \frac{\pi}{3} = 5 \cdot \frac{1}{2} = 2,5 \text{ (м)}.$$

Відповідь: амплітуда коливань $A = 5 \text{ м}$; період коливань $T = 12 \text{ с}$; частота коливань $\nu \approx 0,08 \text{ Гц}$; фаза коливань через 2 с : $\varphi = \frac{\pi}{3}$; координата через 2 с : $x = 2,5 \text{ м}$.

Задача 2. За графіком, наведеним на рисунку, визначте амплітуду та період коливань тіла. Обчисліть частоту та циклічну частоту коливань тіла; запишіть рівняння коливань; знайдіть зміщення тіла у фазі $\frac{\pi}{2}$ рад.



Дано:

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

 $A = ?$
 $T = ?$
 $\omega = ?$
 $x(t) = ?$
 $x\left(\varphi = \frac{\pi}{2}\right) = ?$

Аналіз фізичної проблеми. У момент початку спостереження ($t=0$) тіло перебувало в положенні рівноваги ($x_0=0$), тому рівняння коливань має вигляд: $x = A \sin \omega t$.

З графіка бачимо: максимальне зміщення тіла дорівнює 5 см , тому $A = x_{\text{max}} = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$; проміжок часу, за який тіло здійснює одне повне коливання, дорівнює 4 с , отже, $T = 4 \text{ с}$.

Пошук математичної моделі, розв'язання. Обчислимо частоту й циклічну частоту коливань:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{4 \text{ с}} = 0,25 \text{ Гц};$$

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 0,25 \text{ с}^{-1} = 0,5\pi \text{ с}^{-1}.$$

Підставивши значення $A=0,05$ м і $\omega=0,5\pi$ с⁻¹ у рівняння коливань, маємо: $x=0,05\sin 0,5\pi t$ (м).

Якщо $\varphi=\frac{\pi}{2}$, то $x=A\sin\varphi=0,05\sin\frac{\pi}{2}=0,05$ (м).

Відповідь: амплітуда коливань $A=0,05$ м; період коливань $T=4$ с; частота коливань $\nu=0,25$ Гц; циклічна частота $\omega=0,5\pi$ с⁻¹; рівняння коливань має вигляд: $x=0,05\sin 0,5\pi t$ (м); зміщення тіла у фазі $\frac{\pi}{2}$ рад: $x=0,05$ м.

Підбиваємо підсумки

Коливання, у ході яких координата тіла, яке коливається, змінюється з часом за законом косинуса (або синуса), називають гармонічними коливаннями.

Якщо в момент початку відліку часу тіло було максимально відхилене від положення рівноваги, то рівняння коливань — рівняння залежності $x(t)$ — має вигляд: $x=A\cos\omega t$.

Якщо початок відліку часу збігається з моментом проходження тілом положення рівноваги, то рівняння коливань має вигляд: $x=A\sin\omega t$.

Величину, яка стоїть під знаком косинуса або синуса в рівнянні гармонічних коливань, називають фазою коливань: $\varphi=\omega t+\varphi_0$. Фаза коливань визначається характером руху тіла (його періодом), моментом часу, у який фіксується координата, і моментом початку відліку часу.

Колівальний рух можна також задати за допомогою графіка, який матиме вигляд синусоїди (косинусоїди). З рівняння коливань або з графіка колівального руху можна визначити всі кінематичні характеристики цього руху.

Контрольні запитання

1. Які коливання називають гармонічними? 2. Чому, щоб записати рівняння гармонічних коливань, ми порівнювали коливання з рухом по колу? Опишіть цей дослід. 3. Запишіть рівняння гармонічних коливань. 4. Яким рівнянням ви будете користуватися, якщо в момент початку спостереження тіло перебувало в положенні рівноваги? якщо тіло було максимально відхилене від положення рівноваги? 5. Який вигляд має графік вільних гармонічних коливань? 6. Як можна задати колівальний рух?

Вправа № 34

- Запишіть рівняння гармонічних коливань для тіла, якщо амплітуда його коливань 10 см, а період коливань 1 с. Вважайте, що в момент початку спостереження тіло було максимально відхилене від положення рівноваги.
- Тіло на пружині здійснює 10 коливань за 2 с. Максимальне відхилення тіла від положення рівноваги становить 5 см. Запишіть рівняння гармонічних коливань, якщо в момент початку спостереження тіло перебувало в положенні рівноваги.
- Рівняння коливань тіла має вигляд $x=4\sin\frac{2\pi}{3}t$ (м). Визначте амплітуду, період і частоту коливань цього тіла.

- Рівняння коливань тіла має вигляд: $x = 0,3 \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$ (м). Визначте амплітуду, період і частоту коливань цього тіла; фазу коливань і координату тіла через 1 с після початку спостереження.
- На рис. 1–3 наведено графіки гармонічних коливань деяких тіл. Для кожного тіла: а) визначте амплітуду коливань; б) період коливань; в) частоту коливань; г) запишіть рівняння коливань.

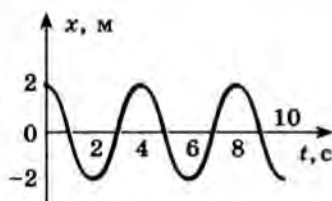


Рис. 1

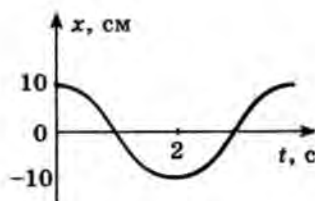


Рис. 2

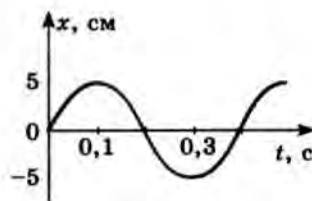


Рис. 3

Експериментальне завдання

Складіть пристрій, як показано на рис. 4. Закрийте отвір конуса пальцем і насипте в конус сухий річковий пісок (або сіль, пшоно). Відведіть конус від положення рівноваги та відпустіть. Одночасно почніть переміщувати паперову стрічку так, як показано на рисунку. Висипаючись, пісок залишить на стрічці слід у вигляді хвилястої лінії. (Щоб потім пісок не зсипався з паперової смужки, попередньо вкрийте її шаром клейстєру, виготовленого з борошна й води, або клею для шпалер.) Укажіть на одержаному «графіку гармонічних коливань» амплітуду коливань і визначте її.

Паперовий конус з отвором



Рис. 4

§ 40. КОЛИВАННЯ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

Коливальні рухи бувають дуже різноманітними. Однак існує «класика» коливальних рухів — вони описані сотні років тому, їх вивченням займалися Г. Галілей і сучасник І. Ньютона Хрiстiан Гюйгенс (1629–1695). Це — коливання пружинного маятника (тіла, закріпленого на пружині) і математичного маятника. У цьому параграфі ви познайомитеся з коливаннями пружинного маятника. У фізиці пружинний маятник ще називають *гармонічним осцилятором*.

Коливання пружинного маятника

Пружинний маятник — коливальна система, яка являє собою тіло, закріплене на пружині.

Розглянемо коливання горизонтального пружинного маятника — візка масою m , прикріпленого до вертикальної стіни пружиною жорсткістю k (рис. 40.1).

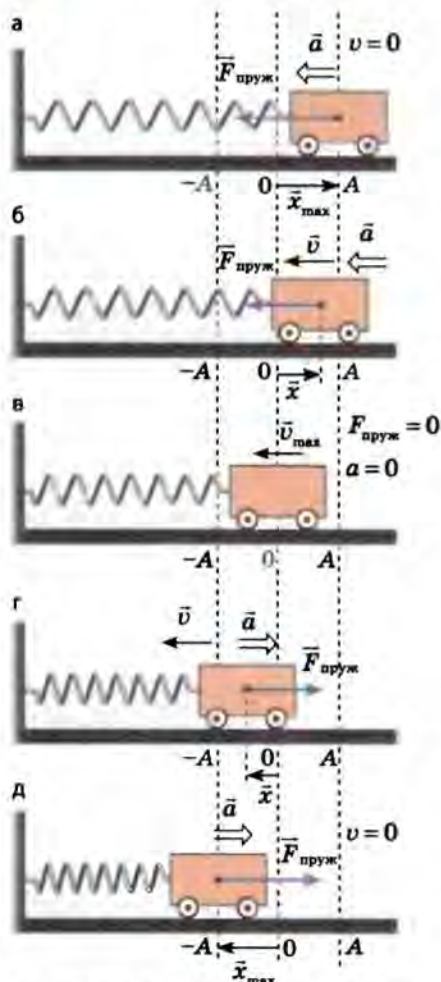


Рис. 40.1. Вільні коливання пружинного маятника

пружності та прискорення дорівнюватимуть нулю, а швидкість руху візка сягне максимального значення. Діставши положення рівноваги, візок не зупиниться, а внаслідок інертності продовжить рух вліво (рис. 40.1, *г*). Пружина почне стискатися, і виникне зростаюча сила пружності, напрямлена вправо. Сила пружності гальмуватиме рух візка. Досягнувши точки повороту (максимального відхилення від положення рівноваги), візок на мить зупиниться (рис. 40.1, *д*). До цього моменту від моменту початку коливань пройде половина періоду ($t = T/2$).

Наступну половину періоду характер руху візка буде таким самим, тільки у зворотному напрямку: візок почне рухатися вправо до положення рівноваги, знову збільшуючи швидкість; через проміжок часу $t = \frac{3}{4}T$ він пройде це положення й далі знову відхилиться на відстань A . Так завершиться одне повне коливання ($t = T$). Далі все повториться.

Будемо вважати:

1) *сили тертя, які діють у системі, нехтовно малі*, тому їх можна не враховувати, тоді коливання маятника будуть *незатухаючими*, тобто їхня амплітуда з часом не змінюватиметься;

2) *деформації пружини в процесі коливань підпорядковуються закону Гука*: $F_{\text{пруж}} = k|x|$.

Для встановлення причин вільних коливань пружинного маятника розглянемо докладніше процес коливання.

Відведемо візок на відстань x_{max} вправо від положення рівноваги (рис. 40.1, *а*) — пружина розтягнеться, і на візок почне діяти сила пружності, напрямлена вліво; у цей момент сила пружності максимальна: $F_{\text{пруж}} = k|x_{\text{max}}| = kA$.

Відпустимо візок — під дією сили пружності він почне рухатися вліво (рис. 40.1, *б*). Напрямок прискорення візка збігається з напрямком швидкості його руху ($\vec{a} \uparrow \vec{v}$), тому швидкість руху візка буде збільшуватися. Натомість видовження пружини буде зменшуватися, тому меншатиме й сила пружності, а отже, і прискорення руху візка.

Через час, який дорівнює чверті періоду ($t = T/4$), візок дійде до положення рівноваги (рис. 40.1, *в*). У цей момент сила

Зверніть увагу: протягом усього часу колювання сила пружності напрямлена в бік, протилежний видовженню пружини (протилежно зміщенню візка),— весь час сила пружності «штовхала» візок до положення рівноваги.

Отже, вільні колювання пружинного маятника мають такі причини:

1) сила, що діє на тіло, завжди напрямлена до положення рівноваги;

2) тіло, що колювається, є інертним, тому воно не зупиняється в положенні рівноваги (коли сила пружності стає рівною нулю), а продовжує рух у тому самому напрямку.

2 Як розрахувати період колювань пружинного маятника

Розглянемо колювання візка, закріпленого на горизонтальній пружині, з погляду другого закону Ньютона (рис. 40.2). На візок діють три сили: сила реакції опори \vec{N} , сила тяжіння $m\vec{g}$ та сила пружності $\vec{F}_{\text{пруж}}$. Запишемо рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді та в проекціях на осі координат. Вісь OX напрямимо вздовж лінії руху візка, вісь OY — вертикально вгору, початок координат сумістимо з положенням рівноваги візка.

Рівняння другого закону Ньютона в цьому випадку має вигляд:

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{пруж}} = m\vec{a}.$$

Проектуючи це рівняння на осі координат і враховуючи, що відповідно до закону Гука $F_{\text{пруж}x} = -kx$, одержимо систему рівнянь:

$$\begin{cases} OX: F_{\text{пруж}x} = ma_x, \\ OY: N - mg = 0, \\ F_{\text{пруж}x} = -kx. \end{cases}$$

Зрівнявши праві частини першого та останнього рівнянь системи, знайдемо a_x . Оскільки $ma_x = -kx$, маємо:

$$a_x = -\frac{k}{m}x. \quad (1)$$

Дане рівняння називають *рівнянням вільних колювань пружинного маятника*. Аналізуючи це рівняння, можна зробити висновок: під час колювань пружинного маятника прискорення прямо пропорційне зміщенню маятника та напрямлене в бік, протилежний зміщенню.

Доведено: якщо в будь-який момент часу руху тіла його прискорення прямо пропорційне зміщенню ($a \sim x$) і напрямлене в бік, протилежний зміщенню ($\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{x}$), то такий рух являє собою гармонічні

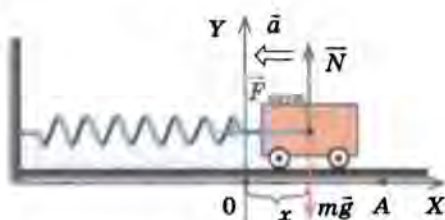


Рис. 40.2. У разі відсутності тертя на візок у процесі колювань діють три сили: сила реакції опори N , сила тяжіння $m\vec{g}$ та сила пружності $\vec{F}_{\text{пруж}}$

коливання (описується за законом синуса (косинуса)) і рівняння цих коливань можна записати у вигляді:

$$a_x = -\omega^2 x, \quad (2)$$

де ω — циклічна частота гармонічних коливань.

Зіставивши формули (1) і (2), одержимо: $\omega^2 = \frac{k}{m}$, або $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Узявши до уваги, що $T = \frac{2\pi}{\omega}$, отримаємо **формулу для обчислення періоду коливань пружинного маятника**:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3)$$

Зверніть увагу: період коливань пружинного маятника не залежить ані від амплітуди коливань, ані від того, де відбуваються ці коливання (на поверхні Землі, у космічному кораблі чи на поверхні Місяця); він визначається тільки власними характеристиками коливальної системи «тіло — пружина». Якщо період T коливань тіла та жорсткість k пружини відомі, можна знайти масу m тіла. Такий спосіб визначення маси використовують у стані невагомості, коли звичайні ваги не працюють.

3 Учимися розв'язувати задачі

Задача. Рівняння коливань тягара на пружині має вигляд: $x = 0,02 \cos \frac{2\pi}{3} t$ (м). Визначте масу тягара, якщо жорсткість пружини дорівнює 40 Н/м. Визначте прискорення руху тягара та силу пружності, що діє на тягар у момент часу $t = 1$ с.

Дано:

$$x = 0,02 \cos \frac{2\pi}{3} t \text{ (м)}$$

$$k = 40 \text{ Н/м}$$

$$t = 1 \text{ с}$$

$$m \text{ — ?}$$

$$a \text{ — ?}$$

$$F_{\text{пруж}} \text{ — ?}$$

Аналіз фізичної проблеми, розв'язання. Коливання є гармонічними, тому для розв'язання задачі порівняємо задане рівняння із загальним виглядом рівняння гармонічних коливань: $x = 0,02 \cos \frac{2\pi}{3} t$, $x = A \cos \omega t$.

Зіставивши рівняння, маємо:

$$A = 0,02 \text{ м}; \quad \omega = \frac{2\pi}{3} \text{ с}^{-1}.$$

Скориставшись формулою $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, знайдемо масу тягара: $m = \frac{k}{\omega^2}$.

Згідно із законом Гука $F_{\text{пруж}} = k|x|$; відповідно до другого закону Ньютона $a = \frac{F_{\text{пруж}}}{m}$.

Визначимо значення шуканих величин:

$$x = 0,02 \cos \frac{2\pi}{3} t = 0,02 \cos \frac{2\pi}{3} \cdot 1 = 0,01 \text{ (м)};$$

$$[m] = \frac{H}{M \cdot c^{-2}} = \frac{H \cdot c^2}{M} = \frac{кг \cdot м / c^2 \cdot c^2}{M} = кг, \quad \{m\} = \frac{40 \cdot 9}{4\pi^2} = 9, \quad m = 9 \text{ кг};$$

$$[F] = \frac{H}{M} \cdot M = H, \quad \{F\} = 40 \cdot 0,01 = 0,4, \quad F = 0,4 \text{ Н};$$

$$[a] = \frac{H}{кг} = \frac{кг \cdot м / c^2}{кг} = \frac{м}{c^2}, \quad \{a\} = \frac{0,4}{9} = 0,044, \quad a = 0,044 \frac{м}{c^2}.$$

Відповідь: маса тягара $m = 9$ кг; прискорення руху тягара в момент часу $t = 1$ с: $a = 0,044 \frac{м}{c^2}$; сила пружності, що діє в цей момент на тягар, $F_{\text{пруж}} = 0,4$ Н.

Підбиваємо підсумки

Пружинний маятник — коливальна система, яка являє собою тіло, закріплене на пружині. Причини вільних коливань пружинного маятника: 1) сила пружності, яка діє на тіло, завжди напрямлена до положення рівноваги; 2) тіло, яке коливається, є інертним.

Період вільних коливань пружинного маятника не залежить від амплітуди його коливань і визначається за формулою: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Якщо під час руху прискорення тіла завжди прямо пропорційне зміщенню і напрямлене в бік, протилежний зміщенню, то такий рух являє собою гармонічні коливання. Рівняння гармонічних коливань можна записати у вигляді: $a_x = -\omega^2 x$, де ω — циклічна частота коливань.

Контрольні запитання

1. Що таке пружинний маятник? Наведіть приклади.
2. Опишіть процес коливань пружинного маятника.
3. Чому в ході коливань тіло не зупиняється, коли проходить положення рівноваги?
4. Як змінюється сила пружності в ході коливань?
5. За якою формулою визначають період коливань пружинного маятника?
6. Чи залежить під час гармонічних коливань прискорення руху тіла від зміщення тіла? Якщо залежить, то як?
7. Запишіть рівняння гармонічних коливань.

Вправа № 35

1. Тягар масою 10 кг коливається на пружині, маючи період коливань 2 с. Визначте жорсткість пружини та частоту коливань тягара.
2. Визначте масу тіла, підвішеного на пружині жорсткістю 40 Н/м, якщо після відхилення тіла від положення рівноваги воно здійснює 8 коливань за 12 с.
3. Два тіла підвішені на двох однакових пружинах. Як відрізняються періоди коливань цих маятників, якщо маса одного тіла в 4 рази більша за масу іншого?
4. Рівняння коливань пружинного маятника має вигляд: $x = 5 \sin \frac{\pi}{6} t$ (м). Визначте жорсткість пружини та частоту коливань тягара, якщо його маса дорівнює 2 кг. Яка сила пружності діє на тягар через 1 с після початку руху?
5. Вертикальна пружина під дією тягара видовжилася на 2 см. Визначте частоту вільних коливань такого маятника.
- 6*. На поверхні води плаває дерев'яний брусок масою 200 г. Брусок трохи занурили у воду та відпустили. Знайдіть частоту коливань бруска. Площа основи бруска — 50 см².

§ 41. КОЛИВАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МАЯТНИКА

Спостерігаючи коливання великої люстри у флорентійському соборі, яка розгойдувалася через протяг, Г. Галілей виміряв період її коливань і встановив, що період коливань не залежить від амплітуди. Годинників на той час ще не винайшли, і період коливань Галілей визначав, підраховуючи власний пульс. Коли довідуєшся про ці дослідження, не перестаєш дивуватися вмінню вченого одержувати простими засобами точні результати. Адже фактично Галілей дав нам сучасні уявлення фізики коливальних рухів, запровадивши поняття амплітуди коливань і періоду коливань.

Люстра, підвішена до стелі, дитяча гойдалка, маятник годинника тощо — це приклади фізичних маятників. Саме з коливаннями таких маятників ви познайомитеся у цьому параграфі.

1 Що називають математичним маятником

Будь-яке тверде тіло, яке здійснює або може здійснювати коливання відносно осі, що проходить через точку підвісу, розташовану вище від центра мас тіла, називають *фізичним маятником*.

Прикладом фізичного маятника може слугувати іграшка, підвішена в салоні автомобіля. Якщо іграшку вивести з положення рівноваги, вона почне коливатись. Проте вивчати такі коливання доволі складно: їхній характер визначається розмірами іграшки, властивостями підвісу та іншими чинниками.

Щоб розміри тіла не впливали на характер його коливань, слід узяти підвіс, довжина якого набагато більша за розміри тіла. У такому випадку тіло можна вважати матеріальною точкою. При цьому підвіс має бути легким, а щоб під час коливань тіло весь час перебувало на однаковій відстані від точки підвісу, — нерозтяжним. У такий спосіб буде створено *фізичну модель* — *математичний маятник*.

Математичний маятник — це фізична модель, яка являє собою матеріальну точку, що підвішена на невагомій і нерозтяжній нитці та здійснює коливання під дією сили тяжіння.

Колівальну систему в цьому випадку утворюють матеріальна точка, підвішена на нитці, і Земля, без якої ця система не могла б бути маятником.

2 Коливання математичного маятника

Візьмемо невелику, але досить важку кульку та підвісимо її на довгій нерозтяжній нитці — такий маятник можна вважати математичним. Якщо відхилити кульку від положення рівноваги та відпустити, то вона почне коливатися біля положення рівноваги. Розглянемо рух кульки та з'ясуємо причини цього руху.

Якщо кульку відхилити від положення рівноваги (рис. 41.1, а), то рівнодійна \vec{F} сили тяжіння $m\vec{g}$ і сили \vec{T} натягу нитки буде напрямлена до положення рівноваги. Якщо потім кульку відпустити, то вона почне рухатися до положення рівноваги, при цьому швидкість її руху збільшуватиметься (оскільки $\vec{a} \uparrow \vec{v}$).

У момент проходження кулькою положення рівноваги (рис. 41.1, б) сили, які діють на кульку, будуть скомпенсовані (їхня рівнодійна дорівнюватиме нулю: $\vec{F} = 0$), а швидкість руху кульки сягне максимального значення.

Однак у положенні рівноваги кулька не зупиниться, а внаслідок своєї інертності продовжить рух (рис. 41.1, в). І тепер рівнодійна \vec{F} сил, прикладених до кульки, а отже, прискорення \vec{a} , викликане цими силами, будуть напрямлені проти руху кульки ($\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}$) і вона почне сповільнювати швидкість. Досягнувши лівої точки повороту (максимального відхилення вліво від положення рівноваги), кулька на мить зупиниться (рис. 41.1, г), після чого рівнодійна сила знову надасть їй руху, тільки тепер уже у зворотному напрямку. Кулька знову пройде положення рівноваги і, досягнувши правої точки повороту, на мить зупиниться. У наступний момент процес почне повторюватися.

Отже, математичний маятник здійснює вільні колювання — колювання під дією внутрішніх сил системи. Причини, завдяки яким математичний маятник здійснює вільні колювання, ті самі, що й у випадку колювань пружинного маятника: 1) рівнодійна сил, прикладених до тіла, завжди напрямлена до положення рівноваги; 2) тіло, що колюється, є інертним.

3 Як обчислити період колювань математичного маятника

Доведемо, що математичний маятник, спочатку відхилений від положення рівноваги на невеликий кут ($3-5^\circ$), здійснюватиме гармонічні колювання. Для цього доведемо, що рівняння руху такого маятника можна записати у вигляді: $a_x = -\omega^2 x$.

Виконаємо пояснювальний рисунок, на якому зобразимо сили, що діють на тіло в деякий довільний момент часу (рис. 41.2). Вісь OX напрямимо вздовж дотичної до траєкторії руху тіла, тоді вісь OY буде напрямлена вздовж лінії дії сили натягу нитки.

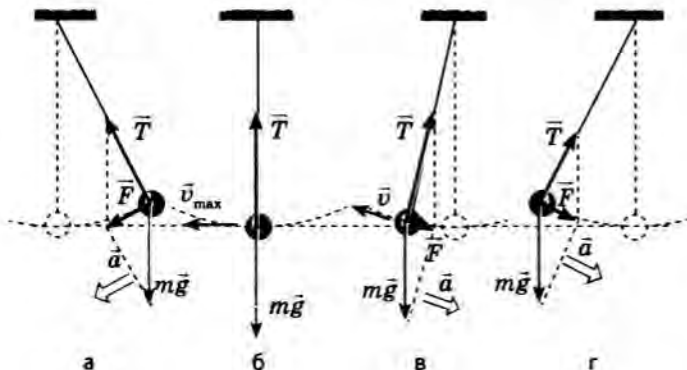


Рис. 41.1. Вільні колювання математичного маятника

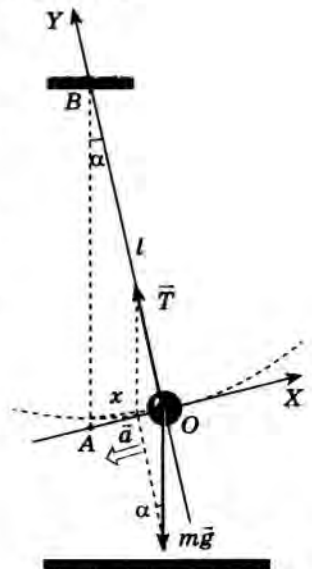


Рис. 41.2. До виведення формули періоду колювань математичного маятника: l — довжина нитки маятника; x — зміщення тіла; α — кут відхилення маятника від положення рівноваги

Запишемо рівняння другого закону Ньютона у векторному вигляді та в проєкціях. Уздовж осі OY тіло не рухається, оскільки нитка нерозтяжна, тому запишемо проєкції тільки на вісь OX :

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}; \quad T_x + (mg)_x = ma_x.$$

Оскільки $T_x = 0$, $(mg)_x = -mg \sin \alpha$, то рівняння проєкцій набуде вигляду: $-mg \sin \alpha = ma_x$, або:

$$a_x = -g \sin \alpha. \quad (1)$$

Значення $\sin \alpha$ знайдемо з прямокутного трикутника AOB : $\sin \alpha = \frac{AO}{AB}$. Оскільки кут відхилення малий, то $AB \approx l$, де l — довжина нитки маятника; $AO \approx x$, де x — зміщення кульки. Таким чином, $\sin \alpha = \frac{x}{l}$. Підставивши цей вираз у формулу (1), одержимо рівняння коливань математичного маятника:

$$a_x = -\frac{g}{l}x. \quad (2)$$

Це рівняння можна записати у вигляді:

$$a_x = -\omega^2 x. \quad (3)$$

Таким чином, доведено, що коливання математичного маятника є гармонічними. Порівнявши праві частини рівнянь (2) і (3), знайдемо циклічну частоту коливань маятника: $\omega^2 = \frac{g}{l}$, звідки $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$.

Оскільки $T = \frac{2\pi}{\omega}$, маємо **формулу періоду коливань математичного маятника**:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Дану формулу вперше одержав у XVII ст. голландський учений **Х. Гюйгенс**, тому її називають **формулою Гюйгенса**.

Період коливань математичного маятника не залежить від його маси, а визначається лише довжиною нитки та прискоренням вільного падіння в тому місці, де розташований цей маятник. Тому, вимірявши довжину нитки та період коливань маятника, можна визначити прискорення вільного падіння в певній місцевості.

Учимися розв'язувати задачі

Задача. У кабінеті фізики здійснюють коливання два маятники, довжини яких відрізняються на 22 см. За деякий проміжок часу один із маятників здійснив 30 коливань, другий — 36 коливань. Визначте довжини маятників.

Дано:

$$l_1 - l_2 = 22 \text{ см} = 0,22 \text{ м}$$

$$N_1 = 30$$

$$N_2 = 36$$

$$t_1 = t_2 = t$$

$$l_1 = ?$$

$$l_2 = ?$$

Аналіз фізичної проблеми. Маятники колюаються в одному кабінеті, отже, прискорення вільного падіння для них однакові. Очевидно, що чим довший маятник, тим менше колювань він здійснить за даний час. Прийmemo, що $l_1 > l_2$, тоді $N_2 > N_1$. *Пошук математичної моделі, розв'язання.* Для розв'язання задачі запишемо формулу періоду колювань для кожного маятника:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}; \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}.$$

Розділивши перше рівняння на друге, маємо:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}}. \quad (1)$$

За означенням періоду: $T_1 = \frac{t}{N_1}$; $T_2 = \frac{t}{N_2}$, де час t колювань одна-

ковий для обох маятників; тоді:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (2)$$

Зрівнявши праві частини рівностей (1) і (2) та підставивши дані задачі, маємо:

$$\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{N_2^2}{N_1^2} = \frac{36^2}{30^2} = 1,44 \Rightarrow l_1 = 1,44l_2.$$

$$\begin{aligned} \text{За умовою задачі } l_1 - l_2 = 0,22 \text{ м} &\Rightarrow 1,44l_2 - l_2 = 0,22 \text{ м} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 0,44l_2 = 0,22 \text{ м} \Rightarrow l_2 = 0,5 \text{ м} = 50 \text{ см}; \quad l_1 = 1,44l_2 = 72 \text{ см}. \end{aligned}$$

Відповідь: довжина першого маятника $l_1 = 72$ см, довжина другого маятника $l_2 = 50$ см.

Підбиваємо підсумки

Математичний маятник — це фізична модель, яка являє собою матеріальну точку, що підвішена на невагомій нерозтяжній нитці та здійснює колювання під дією сили тяжіння. Колювальну систему математичного маятника утворюють нитка, приєднане до неї тіло і Земля.

Вільні колювання математичного маятника мають такі причини: 1) рівнодійна сили тяжіння і сили пружності завжди напрямлена до положення рівноваги; 2) тіло, яке колюється, є інертним.

Період колювань математичного маятника не залежить від його маси та амплітуди колювань і визначається за формулою Гюйгенса:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Контрольні запитання

1. Що таке фізичний маятник? Наведіть приклади.
2. Дайте визначення математичного маятника.
3. Опишіть коливання математичного маятника.
4. Якими є причини коливань математичного маятника?
5. За якою формулою визначають період коливань математичного маятника? Хто вперше вивів цю формулу?
6. Хто першим з'ясував, що період коливань математичного маятника не залежить від амплітуди коливань? Як це було зроблено?

Вправа № 36

1. Визначте прискорення вільного падіння на планеті, де маятник завдовжки 6,00 м має період коливань 3,14 с.
2. Якою є довжина маятника, якщо період його коливань дорівнює 2 с?
3. Чи відбуватимуться коливання математичного маятника в невагомості? Відповідь обґрунтуйте.
4. Один із двох маятників, розташованих у лабораторії, за певний час здійснив на 30 коливань більше, ніж другий. Співвідношення довжин маятників 4 : 9. Скільки коливань здійснив за даний проміжок часу кожний маятник?
- 5*. Яким буде період коливань математичного маятника завдовжки 1 м, якщо його помістити на Марс? Маса Марса в 9,3 разу менша, ніж маса Землі; радіус Марса в 1,9 разу менший, ніж радіус Землі.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

Тема. Виготовлення маятника та визначення періоду його коливань. Визначення прискорення вільного падіння за допомогою маятника.

Мета: виготовити нитяний маятник; переконатися на досліді в правильності формули Гюйгенса; за допомогою виготовленого маятника визначити прискорення вільного падіння.

Обладнання: штатив із муфтою та лапкою, невелика металева кулька (або інше невелике тіло) з петлею, нитка завдовжки 1 м, вимірювальна стрічка, секундомір.

ВКАЗІВКИ ДО РОБОТИ

Підготовка до експерименту

1. Перед тим як виконувати роботу, згадайте відповіді на наведені нижче запитання та розв'яжіть задачу.
 - 1) Які рухи називають коливальними?
 - 2) Які коливання називають гармонічними?
 - 3) За яких умов тіло, підвішене на нитці, можна вважати математичним маятником?
 - 4) За яких умов коливання математичного маятника будуть гармонічними?

Задача. Невелика металева кулька коливається на нитці завдовжки l , здійснюючи N коливань за проміжок часу t . Визначте прискорення вільного падіння у даній місцевості.

2. Проаналізувавши відповідь задачі, визначте, які фізичні величини вам необхідно виміряти для визначення прискорення вільного падіння, які прилади для цього потрібні.

Експеримент

Результати вимірювань відразу заносьте до табл. 1.

1. Установіть штатив на краю столу та за допомогою муфти закріпіть на штативі кільце. Виготовте маятник: один кінець нитки прикріпіть до кульки, а другий кінець — до кільця штатива. Нитка маятника має бути досить довгою, тобто кулька повинна майже торкатися підлоги (див. рисунок).
2. Виміряйте довжину нитки.
3. Відхиліть маятник від положення рівноваги на 5–8 см і відпустіть.
4. Виміряйте проміжок часу, за який маятник здійснює 20–30 коливань.
5. Повторіть дослід ще тричі, щоразу зменшуючи довжину маятника.



Таблиця 1

Номер дослідів	Довжина нитки l , м	Кількість коливань N	Час коливань t , с	Період коливань $T_1 = \frac{t}{N}$, с	Період коливань $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, с	Відносна похибка ϵ , %
----------------	--------------------------	---------------------------	-------------------------	--	---	------------------------------------

Опрацювання результатів експерименту

Частина 1. Визначення періоду коливань маятника.

Перевірка формули Гюйгенса

1. Для кожного дослідів:

- 1) обчисліть період коливань маятника у два способи: скориставшись означенням періоду: $T_1 = \frac{t}{N}$; скориставшись фор-

мулою Гюйгенса: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (врахуйте, що $g = 9,8 \text{ м/с}^2$);

- 2) оцініть відносну похибку експерименту, скориставшись

формулою: $\epsilon = \left| 1 - \frac{T_1}{T_2} \right| \cdot 100\%$.

2. Закінчіть заповнення табл. 1.

*Частина 2. Визначення прискорення вільного падіння
за допомогою маятника*

1. Дані, одержані в результаті вимірювання довжини нитки та розрахунку періоду коливань за формулою $T_1 = \frac{t}{N}$, перенесіть із табл. 1 до табл. 2.
2. Для кожного дослідів обчисліть прискорення вільного падіння: $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$.
3. Визначте середнє значення прискорення вільного падіння, одержане за результатами чотирьох дослідів:
$$g_{\text{ср}} = \frac{g_1 + g_2 + g_3 + g_4}{4}$$
4. Оцініть відносну похибку експерименту, скориставшись формулою: $\epsilon_g = \left| 1 - \frac{g_{\text{ср}}}{g_{\text{табл}}} \right| \cdot 100\%$.
5. Закінчіть заповнення табл. 2.

Таблиця 2

Номер дослідів	Довжина нитки l , м	Період коливань $T_1 = \frac{t}{N}$, с	Прискорення вільного падіння		Відносна похибка ϵ_g , %
			g , м/с ²	$g_{\text{ср}}$, м/с ²	


Аналіз експерименту та його результатів

Проаналізуйте експеримент і його результати. Зробіть висновок, у якому зазначте, які величини ви вимірювали, якими є результати вимірювання, чи залежать значення цих величин від довжини нитки (якщо залежать, то як), у чому причина похибки вимірювань.

Творче завдання

Виготовте маятник, період коливань якого дорівнює 1 с. Експериментально перевірте, чи справді виготовлений вами маятник має заданий період коливань. Опишіть свої дії.

§ 42. ЕНЕРГІЯ КОЛИВАЛЬНОГО РУХУ

 Однією з умов, необхідних для виникнення вільних коливань, є передання системі певної енергії. Яку «долю» має ця енергія, ви довідаєтесь із цього параграфу.

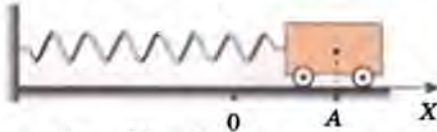
Перетворення енергії під час коливального руху маятників

Розглянемо паралельно коливання пружинного та математичного маятників. Будемо вважати, що тертя в обох коливальних системах відсутнє або настільки мале, що дією сил тертя можна знехтувати. У разі відсутності сил тертя коливальна система є консервативною і для неї виконується закон збереження механічної енергії.

Пружинний маятник

Математичний маятник

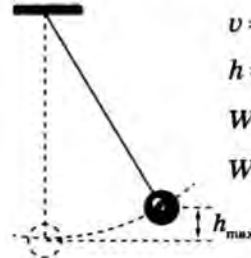
1. Відведемо маятник від положення рівноваги, надавши йому цим певної потенціальної енергії. У перший момент маятник перебуває у стані спокою, тому його кінетична енергія дорівнює нулю. Потенціальна ж енергія максимальна і дорівнює повній енергії маятника: $W = W_{\text{п max}}$.



$$v = 0 \Rightarrow W_{\text{к}} = 0$$

$$x = x_{\text{max}} = A \Rightarrow W_{\text{п}} = \frac{kx_{\text{max}}^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$$

$$W = W_{\text{п max}} = \frac{kA^2}{2}$$



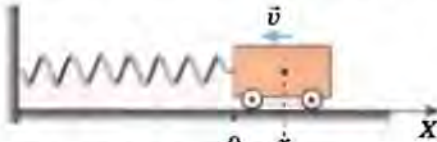
$$v = 0 \Rightarrow W_{\text{к}} = 0$$

$$h = h_{\text{max}} \Rightarrow$$

$$W_{\text{п}} = mgh_{\text{max}}$$

$$W = W_{\text{п max}} = mgh_{\text{max}}$$

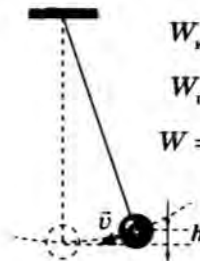
2. Відпустимо маятник. Тіло почне рухатися до положення рівноваги. Його потенціальна енергія почне зменшуватися, а швидкість руху — збільшуватися, отже, зростатиме й кінетична енергія тіла. Повна енергія системи залишається незмінною і дорівнює сумі кінетичної та потенціальної енергій: $W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}}$.



$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}, v \uparrow \Rightarrow W_{\text{к}} \uparrow$$

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}, x \downarrow \Rightarrow W_{\text{п}} \downarrow$$

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

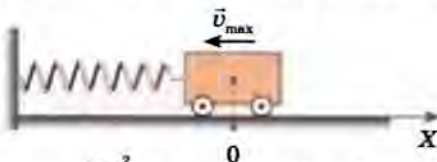


$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}, v \uparrow \Rightarrow W_{\text{к}} \uparrow$$

$$W_{\text{п}} = mgh, h \downarrow \Rightarrow W_{\text{п}} \downarrow$$

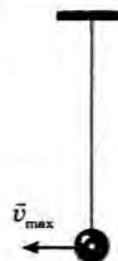
$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \frac{mv^2}{2} + mgh$$

3. У момент проходження маятником положення рівноваги видовження пружини пружинного маятника (висота підняття тіла математичного маятника) дорівнює нулю, отже, потенціальна енергія маятників теж дорівнює нулю. Швидкість руху тіла при цьому максимальна, максимальна і його кінетична енергія. Повна енергія дорівнює максимальній кінетичній енергії: $W = W_{\text{к max}}$.



$$W_{\text{к}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}; x = 0 \Rightarrow W_{\text{п}} = 0$$

$$W = W_{\text{к max}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}$$



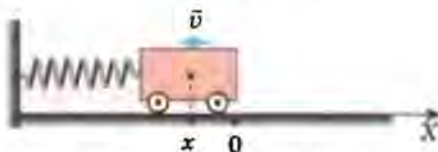
$$W_{\text{к}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2};$$

$$h = 0 \Rightarrow W_{\text{п}} = 0;$$

$$W = W_{\text{к max}} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}$$

Пружинний маятник

4. Під час подальшого руху тіла швидкість руху тіла, а отже, його кінетична енергія почнуть меншати. Потенціальна енергія системи почне збільшуватися. При цьому повна енергія системи залишається незмінною і дорівнює сумі кінетичної і потенціальної енергій маятника: $W = W_k + W_n$.

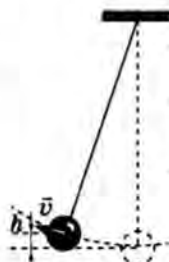


$$W_k = \frac{mv^2}{2}, v \downarrow \Rightarrow W_k \downarrow$$

$$W_n = \frac{kx^2}{2}, |x| \uparrow \Rightarrow W_n \uparrow$$

$$W = W_k + W_n = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

Математичний маятник

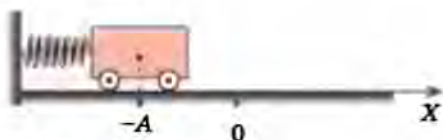


$$W_k = \frac{mv^2}{2}, v \downarrow \Rightarrow W_k \downarrow$$

$$W_n = mgh, h \uparrow \Rightarrow W_n \uparrow$$

$$W = W_k + W_n = \frac{mv^2}{2} + mgh$$

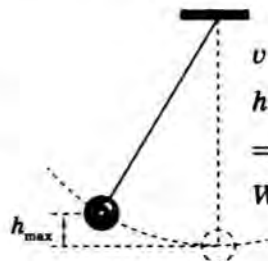
5. У деякий момент часу — коли маятник максимально відхилиться від положення рівноваги — тіло на мить зупиниться і його кінетична енергія дорівнюватиме нулю. Потенціальна енергія маятника знову буде максимальною й дорівнюватиме його повній енергії: $W = W_{n \max}$.



$$v = 0 \Rightarrow W_k = 0$$

$$x = x_{\max} = -A \Rightarrow W_{n \max} = \frac{kx_{\max}^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$$

$$W = W_{n \max} = \frac{kA^2}{2}$$



$$v = 0 \Rightarrow W_k = 0$$

$$h = h_{\max} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{n \max} = mgh_{\max}$$

$$W = W_{n \max} = mgh_{\max}$$

Таким чином, у ході вільних коливань маятника його потенціальна та кінетична енергії постійно змінюються. Потенціальна енергія сягає максимального значення в точках повороту (у моменти найбільшого зміщення маятника), кінетична енергія — у момент проходження тілом положення рівноваги (у момент, коли зміщення дорівнює нулю). Перетворення енергії в коливальних рухах зручно описувати за допомогою графіків, наведених на рис. 36.1, 36.2.


Незатухаючі та затухаючі коливання

Якщо в коливальній системі немає ніяких втрат енергії, то коливання триватимуть як завгодно довго й ніколи не припиняться; їхня амплітуда з часом змінюватися не буде.

Коливання, амплітуда яких із часом не змінюється, називають **незатухаючими** (рис. 42.1, а).

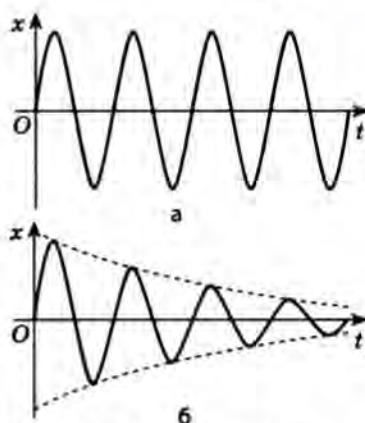


Рис. 42.1. Графіки коливань: а — незатухаючих; б — затухаючих

Однак у будь-якій коливальній системі завжди є втрати механічної енергії. Енергія витрачається на додання сил тертя, опору повітря, на деформацію нитки або пружини маятника в ході коливань. У результаті механічна енергія поступово переходить у внутрішню, тому амплітуда коливань згодом зменшується й через деякий проміжок часу коливання припиняються (затухають).

Коливання, амплітуда яких із часом зменшується, називають **затухаючими** (рис. 42.1, б).

Чим більшого опору зазнає тіло, що коливається, тим швидше затухають коливання. Наприклад, якщо кульку на нитці змусити коливатися у повітрі й у воді, то в повітрі коливання відбуватимуться досить довго, а у воді швидко затухнуть. До речі, на цьому явищі базується робота гідравлічних амортизаторів автомобіля: з кузовом зв'язують поршень, який під час коливань рухається в циліндрі, заповненому рідиною; значний опір рідини приводить до затухання коливань.

3 Учимся розв'язувати задачі

Задача. Рівняння коливань тягара на пружині має вигляд: $x = 0,1 \cos 2\pi t$ (м). Знайдіть повну механічну енергію коливань, найбільшу швидкість руху тягара, кінетичну та потенціальну енергії системи через $\frac{1}{6}$ с після початку відліку часу. Маса тягара — 1 кг. Систему вважайте консервативною.

Дано:

$$x = 0,1 \cos 2\pi t \text{ (м)}$$

$$t = \frac{1}{6} \text{ с}$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$W - ?$$

$$v_{\max} - ?$$

$$W_k - ?$$

$$W_p - ?$$

Аналіз фізичної проблеми. Розв'язання. Оскільки система консервативна, то виконується закон збереження повної механічної енергії:

$$W = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = W_k + W_p.$$

Порівняємо рівняння коливань у загальному вигляді з рівнянням, наведеним у задачі: $x = A \cos \omega t$, $x = 0,1 \cos 2\pi t$. Отримаємо: $A = 0,1$ м; $\omega = 2\pi \text{ с}^{-1}$.

Оскільки $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, то $k = \omega^2 m = 4\pi^2 \cdot 1 \approx 40 \text{ (Н/м)}$;

$$W = W_{p \max} = \frac{kA^2}{2} = \frac{40 \cdot 0,01}{2} = 0,20 \text{ (Дж)};$$

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{kA^2}{m}} = A\sqrt{\frac{k}{m}} = A\omega = 0,1 \cdot 2\pi \approx 0,63 \text{ (м/с)}.$$

Визначивши видовження пружини через $t = \frac{1}{6}$ с, обчислимо потенціальну енергію пружини:

$$x = 0,1 \cos 2\pi t = 0,1 \cos 2\pi \cdot \frac{1}{6} = 0,1 \cos \frac{\pi}{3} = 0,05 \text{ (м)};$$

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{40 \cdot 0,0025}{2} = 0,05 \text{ (Дж)};$$

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}} \Rightarrow W_{\text{к}} = W - W_{\text{п}} = 0,20 - 0,05 = 0,15 \text{ (Дж)}.$$

Відповідь: повна механічна енергія коливань $W = 0,20$ Дж; найбільша швидкість руху тягаря $v_{\max} = 0,63$ м/с; кінетична енергія тягаря $W_{\text{к}} = 0,15$ Дж; потенціальна енергія пружини $W_{\text{п}} = 0,05$ Дж.



Підбиваємо підсумки

У процесі вільних коливань маятника його потенціальна та кінетична енергії постійно змінюються. Потенціальна енергія є максимальною в точках повороту й дорівнює нулю в момент проходження маятником положення рівноваги. Кінетична енергія в точках повороту дорівнює нулю й сягає максимального значення в момент проходження маятником положення рівноваги.

Якщо в коливальній системі відсутнє тертя, то повна механічна енергія системи залишається незмінною, амплітуда коливань із часом теж не буде змінюватися. Такі коливання називають незатухаючими.

Повна енергія незатухаючих коливань обчислюється за формулами:

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad \text{— для пружинного маятника};$$

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \frac{mv^2}{2} + mgh = mgh_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} \quad \text{— для математичного маятника}.$$

У будь-якій реальній коливальній системі частина енергії витрачається на подолання сил тертя, у результаті повна механічна енергія системи зменшується, поступово меншає й амплітуда коливань. Такі коливання називають затухаючими.



Контрольні запитання

1. Які перетворення енергії відбуваються під час коливань пружинного маятника? математичного маятника?
2. У якому положенні потенціальна енергія маятника сягає максимального значення? мінімального значення? Що можна сказати про його кінетичну енергію в ці моменти?
3. Чому в разі відсутності в системі тертя коливання будуть незатухаючими? Дайте визначення незатухаючих коливань.
4. Чому за наявності тертя амплітуда вільних коливань поступово зменшується? Як називають такі коливання?



Вправа № 37

1. На яку максимальну висоту відхиляється математичний маятник, якщо в момент проходження ним положення рівноваги швидкість його руху дорівнює 2 м/с?

2. Тіло масою 200 г коливається на пружині жорсткістю 40 Н/м з амплітудою коливань 5 см. Визначте швидкість руху тіла в той момент, коли його зміщення дорівнює 1 см. Обчисліть повну механічну енергію системи та найбільшу швидкість руху тіла.
3. Рівняння коливань пружинного маятника масою 5 кг має вигляд: $x = 0,2 \cos 10\pi t$ (м). Визначте, якими будуть через 0,025 с повна механічна енергія коливань, кінетична та потенціальна енергії маятника. Обчисліть найбільшу швидкість руху тягаря.
- 4*. Тягар, підвішений на пружині жорсткістю 100 Н/м, коливається з амплітудою 2 см. Обчисліть кінетичну та потенціальну енергії тягара у фазі $\frac{\pi}{3}$ рад.

§ 43. ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ. РЕЗОНАНС

1750 р. біля міста Анжера (Франція) через ланцюговий міст завдовжки 102 м йшов у ногу загін солдатів. У результаті розмаху коливань мосту збільшився настільки, що його ланцюги обірвалися і міст упав у річку; загинуло 226 людей. У 1906 р. з аналогічної причини зруйнувався так званий Єгипетський міст у Петербурзі — по ньому проходив кавалерійський ескадрон. Ці події — класичні приклади виявлення резонансу в коливальних системах. Про те, що таке резонанс, коли його прояви корисні, а коли шкідливі, йтиметься в цьому параграфі.

1 Чому для підтримування коливань системи потрібно постачати енергію

Якщо коливальну систему вивести з положення рівноваги, то в ній виникнуть вільні коливання, частота яких не залежить від амплітуди. *Частота вільних коливань називається власною частотою коливань системи.* Через втрати енергії вільні коливання завжди будуть затухаючими. Щоб коливання не затухали, необхідно, щоб у коливальну систему періодично надходила енергія ззовні.

Наведемо приклад. Кожен із вас гойдався на гойдалці. Коли ви були маленькими, вас розгойдували дорослі, пізніше ви навчилися розгойдуватися самі. Що означає «розгойдуватися» або «розгойдувати»? Розгойдуючись на гойдалці (а гойдалка — це фізичний маятник), ви за рахунок роботи м'язів періодично передаєте коливальній системі «гойдалка» енергію.

Якщо енергії, яка надходить до системи, недостатньо, щоб відновити втрати на тертя, то амплітуда коливань гойдалки зменшуватиметься доти, доки коливання усталяться. *Під час усталених коливань втрати енергії системи дорівнюють енергії, яка надходить у систему* (у даному випадку — в результаті роботи ваших м'язів).

Якщо ж енергії надходить більше, ніж витрачається на тертя, то амплітуда коливань буде збільшуватись. Однак зі збільшенням амплітуди будуть збільшуватись і втрати енергії, тому через деякий час коливання знов усталяться — гойдалка знову буде коливатися зі сталою амплітудою, тільки більшою, ніж за слабкого розгойдування.

Ви можете розгойдувати гойдалку й так: стати на землю, узятися за гойдалку руками й рухати її вперед-назад із частотою, що не дорівнює власній частоті коливань гойдалки. Гойдалка буде

коливатися, здійснюючи *вимушені коливання*, частота яких дорівнює частоті зміни змушуючої сили (сили пружності з боку ваших рук), проте навряд чи вам вистачить зусиль, щоб домогтися досить великої амплітуди коливань.

2 У чому причина виникнення резонансу

Розгойдувати гойдалку, рухаючи її вперед-назад із довільною частотою ви будете, скоріш за все, хіба що заради фізичного експерименту, адже ваш життєвий досвід підказує: потрібно діяти *в такт* із власними коливаннями гойдалки. Амплітуда коливань швидко збільшиться, якщо частота зовнішньої змінної сили співпадає з частотою вільних коливань гойдалки.

Явище різкого збільшення амплітуди вимушених коливань, якщо частота зовнішньої сили, що періодично змінюється, збігається із власною частотою коливань системи, називають **резонансом**.

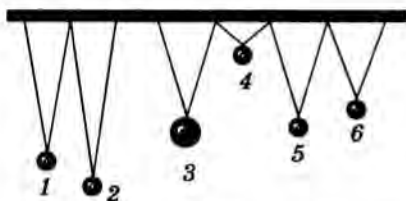


Рис. 43.1. Дослід із вивчення явища резонансу

Для спостереження явища резонансу проведемо дослід. Підвісимо на тонку рейку п'ять легких кульок і одну важку (рис. 43.1). Зверніть увагу, що кулька 3 (найважча) і кулька 5 підвішені на нитках однакової довжини, а решта кульок — на нитках різної довжини. Виведемо важку кульку з положення рівноваги — вона почне коливатися. Коливання маятника передадуться рейці, і вона почне здійснювати вимушені коливання, частота яких дорівнюватиме частоті вільних коливань важкого маятника.

У результаті рейка діятиме на інші маятники з деякою силою, що періодично змінюється, і ці маятники також розпочнуть коливальний рух. При цьому амплітуда коливань маятників буде різною. Найсильніше розгойдається маятник 5, довжина якого (а отже, і власна частота коливань) дорівнює довжині важкого маятника.

З'ясуємо причини такої поведінки маятників.

Річ у тім, що коли частота змінення зовнішньої сили не збігається з власною частотою коливань системи ($\nu \neq \nu_0$), зовнішня сила то «підштовхує» кульку (виконує додатну роботу), то заважає рухові кульки (виконує від'ємну роботу). У результаті робота зовнішньої сили є незначною, тому мала й амплітуда усталених коливань.

Якщо частота зміни зовнішньої сили збігається з власною частотою коливань системи ($\nu = \nu_0$), то протягом усього часу коливань напрямок зовнішньої сили збігається з напрямком руху кульки, тому робота, яку виконує зовнішня сила, весь час додатна. Енергія системи швидко збільшується — різко зростає й амплітуда коливань.

Явище резонансу зручно описувати за допомогою графіків.

Графік залежності амплітуди вимушених коливань від частоти зміни зовнішньої сили називають **резонансною кривою**.

На рис. 43.2 подано резонансні криві за різних сил тертя. Аналізуючи графіки, можна зробити висновки: 1) найбільша амплітуда коливань під дією зовнішньої сили досягається тоді, коли частота зовнішньої змінної сили збігається з власною частотою коливань системи ($\nu = \nu_0$); 2) чим більша в системі сила тертя, тим меншим є пік резонансної кривої, тобто тим слабше виражений резонанс.

Як боротися з проявами резонансу і де застосовують резонанс

Практично всі фізичні об'єкти здатні здійснювати вільні коливання. Зовнішні періодичні впливи на такі об'єкти можуть спричинити явище резонансу й призвести до руйнувань. На початку параграфу вже йшлося про випадки з руйнуванням мостів. Також відомі випадки руйнування літаків, коли амплітуда коливань крил літака різко збільшувалась під дією турбулентних потоків повітря. Під час руху потяга частота ударів коліс на стиках рейок іноді збігається з частотою вільних коливань вагона на ресорах, тоді вагон починає сильно розгойдуватися і виникає небезпека аварії.

Як боротися зі шкідливими проявами резонансу? Аналізуючи графіки на рис. 43.2, можна запропонувати збільшити силу тертя, однак це призведе до небажаних втрат енергії. Тому частіше застосовують інші способи: змінюють власну частоту коливань системи або частоту зовнішньої змінної сили. Наприклад, щоб вирішити описану проблему з літаками, просто зробили важчими їх крила — частота власних коливань крила змінилась і припинила співпадати із частотою коливань зовнішньої сили. Для потягів розраховують небажану швидкість руху, по мосту забороняється ходити стройовим кроком, під час спорудження будинків ураховують частоту коливань земної кори в разі землетрусу і т. д.

Явище резонансу може приносити й користь: наприклад, завдяки резонансу легко розгойдати гойдалку або виштовхнути застряглий автомобіль. Резонанс використовують у роботі вібротришків у гірничодобувній промисловості, застосовують в акустиці, медицині, для приймання та передавання радіосигналів і т. д. Вивчаючи фізику, ви ще не раз зустрінетесь із застосуванням резонансу.

Підбиваємо підсумки

Коливання тіла, які відбуваються під дією зовнішньої сили, що періодично змінюється, називають вимушеними. Частота вимушених коливань збігається з частотою зовнішньої змінної сили; амплітуда вимушених коливань визначається значенням зовнішньої сили.

Явище різкого збільшення амплітуди вимушених коливань, якщо частота зовнішньої сили, що періодично змінюється, збігається із власною частотою коливань системи, називають резонансом.

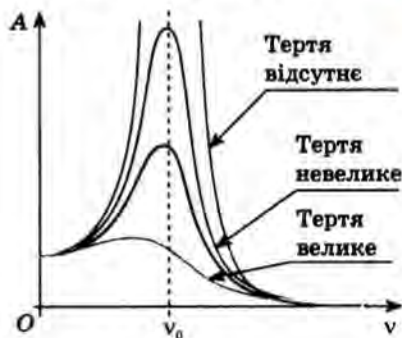


Рис. 43.2. Графіки залежності амплітуди A коливань від частоти ν зовнішньої сили, яка періодично змінюється, за різних сил тертя; ν_0 — власна частота коливань системи. Зверніть увагу: якщо тертя в системі велике, то резонанс настає за меншої частоти, ніж власна частота коливань системи

Графік залежності амплітуди вимушених коливань від частоти зовнішньої змінної сили називають резонансною кривою. Чим більша в системі сила тертя, тим меншим є пік резонансної кривої, тобто тим слабше виражений резонанс.



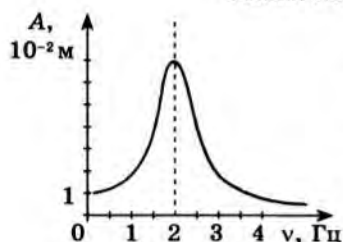
Контрольні запитання

1. Які коливання називають вимушеними? 2. Чим визначається частота вимушених коливань? 3. Від чого залежить амплітуда вимушених коливань? 4. Дайте визначення резонансу. Наведіть приклади його прояву. 5. Що таке резонансна крива? Які висновки можна зробити внаслідок її аналізу? 6. Як боротися з небажаними проявами резонансу? Де застосовують резонанс?



Вправа № 38

- Чому, коли повз будинок проходить транспорт, шибки іноді дзеленчать?
- Якщо нести відро з водою, то на деякій швидкості руху вода починає вихлюпуватися. Що потрібно зробити, щоб припинити це?
- До кінця пружини маятника, тягар якого має масу 0,5 кг, прикладено змінну силу, що змінюється з частотою 10 Гц. Чи виникне резонанс, якщо жорсткість пружини дорівнює 200 Н/м?
- На якій мінімальній швидкості руху потяга виникне резонанс, якщо довжина залізничної рейки дорівнює 25 м, а період власних коливань потяга — 1,25 с?



5. На рисунку подано резонансну криву пружинного маятника. Визначте жорсткість пружини, якщо маса тягаря маятника — 1 кг.

6*. У вагоні потяга на нитці завдовжки 40 см підвішено невеликий тягар. Якою є швидкість руху потяга в той момент, коли тягар починає розгойдуватись особливо інтенсивно? Довжина залізничної рейки дорівнює 25 м.



В. Т. Трощенко

ФІЗИКА ТА ТЕХНІКА В УКРАЇНІ

Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренка НАН України (Київ)

Інститут створений у 1966 р., його засновником і першим директором був академік Г. С. Писаренко. Зараз Інститут очолює академік Валерій Трохимович Трошенко (див. фото) — заслужений діяч науки й техніки України, лауреат Державних премій СРСР і України (1982, 1969, 1997).

Основні напрямки наукової діяльності Інституту — механіка руйнування й живучість конструкцій, коливання неконсервативних механічних систем — принесли установі світове визнання. Щоб дати уявлення про ці напрямки, нагадаємо одну із задач будівельної механіки: якими мають бути завтовшки стіни різних будівель, щоб витримати навантаження не тільки в нормальних умовах, але й у разі 6-бального (за шкалою Ріхтера) землетрусу (в Україні це актуально для спорудження будівель у Криму).

Учені Інституту здійснили вагомий внесок у розвиток теоретичних і експериментальних досліджень із встановлення критеріїв міцності та методів підвищення несної здатності матеріалів і елементів технічних конструкцій.

В Інституті розроблено методи й алгоритми чисельного моделювання зміни з часом механічних напруг, що виникають в елементах обладнання АЕС; уперше в Україні розроблено галузевий нормативний документ із методики оцінки міцності та ресурсу корпусів реакторів у процесі експлуатації.

§ 44. АВТОКОЛИВАННЯ

Можливо, у когось із вас удома є годинник, який називають «ходи́ки». Маятник такого годинника постійно здійснює коливання. Ці коливання не можна назвати вільними, хоча їхня частота й дорівнює власній частоті коливань маятника: вільні коливання завжди затухають, а амплітуда коливань маятника годинника не змінюється протягом тривалого часу. Ці коливання не можна назвати й вимушеними, бо немає дії зовнішньої сили, яка періодично змінюється. Таким чином, коливання маятника годинника — це ще один вид коливань. Саме з ним ви познайомитеся у цьому параграфі.

1 Якими є особливості автоколивань

Вимушені коливання — це незатухаючі коливання, які існують за рахунок підведення енергії від зовнішнього джерела силою, що діє періодично. Є системи, в яких незатухаючі коливання існують не за рахунок періодичного зовнішнього впливу, а в результаті здатності таких систем самим регулювати надходження енергії від постійного джерела. Такі системи називають *автоколивальними*, а процес незатухаючих коливань у таких системах — *автоколиваннями*.

Незатухаючі коливання, які можуть існувати в системі за рахунок надходження енергії від постійного джерела, що регулюється самою системою, називають **автоколиваннями**.

Для наочності розглянемо приклад магнітомеханічної автоколивальної системи (рис. 44.1). Ця система складається з вертикального пружинного маятника 1, чаші з електролітом 2, підвідних проводів 3 і джерела струму 4. Тягарем у маятнику слугує важкий сталевий цвях; пружина виготовлена з матеріалу, який проводить електричний струм.

З'ясуємо, як працює така система. Якщо вивести маятник із положення рівноваги, він почне коливатись. У нижній точці коливань вістря цвяха на мить торкається електроліту й замикає електричне коло — по пружині йде струм (рис. 44.1, а).

Оскільки в сусідніх витках пружини струм іде в одному напрямку, то витки притягаються один до одного — пружина різко стискається, і цвях, одержавши додаткову кінетичну енергію, виходить з електроліту — коло розмикається (рис. 44.1, б). У момент наступного торкання цвяхом електроліту коло знову замикається і цвях знов одержує енергію. Коливання такого маятника триватимуть, поки працює джерело струму.

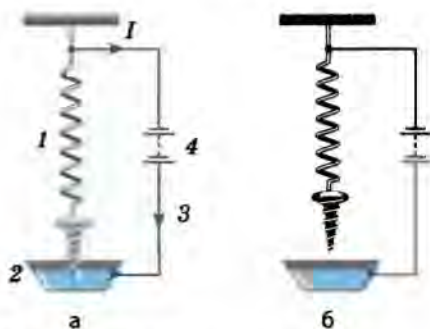


Рис. 44.1. Магнітомеханічна автоколивальна система: 1 — пружинний маятник (коливальна система); пристрій, що регулює надходження енергії від джерела струму: 2 — електроліт, 3 — підвідні проводи; 4 — джерело струму (джерело енергії)



Рис. 44.2. Схема взаємодії основних елементів автоколивальної системи

Практично в будь-якій автоколивальній системі можна виділити три характерні елементи (рис. 44.2): коливальну систему, в якій можуть відбуватися вільні коливання (у нашому прикладі це пружинний маятник); джерело енергії (у нашому випадку це джерело струму); пристрій зворотного зв'язку, що регулює надходження енергії від джерела (у нашому випадку це підвідні проводи та електроліт, які один раз на період забезпечують замикання кола).

Отже, виділимо основні особливості автоколивань.

1. Автоколивання — це незатухаючі коливання.
2. На відміну від вимушених коливань частота автоколивань дорівнює частоті вільних коливань коливальної системи й не залежить від джерела енергії.
3. На відміну від вільних коливань, амплітуда яких залежить від енергії, переданій системі перед початком коливань, амплітуда автоколивань устанавлюється самою системою. Справді, якщо в розглянутому випадку пружинний маятник одержить більше енергії, ніж буде втрачено на тертя, то амплітуда коливань збільшиться, у результаті чого цвях торкнеться електроліту і відразу, раніше ніж припинить свій рух униз, «зробить ривок» угору.

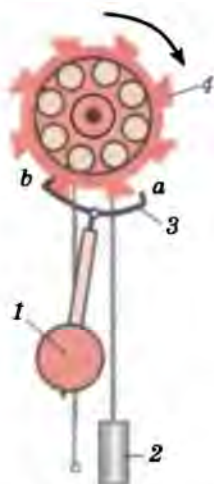


Рис. 44.3. Анкерний механізм маятникового годинника: 1 — маятник; 2 — гиря; 3 — анкер із двома пластинками з твердого матеріалу, вигнутими по дузі кола (палети *a* і *b*); 4 — ходове (зубчасте) колесо

2 Механічні автоколивальні системи

Прикладом механічної автоколивальної системи може бути годинниковий механізм із анкерним ходом (рис. 44.3). Коливальною системою в годинниковому механізмі слугує маятник 1, джерелом енергії — піднята гиря 2. Пристроєм, за допомогою якого здійснюється зворотний зв'язок, є анкер 3, що дозволяє ходовому колесу 4 повернутися на один зубець за половину періоду.

Незатухаючі коливання в цій автоколивальній системі відбуваються так. Під дією сили тяжіння гиря рухається вниз і повертає ходове колесо за ходом годинникової стрілки, при цьому потенціальна енергія гирі перетворюється на енергію обертання ходового колеса. Маятник у цей час здійснює вільні коливання.

Коли маятник наближається до крайнього лівого положення (це положення зазначене на рисунку), палет *b* чіпляється за зубець

ходового колеса. При цьому ходове колесо зупиняється, а маятник одержує поштовх уліво, набуваючи деякої додаткової енергії. Під час подальшого руху маятника палет b зісковзує із зубця і ходове колесо починає повертатися. У момент відхилення маятника в крайнє праве положення анкер палетом a впирається в інший зубець ходового колеса — маятник знов одержує поштовх уліво. Таким чином, двічі за період маятник одержує енергію, при цьому сам регулює надходження цієї енергії від джерела.

Механічні автоколивальні системи поширені в нашому житті та в техніці. На автоколиваннях базуються робота двигунів внутрішнього згоряння й електричних дзвінків, звучання багатьох музичних інструментів, дія регулярних гейзерів, голоси людей і тварин. Серце й легені живих істот теж можна віднести до автоколивальних систем.

Підбиваємо підсумки

Незатухаючі коливання, які можуть існувати в системі за рахунок надходження енергії від постійного джерела, що регулюється самою системою, називають автоколиваннями.

У будь-якій автоколивальній системі можна виділити три характерні елементи: коливальну систему; джерело енергії; пристрій зворотного зв'язку між коливальною системою і джерелом, за допомогою якого система регулює надходження енергії від джерела.

На відміну від вільних коливань автоколивання не затухають поступово, а їхня амплітуда не залежить від енергії, переданої коливальній системі перед початком коливань. Автоколивання відрізняються й від вимушених коливань: на відміну від них, амплітуда та період автоколивань визначаються не зовнішньою силою, яка періодично змінюється, а властивостями самої системи.

Контрольні запитання

1. Яку систему називають автоколивальною? 2. Назвіть три характерні елементи будь-якої автоколивальної системи. 3. Наведіть приклади автоколивальних систем і розкажіть про принцип їхньої дії. 4. У чому подібність вільних коливань і автоколивань? Чим вони відрізняються? 5. Чим автоколивання відрізняються від вимушених коливань? Що є між ними спільного?

§ 45. МЕХАНІЧНІ ХВИЛІ

Механічні коливання надзвичайно поширені в природі та техніці. Коливається поршень у двигуні автомобіля, а разом із ним коливається (вібрує) сам двигун, коливаються земна кора під час землетрусу, повітря в духових музичних інструментах, поверхня води від кинутого у воду каменя і т. д. Якщо, виникнувши в одному місці, коливання поширюються в сусідні ділянки простору, то говорять про хвильовий рух — хвилі. Про те, що таке механічна хвиля і які особливості має хвильовий рух, ви дізнаєтесь із цього параграфа.

Яким є механізм поширення механічної хвилі

Поширення в просторі коливань речовини або поля називають **хвилею**.

За фізичною природою розрізняють *електромагнітні хвилі* (наприклад, радіохвилі, світло, γ -випромінювання) і *механічні хвилі*. Механічні хвилі бувають двох видів: *пружні хвилі* (наприклад, звукові та сейсмічні) і *хвилі на поверхні рідини*. Ми зупинимося на вивченні тільки *пружних механічних хвиль*.

Пружною механічною хвилею називають поширення коливань у пружному середовищі.

Середовище називають *пружним*, якщо між його частинками існують сили взаємодії, що перешкоджають деформації цього середовища.



Рис. 45.1. Поширення хвилі по пружному шнуру

Наприклад, якщо взяти довгий гумовий шнур, один кінець якого закріпити, а другому кінцю надати коливального руху, то ці коливання поступово передадуться іншим частинам шнура — по шнуру побіжить хвиля (рис. 45.1).

Розглянемо процес поширення такої хвилі на моделі: подамо гумовий шнур у вигляді системи однакових кульок (кульки моделюють частинки гуми), з'єднаних пружними невагомими пружинами (пружины моделюють пружну взаємодію частинок) (рис. 45.2, а).

Якщо відхилити кульку 1 (кінець шнура) від положення рівноваги, то пружина розтягнеться і на кульку 2 почне діяти сила пружності, у результаті чого кулька 2 теж почне рух. Оскільки кулька інертна, то її рух почнеться не відразу, а через певний проміжок часу. Рух кульки 2 викличе рух кульки 3 (рис. 45.2, б).

Якщо надати кульці 1 коливального руху, то кулька 2 теж почне коливатись, але з деяким запізненням; коливання кульки 2 спричинять коливання кульки 3, далі кульки 4 і т. д. (рис. 45.2, в–д). Зрештою всі кульки почнуть рух і будуть коливатися з тією самою частотою, що й кулька 1, однак їхні коливання відрізнятимуться фазою (рис. 45.2, е).

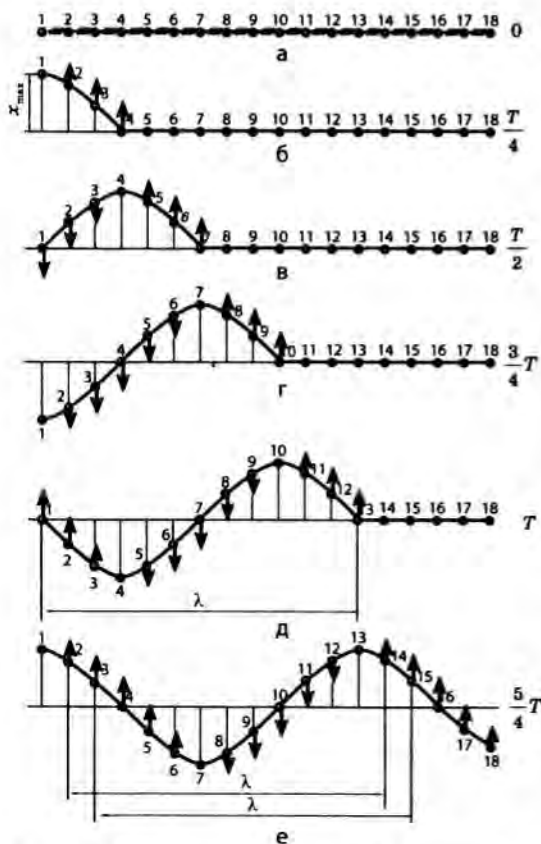


Рис. 45.2. Механізм поширення поперечної хвилі (λ — довжина хвилі)

У загальному вигляді механізм поширення пружної хвилі є таким. Тіло, що коливається в пружному середовищі, — *джерело хвилі* — діє на прилеглі до нього частинки середовища і спонукає їх робити вимушені коливання. При цьому відстані між частинками, які коливаються, і сусідніми частинками то збільшуються, то зменшуються. У результаті виникають сили пружності, які зближують частинки середовища, якщо вони віддаляються одна від одної, і навпаки — розштовхують ці частинки, якщо вони зближуються. Поступово всі частинки, одна за одною, долучаються до коливального руху — у середовищі поширюється хвиля.

2 Які особливості має хвильовий рух

Повернемося до моделі пружного шнура (див. рис. 45.2) і виділимо деякі *особливості хвильового руху*.

1. Будь-які хвилі мають свій початок від *джерела коливань*; коливання частинок у процесі поширення хвилі є *вимушеними*, їхня частота *дорівнює частоті коливань джерела*.

2. *Хвиля поширюється в просторі не миттєво, а з певною швидкістю*. Після того як одній частинці було надано коливального руху, інші частинки починають коливатися не відразу, а через деякий час.

3. Хвильовий рух не супроводжується перенесенням речовини — частинки середовища тільки коливаються біля деякого положення рівноваги. У будь-якій механічній хвилі *одночасно існують два види руху*: *коливання частинок середовища та поширення коливань*. Оскільки частинки середовища можуть здійснювати вимушені коливання тільки тоді, коли їм передається енергія, то під час хвильового руху *відбувається перенесення енергії без перенесення речовини*.

1 Поперечні та поздовжні хвилі

Зверніть увагу на поширення хвилі в пружному шнурі: хвиля поширюється вздовж шнура, а окремі частинки шнура коливаються перпендикулярно до поширення хвилі (див. рис. 45.1, 45.3).

Хвиля, у якій частинки середовища коливаються перпендикулярно до напрямку поширення хвилі, називається **поперечною**.

У поперечній хвилі деформації являють собою зсуви одних шарів середовища відносно інших (рис. 45.3, б). Деформація зсуву спричиняє появу сил пружності тільки у твердих тілах, тому поперечні хвилі можуть поширюватися тільки у твердих тілах.

Розглянемо інший приклад поширення хвилі. Візьмемо довгу м'яку пружину і закріпимо її один кінець.

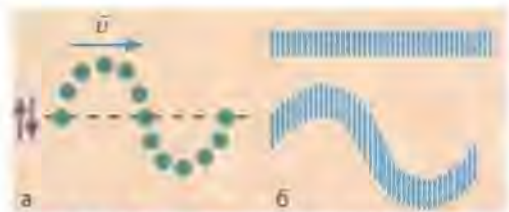


Рис. 45.3. У поперечній хвилі частинки коливаються перпендикулярно до напрямку поширення хвилі (а); коливання частинок супроводжуються деформацією зсуву (б)



Рис. 45.4. Поширення хвилі в м'якій пружині



Рис. 45.5. У поздовжній хвилі частинки коливаються вздовж напрямку поширення хвилі (а); коливання частинок супроводжуються деформаціями розтягнення та стискання (б)

По другому кінцю пружини здійснимо серію послідовних ударів і побачимо, що коливання витків пружини передаватимуться вздовж шнура — по пружині поширюватиметься хвиля (рис. 45.4). Однак у цьому випадку окремі витки пружини коливатимуться вздовж напрямку поширення хвилі, а не перпендикулярно до нього.

Хвиля, у якій частинки коливаються вздовж напрямку поширення хвилі, називається **поздовжньою**.

У поздовжній хвилі деформації являють собою стискання або розтягнення одних шарів середовища відносно інших (рис. 45.5). Але деформація стиску завжди (у будь-якому середовищі) супроводжується виникненням сил пружності. Тому поздовжні хвилі можуть поширюватися у всіх середовищах (рідких, твердих, газоподібних).

Зазначимо, що хвилі на поверхні рідини не є ні поздовжніми, ні поперечними. Вони мають складний поздовжньо-поперечний характер, при цьому частинки рідини рухаються по еліпсах. У цьому легко переконатися, якщо поспостерігати переміщення на воді кинутої в річку легкої тріски.

4 Як визначити довжину хвилі

Повернемося до рис. 45.2. Нехай кулька 1 здійснила одне повне коливання, тобто час її руху дорівнює одному періоду ($t = T$) (рис. 45.2, д). За цей час хвиля поширилася до кульки 13. Неважко помітити, що надалі кульки 1 і 13 коливатимуться абсолютно однаково — синхронно, в однаковій фазі. Очевидно, що однаково коливатимуться також кульки 2 і 14, 3 і 15 і т. д. (рис. 45.2, е).

Довжина хвилі — це відстань між двома найближчими точками, які коливаються в однаковій фазі.

Довжину хвилі позначають символом λ і вимірюють у метрах (м).

Зверніть увагу: за час одного повного коливання (час, який дорівнює одному періоду коливань) хвиля поширилася на відстань, що дорівнює довжині цієї хвилі. Отже, можна дати **ще одне означення довжини хвилі**:

Довжина хвилі — це відстань, на яку поширюється хвиля за час, що дорівнює періоду коливань.

Оскільки швидкість поширення хвилі для даного середовища — величина постійна, її можна обчислити за формулою: $v = \frac{s}{t}$.

Якщо час дорівнює періоду коливань ($t = T$), то відстань, на яку пошириться хвиля, дорівнює довжині хвилі ($s = \lambda$), тому швидкість поширення хвилі пов'язана з довжиною хвилі співвідношенням: $v = \frac{\lambda}{T}$.

Згадаємо, що $\frac{1}{T} = \nu$, де ν — частота коливань частинки у хвилі, і запишемо **формулу хвилі**:

$$v = \lambda \nu$$

Зверніть увагу: швидкість поширення хвилі в основному визначається пружними властивостями середовища, в якому хвиля поширюється, тому, якщо хвиля (наприклад, звукова) переходить з одного середовища в інше, то швидкість її поширення змінюється. Частота коливань частинок у хвилі визначається частотою коливань джерела хвилі, тому залишиться незмінною. Отже, відповідно до формули хвилі в разі переходу хвилі з одного середовища в інше довжина хвилі змінюється.

5 Два роди періодичності хвилі

Формула $v = \frac{\lambda}{T}$ пов'язує два роди періодичності хвилі, тому що *хвиля періодична в часі та в просторі*. Що це означає?

Розглянувши рух будь-якої частинки середовища, де поширюється хвиля, можна зазначити, що ця частинка здійснює періодичні коливання в часі. Через певний проміжок часу T коливання частинки повністю повторюються (рис. 45.6). Період T характеризує періодичність хвилі в часі.

Якщо зафіксувати даний момент часу, то через відстань, яка дорівнює довжині λ хвилі, форма хвилі повториться (рис. 45.7). Частинки, розташовані на відстані, яка дорівнює довжині хвилі, коливаються однаково. Тому довжина хвилі характеризує періодичність хвилі в просторі.

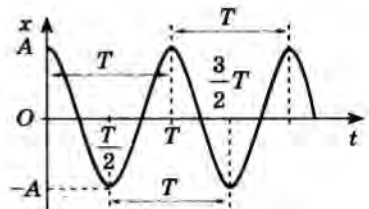


Рис. 45.6. Через час, який дорівнює періоду T , коливання частинки повторюються

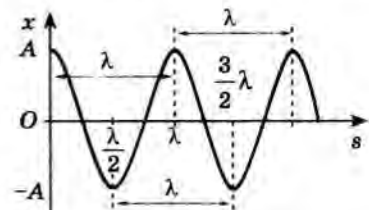


Рис. 45.7. Через відстань, яка дорівнює довжині λ хвилі, форма хвилі повторюється

6 Учимся розв'язувати задачі

Задача. На рис. 1 подано графік поперечної хвилі, що поширюється вправо. У якому напрямку в даний момент часу рухаються частинки A , B і C хвилі?

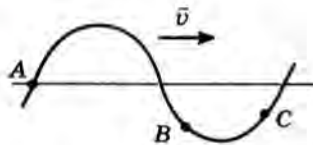


Рис. 1

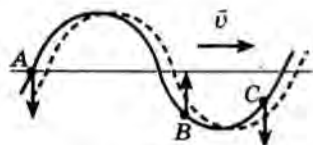


Рис. 2

Розв'язання. Нехай через певний невеликий проміжок часу Δt хвиля змістилася на відстань Δs . Оскільки хвиля зміщується вправо, а форма хвилі з часом не змінюється, то її графік через цей проміжок набуде вигляду, показаного на рис. 2 пунктирною лінією. Хвиля поперечна, тому її частинки рухаються перпендикулярно до напрямку поширення хвилі.

З рисунка бачимо, що частинка A в наступний момент часу виявиться нижче від свого початкового положення, отже, швидкість її руху в момент початку спостереження напрямлена вниз; частинка B переміститься вище, отже, швидкість її руху напрямлена вгору; швидкість руху частинки C напрямлена вниз.

Відповідь: частинки A і C рухаються вниз, частинка B — вгору.

Підбиваємо підсумки

Поширення в просторі коливань речовини або поля називають хвилею. Пружною хвилею називають поширення коливань у пружному середовищі.

Хвиля поширюється в просторі не миттєво, а з певною швидкістю. Під час поширення хвилі відбувається перенесення енергії без перенесення речовини.

Хвиля, в якій частинки середовища коливаються перпендикулярно до напрямку поширення хвилі, називається поперечною. Хвиля, в якій частинки коливаються вздовж напрямку поширення хвилі, називається поздовжньою.

Хвиля періодична в часі та просторі. Періодичність хвилі в часі характеризується періодом коливань кожної окремої точки хвилі. Періодичність хвилі у просторі характеризується довжиною хвилі.

Довжина хвилі — це відстань між двома найближчими точками, які коливаються в однаковій фазі; це відстань, на яку поширюється хвиля за час, що дорівнює періоду. Довжина λ хвилі і частота ν коливань частинок середовища, в якому поширюється ця хвиля, пов'язані формулою хвилі $v = \lambda \nu$, де v — швидкість поширення хвилі.

Контрольні запитання

1. Що таке хвиля? 2. Які хвилі називають пружними? 3. Опишіть механізм утворення хвилі. 4. Назвіть основні особливості хвильового руху. 5. Які хвилі називають поздовжніми? поперечними? У яких середовищах вони поширюються? 6. Що таке довжина хвилі? Від чого вона залежить? 7. Що означає вираз «хвиля періодична в часі та просторі»?

Вправа № 39

1. У результаті вибуху, зробленого геологами, у земній корі поширилася хвиля зі швидкістю 4,5 км/с. Відбита від глибоких шарів Землі, ця хвиля була зафіксована на поверхні Землі через 20 с після вибуху. На якій глибині залягає порода, густина якої різко відрізняється від густини земної кори?

2. В океані довжина хвилі сягає 270 м, а її період 13,5 с. Визначте швидкість поширення такої хвилі.
3. Людина, стоячи на березі моря, визначила, що відстань між сусідніми гребенями хвиль, які йдуть одна за одною, дорівнює 15 м. Крім того, вона підрахувала, що за 75 с повз неї пройшло 16 хвильових гребенів, рахуючи з першого. Визначте швидкість поширення хвиль.
4. На рис. 1 дано графіки поперечних хвиль і показано напрямки їхнього поширення. У якому напрямку зміщуються частинки хвиль, зазначені на рисунку?
5. На рис. 2 дано графіки поперечних хвиль і показано напрямки коливань однієї з їхніх частинок. У якому напрямку поширюються хвилі?
- 6*. За графіком коливань джерела хвилі (графік залежності $x(t)$) (рис. 3) побудуйте графік хвилі, яка йде від нього (графік залежності $x(s)$). Швидкість поширення хвилі 20 м/с.

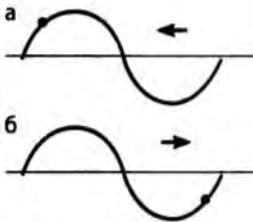


Рис. 1

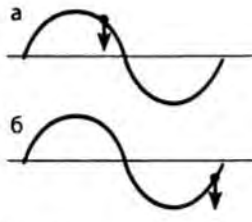


Рис. 2

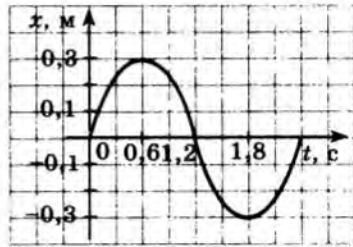


Рис. 3



В. В. Панасюк

ФІЗИКА ТА ТЕХНІКА В УКРАЇНІ

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка
НАН України (Львів)

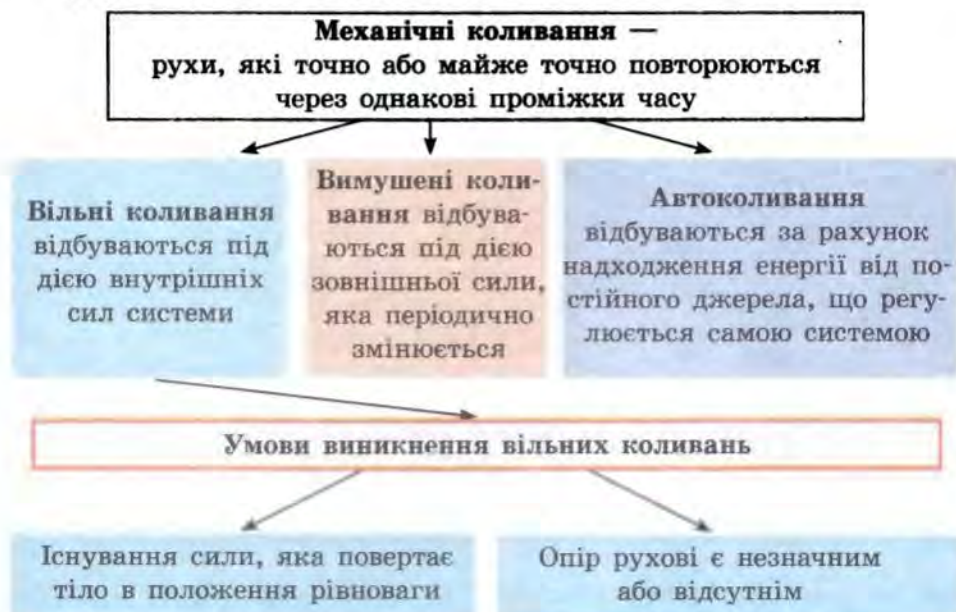
Інститут, заснований у 1951 р., зараз є всесвітньо визнаним науковим центром у галузі механіки руйнування та міцності матеріалів, водневого матеріалознавства, фізико-хімічних процесів корозії та протикорозійного захисту металів, контролю матеріалів та діагностики конструкцій. Науковці Інституту створили теорію адсорбційної та водневої втоми сталей; розвинули теорію граничної рівноваги деформованих тіл із дефектами типу тріщин; започаткували новий науковий напрямок — фізико-хімічну механіку матеріалів.

Інститут займається також математичною теорією дифракції хвиль, теорією сигналів і теорією електричних кіл. Результати наукових досліджень співробітників Інституту опубліковано більш ніж у 250 монографіях, серед яких — 12-томна фундаментальна праця «Механіка руйнування та міцність матеріалів».

Із 1971 р. директором Інституту є академік НАНУ Володимир Васильович Панасюк (див. фото) — лауреат багатьох наукових відзнак, зокрема найвищої нагороди Європейського товариства з цілісності конструкцій (ESIS) — медалі Гріффітса.

ПІДБИВАЄМО ПІДСУМКИ РОЗДІЛУ 4
«МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ»

1. Вивчаючи розділ 4, ви дізналися про окремий вид механічного руху — *коливання*, а також про *процес поширення коливань у пружному середовищі*.
2. Ви познайомилися з особливостями механічного коливального руху та дізналися про *види механічних коливань*.



3. Ви осмислили сутність *фізичних величин, які характеризують гармонічні коливання*.

Фізичні величини					
	Амплітуда, A , м	Період T , с	Частота ν , Гц	Циклічна частота ω , с^{-1}	Фаза φ
Фізичний зміст	Максимальне значення координати (зміщення)	Час, за який відбувається одне повне коливання	Число коливань за одиницю часу	Число коливань за 2π секунд	Характеристика стану коливальної системи в будь-який момент часу
Формула-означення	$A = x_{\max}$	$T = \frac{t}{N}$	$\nu = \frac{N}{t}$	$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$	$\varphi = \omega t + \varphi_0$

4. Ви дізналися про ідеальний коливальний рух — *гармонічні коливання матеріальної точки*.

Гармонічні коливання — це коливання, під час яких координата точки, що коливається, змінюється за законом синуса або косинуса:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \text{ або } x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

5. Ви дізналися про *вільні коливання математичного та пружинного маятників*.

Характеристика коливань	Математичний маятник	Пружинний маятник
Період коливань	$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$
Циклічна частота коливань	$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
Прискорення	$a_x(t) = -\frac{g}{l}x(t)$	$a_x(t) = -\frac{k}{m}x(t)$
Енергія	$W = W_k + W_n = \frac{mv^2}{2} + mgh$	$W = W_k + W_n = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$

6. Ви дізналися про *явище резонансу*, яке може виникати в коливальних системах, де відбуваються вимушені коливання.

Резонанс — явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань у випадку, якщо частота зовнішньої періодичної сили співпадає із власною частотою коливань системи

7. Ви познайомилися з процесом поширення механічних коливань у пружному середовищі — *механічними хвилями* — та дізналися про *різні види* таких хвиль.

Механічні хвилі —
поширення коливань у пружних середовищах

Поздовжні хвилі: частинки середовища коливаються вздовж напрямку поширення хвилі

Поперечні хвилі: частинки середовища коливаються в напрямку, перпендикулярному до напрямку поширення хвилі

8. Ви дізналися про те, що *хвильовий рух є періодичним у просторі та часі*, і про те, що ці два види періодичності пов'язані *формулою хвилі*:

$$v = \lambda \nu$$

**ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ ДО РОЗДІЛУ 4
«МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ»**

Завдання 1–4 містять тільки одну правильну відповідь.

- (1 бал) Коливання називають вільними, якщо вони відбуваються:
 - а) під дією сили тертя;
 - б) під дією внутрішніх сил системи;
 - в) під дією зовнішньої сили, яка періодично змінюється;
 - г) у результаті періодичного надходження енергії ззовні.
- (1 бал) Що називають математичним маятником?
 - а) будь-яке фізичне тіло, яке здійснює гармонічні коливання;
 - б) тягар, підвішений на легкій невагомій пружині;
 - в) матеріальну точку, підвішену на легкій нерозтяжній нитці;
 - г) тіло, точка підвісу якого розташована вище від центра його тяжіння.
- (1 бал) Якою є одиниця частоти в СІ?
 - а) герц;
 - б) секунда;
 - в) радіан на секунду;
 - г) метр на секунду.
- (1 бал) Визначте, чому дорівнює період коливань маятника, якщо його циклічна частота становить $4\pi \text{ с}^{-1}$.
 - а) 0,5 с;
 - б) 1 с;
 - в) 2 с;
 - г) 4π с.
- (2 бали) Установіть відповідності між фізичними величинами та формулами.

а) період коливань математичного маятника	1) $\sqrt{\frac{k}{m}}$
б) частота коливань	2) $\frac{v}{v}$
в) циклічна частота пружинного маятника	3) $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$
г) довжина хвилі	4) $\frac{N}{t}$
	5) $\frac{mv^2}{2}$

- (2 бали) З якою частотою здійснює коливання ніжка камертона, якщо вона є джерелом звукової хвилі завдовжки 34 м? Вважайте, що швидкість поширення звуку в повітрі дорівнює 340 м/с.
- (2 бали) У момент початку відліку часу тіло максимально відхилене від положення рівноваги. Запишіть рівняння гармонічних коливань тіла, якщо амплітуда коливань становить 0,2 м, період коливань — 0,1 с.
- (2 бали) На рис. 1 показано поперечну хвилю, що біжить по пружному шнурі. Як у цей момент напрямлена швидкість руху точок А і В?

9. (3 бали) За графіком коливань тіла (рис. 2) запишіть рівняння коливань тіла.

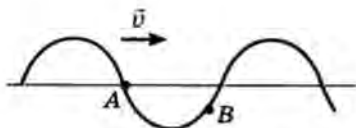


Рис. 1

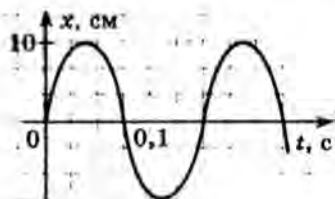


Рис. 2

10. (3 бали) Амплітуда коливань пружинного маятника 5 см, частота коливань 1 Гц. Який шлях пройде тіло, яке коливається, за 10 с? Яким буде переміщення тіла за цей час?
11. (3 бали) Ви несете в руці пакет із капустиною. Поясніть, чому за певного темпу ходьби пакет починає розгойдуватися.
12. (3 бали) Рівняння коливань тягара на пружині має вигляд: $x = 0,05 \cos 2\pi t$ (м). Визначте жорсткість пружини та максимальну швидкість коливань тягара, якщо маса тягара становить 200 г.
13. (4 бали) Два математичні маятники одночасно починають коливання. За той самий час перший маятник здійснив 20 коливань, а другий — 10. Якою є довжина першого маятника, якщо довжина другого — 1 м?
14. (4 бали) Кулька на нитці завдовжки $L = 2$ м відхилена від положення рівноваги поблизу вертикальної стіни. Під точкою підвісу маятника — на відстані $\frac{L}{2}$ від неї — стирчить цвях. Коли маятник проходить положення рівноваги, нитка маятника чіпляється за цвях (рис. 3). Визначте період коливань маятника.
15. (4 бали) За графіком хвилі (рис. 4) побудуйте графік коливань джерела цієї хвилі — графік залежності $x(t)$. Швидкість поширення хвилі — 20 м/с.

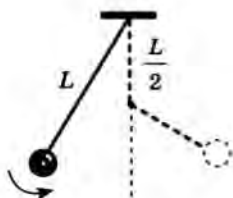


Рис. 3

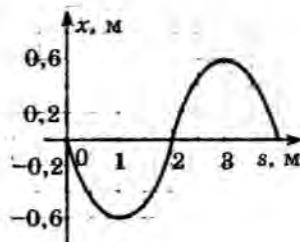


Рис. 4

Звірте ваші відповіді з наведеними наприкінці підручника. Позначте завдання, які ви виконали правильно, і полічіть суму балів. Потім цю суму розділіть на три. Одержане число відповідатиме рівню ваших навчальних досягнень.

РОЗДІЛ 5. РЕЛЯТИВІСТСЬКА МЕХАНІКА

§ 46. ПОСТУЛАТИ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

«Відтоді як за теорію відносності взялися математики, — зізнався А. Ейнштейн, — я її вже й сам не розумію». І не дивно, що навколо теорії відносності ось уже 100 років не вщухають запеклі суперечки тих, хто її «не розуміє». А що послугувало причиною створення цього, на перший погляд, суто теоретичного розділу фізики? Виявляється, спочатку, майже як завжди у фізиці, був експеримент.

1 Принцип відносності Галілея — Ньютона

Механіка — наука про рух. У механіці І. Ньютона будь-який рух розглядають відносно інерціальних СВ. Для опису механічного руху обирають найзручнішу для розв'язання даної задачі *інерціальну СВ*, умовно вважаючи її нерухомою. Однак це не означає, що найзручніша для розв'язання даної задачі СВ — єдино правильна. Можна обрати будь-яку інерціальну СВ — результат правильного розв'язання задачі буде тим самим.

Для інерціальних СВ є справедливим **механічний принцип відносності (принцип відносності Галілея — Ньютона)**:

Будь-які механічні процеси в будь-якій інерціальній СВ відбуваються однаково, тобто ніякими механічними дослідженнями всередині системи не можна встановити, рухається ця система рівномірно прямолінійно чи перебуває в стані спокою.

В інерціальних СВ виконується **класичний закон додавання швидкостей**: швидкість \vec{v} руху тіла відносно нерухомої СВ дорівнює сумі швидкості \vec{v}_1 руху тіла відносно рухомої СВ і швидкості \vec{v}_2 руху рухомої СВ відносно нерухомої:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2.$$

2 Якими були передумови створення спеціальної теорії відносності

Після того як у середині XIX ст. англійський фізик Джеймс Максвелл сформулював основні закони електродинаміки, виникло запитання: чи поширюється принцип відносності Галілея — Ньютона на електромагнітні явища? Іншими словами: чи відбуваються електромагнітні процеси (взаємодія електричних зарядів, явище електромагнітної індукції, поширення електромагнітних хвиль тощо) однаково в усіх інерціальних СВ? Уже перші міркування над цим питанням привели, здавалося б, до заперечної відповіді. Наприклад, відповідно до законів електродинаміки швидкість поширення електромагнітних хвиль у вакуумі (у тому числі швидкість поширення світла) однакова в усіх напрямках і дорівнює $c = 3 \cdot 10^8$ м/с*. Проте

* Вимірювання швидкості поширення світла показали, що швидкість світла у вакуумі дорівнює $2,9979 \cdot 10^8$ м/с. Для розрахунків зазвичай беруть округлене значення: $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

відповідно до класичного закону додавання швидкостей швидкість поширення світла має бути різною у різних СВ.

Чи так це, чи залежить швидкість поширення світла від вибору СВ? Для відповіді на це запитання американські вчені *Альберт Майкельсон* (1852–1931) і *Едвард Морлі* (1838–1923) у 1881 р. поставили експеримент, ідея якого була такою. Якщо від джерела світла на Землі спрямувати промінь світла спочатку вздовж лінії руху Землі, а потім перпендикулярно до неї, то кожного разу швидкість поширення світла відносно нерухомої СВ має бути різною.

Справді, згідно з класичним законом додавання швидкостей швидкість c_1 світла, що поширюється в напрямку руху Землі, для нерухомого спостерігача має дорівнювати:

$$c_1 = c + v,$$

де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — швидкість світла, випромінюваного джерелом на Землі; $v = 2,96 \cdot 10^4$ м/с — швидкість руху Землі навколо Сонця.

Якщо світло поширюється в напрямку, протилежному напрямку руху Землі, то швидкість c_2 його поширення має дорівнювати: $c_2 = c - v$. Відповідно швидкість світла, яке поширюється перпендикулярно до напрямку руху Землі, має становити: $c_3 = \sqrt{c^2 + v^2}$.

Досліди показали, що *рух Землі не впливає на швидкість поширення світла* (рис. 46.1). Це загнало в «глухий кут» провідних фізиків кінця XIX — початку XX ст., адже *одержаний результат суперечив класичному закону додавання швидкостей*.

То яка ж теорія правильна — класична механіка І. Ньютона чи електромагнітна теорія Дж. Максвелла? Розв'язанням проблеми зацікавилися багато провідних фізиків того часу, серед яких *Гендрік Антон Лоренц* (1853–1928), *Жуль Анрі Пуанкаре* (1854–1912), *Герман Мінковський* (1864–1909), *Альберт Ейнштейн* (рис. 46.2). Було зрозуміло, що проблему можна розв'язати

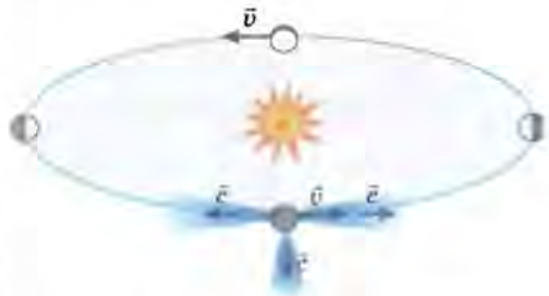


Рис. 46.1. Незалежність швидкості поширення світла від напрямку руху Землі. Швидкість поширення світла вздовж лінії руху Землі та перпендикулярно до лінії її руху є постійною і дорівнює швидкості поширення світла у вакуумі: $c = 3 \cdot 10^8$ м/с



Рис. 46.2. Альберт Ейнштейн (1879–1955), один із засновників сучасної теоретичної фізики, лауреат Нобелівської премії. Учений розробив кілька дуже важливих фізичних теорій: спеціальну теорію відносності (1905), загальну теорію відносності (1907–1916), квантову теорію фотоефекту й теплоємності та ін.

тільки на основі нових фізичних уявлень про простір і час. Такі уявлення почали розвивати ще наприкінці XIX ст. Г. А. Лоренц і Ж. А. Пуанкаре, а остаточно вони були сформульовані А. Ейнштейном у роботі «До електродинаміки рухомих середовищ». А. Ейнштейн і Ж. А. Пуанкаре незалежно один від одного сформулювали важливі постулати, які було покладено в основу *спеціальної теорії відносності*, або *релятивістської механіки* (від латин. *relativus* — відносний).

Спеціальна теорія відносності (СТВ) розглядає взаємозв'язок фізичних процесів тільки в інерціальних СВ, тобто в СВ, які рухаються одна відносно одної рівномірно прямолінійно.

Загальна теорія відносності (ЗТВ) розглядає взаємозв'язок фізичних процесів у неінерціальних СВ, тобто в СВ, що прискорено рухаються одна відносно одної.

3 Постулати спеціальної теорії відносності

Перший постулат СТВ:

В інерціальних системах відліку всі закони природи однакові.

Це означає, що *всі інерціальні СВ еквівалентні (рівноправні)*. У разі наявності двох інерціальних СВ немає сенсу з'ясовувати, яка з них рухається, а яка перебуває в спокої. *Жодні досліди в будь-якій галузі фізики (електрика й магнетизм, молекулярна фізика, ядерна фізика, механіка тощо) не дозволяють виділити абсолютну (переважну) інерціальну СВ.*

Другий постулат СТВ:

Швидкість поширення світла у вакуумі однакова в усіх інерціальних системах відліку.

Це означає, що швидкість поширення світла у вакуумі *інваріантна* — вона не залежить від швидкості руху джерела або приймача (спостерігача) світла. Другий постулат СТВ узгоджується з результатами досліду А. Майкельсона й Е. Морлі. Інваріантність швидкості поширення світла підтверджується й спостереженнями за подвійними зорями, які обертаються навколо спільного центра з величезною швидкістю, і багатьма іншими спостереженнями та дослідженнями.

Сталість швидкості поширення світла — фундаментальна властивість природи. Відповідно до цього постулату *швидкість поширення світла — максимально можлива швидкість поширення будь-якої взаємодії*. Матеріальні тіла не можуть мати швидкість більшу, ніж швидкість світла.

4* Чому існують чорні діри

Чорна діра — область у просторі-часі, гравітаційне притягання якої настільки велике, що залишити її не можуть навіть об'єкти, які рухаються зі швидкістю світла (рис. 46.3).

Для оцінки радіуса чорної діри скористаємося законом збереження енергії. Щоб подолати гравітаційне притягання небесного тіла масою M і радіусом R , будь-яка частинка масою m повинна мати кінетичну енергію не меншу, ніж її потенціальна енергія гравітаційної взаємодії з цим небесним тілом:

$$\frac{mv^2}{2} \geq \frac{GmM}{R}.$$

Звідси мінімальний радіус небесного тіла, яке може залишити частинка (тіло), рухаючись із максимальною можливою швидкістю $v_{\text{max}} = c$, дорівнює:

$R_{\text{ш}} = \frac{2GM}{c^2}$, де $R_{\text{ш}}$ — радіус Шварцшильда (дану формулу першим одержав німецький фізик Карл Шварцшильд у 1916 р.).

Якщо частинка перебуває від центра чорної діри на відстані $r < R_{\text{ш}}$, то, щоб залишити чорну діру, частинка повинна мати швидкість v , більшу за швидкість світла ($v > c$). Згідно з другим постулатом теорії відносності це неможливо, тому, перебуваючи всередині сфери радіусом $R_{\text{ш}}$, жодна частинка, жодне випромінювання не можуть залишити чорну діру. Існуванням чорних дір ще раз підтверджується правильність другого постулату СТВ.



Рис. 46.3. Надгігантська чорна діра, маса якої у 18 млрд разів більша за масу Сонця; $R_{\text{ш}}$ — радіус Шварцшильда

Підбиваємо підсумки

Результати експериментів А. Майкельсона й Е. Морлі суперечили механіці Ньютона й тим самим стимулювали створення нової теорії — спеціальної теорії відносності (СТВ). В основу СТВ покладено два постулати.

1. Усі закони природи однакові в інерціальних СВ.

2. Швидкість поширення світла у вакуумі однакова в усіх інерціальних СВ. Цей постулат показує також, що швидкість поширення світла — максимально можлива швидкість руху й поширення взаємодії у всесвіті.

Контрольні запитання

1. У чому результати експерименту А. Майкельсона й Е. Морлі суперечили класичному закону додавання швидкостей? 2. Сформулюйте постулати СТВ та поясніть їхній зміст. 3. У чому полягає відмінність першого постулату СТВ від принципу відносності в механіці І. Ньютона? 4. Чому дорівнює швидкість поширення світла у вакуумі? Яким символом її позначають? 5*. Чому існування чорних дір підтверджує наявність верхньої межі швидкості поширення будь-якої взаємодії?

§ 47. РЕЛЯТИВІСТСЬКИЙ ЗАКОН ДОДАВАННЯ ШВИДКОСТЕЙ. ВІДНОСНІСТЬ ОДНОЧАСНОСТІ

Почавши знайомство зі спеціальною теорією відносності, дехто з вас, можливо, засумнівався: про яке невиконання законів механіки І. Ньютона йдеться, якщо численні досліди підтверджують їхню правильність? А може, й обурився: для чого ж стільки часу було витрачати на вивчення класичної механіки, якщо ця теорія суперечить експерименту? Сумнів одних і обурення інших цілком зрозумілі, але даремні. Річ у тім, що механіка І. Ньютона є ніби частиною СТВ — для випадків, коли швидкості руху частинок набагато менші за швидкість поширення світла. З'ясуємо, чи це так.

1 Чи є абсолютним час

Після швидкості поширення світла другим найважливішим поняттям СТВ є поняття *події*.

Подією називають будь-яке явище, що відбувається в даній точці простору в деякий момент часу.

Подія для матеріальної точки вважається заданою, якщо задано координати (x, y, z) місця, *де подія відбувається*, і час t , *коли ця подія відбувається*. З геометричної точки зору задати подію означає задати точку в чотиривимірному просторі «координати — час».

У класичній механіці І. Ньютона час однаковий у будь-якій інерціальній СВ, тобто такі поняття, як «тепер», «раніше», «пізніше», «одночасно», не залежать від вибору СВ. У релятивістській механіці час залежить від вибору СВ. Події, що відбулися в одній СВ одночасно, в іншій СВ можуть бути розділені часовим проміжком.

Установити одночасність подій можна тільки за допомогою годинників, які йдуть синхронно. Іншого способу не існує. Годинники йдуть *синхронно*, якщо вони показують однаковий час у момент, коли відбувається подія.

Припустимо, що у двох точках A і B простору встановлено два синхронізовані годинники. Нехай у цих точках відбуваються певні події, наприклад спалахують блискавки. Якщо спостерігач *бачить*, що в момент спалаху час на обох годинниках однаковий, то він робить висновок, що події одночасні. Слово «бачить» означає, що до спостерігача дійшов світловий сигнал.

Якби сигнал поширювався миттєво, то одночасність подій мала б абсолютний характер. Однак жодний сигнал не може поширюватися зі швидкістю, більшою за швидкість світла. Тому події, одночасні в одній інерціальній СВ, не є одночасними в іншій інерціальній СВ, яка рухається відносно першої, — тобто *одночасність двох подій відносна*.

Покажемо це за допомогою мисленого експерименту. Нехай посередині космічного корабля, який рухається зі швидкістю v відносно зовнішнього спостерігача, встановлене джерело світла; другий спостерігач перебуває всередині корабля (рис. 47.1). У певний момент часу джерело світла спалахує. Для спостерігача всередині корабля

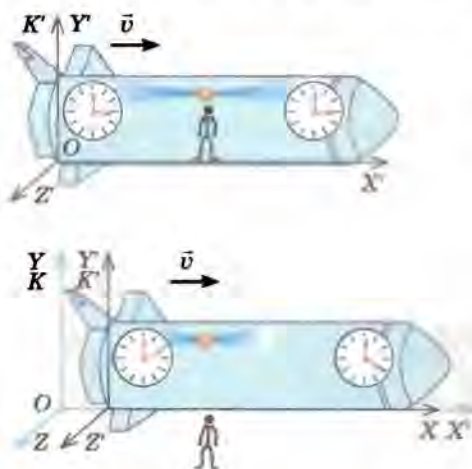


рис. 47.1. Відносність одночасності подій:
— для спостерігача всередині корабля світло досягає носа і корми корабля одночасно;
— для спостерігача поза кораблем світло досягає носа корабля пізніше, ніж корми

світло досягає носа і корми корабля одночасно, тобто в системі відліку K' , пов'язаній із кораблем, ці дві події відбуваються одночасно (див. рис. 47.1, а). Для зовнішнього спостерігача світло досягає корми раніше, ніж носа корабля, тому що корма наближається до спостерігача, а ніс корабля віддаляється від нього, тобто в системі відліку K , пов'язаній із зовнішнім спостерігачем, ці дві події відбуваються не одночасно (див. рис. 47.1, б).

Релятивістський закон додавання швидкостей

Відповідно до другого постулату СТВ швидкість поширення світла у вакуумі є постійною й не залежить від швидкості руху джерела або приймача світла. Це означає, що класичний закон додавання швидкостей у релятивістській механіці застосовувати не можна. У СТВ застосовують *релятивістський закон додавання швидкостей*. Запишемо цей закон для часткового випадку.

Нехай тіло рухається зі швидкістю \vec{v}_1 уздовж осі X' системи відліку K' , яка, у свою чергу, рухається з певною швидкістю \vec{v}_2 відносно системи відліку K . Нехай під час руху координатні осі OX і $O'X'$ напрямлені вздовж однієї прямої, а координатні осі OY і $O'Y'$, OZ і $O'Z'$ залишаються паралельними (рис. 47.2). Тоді *релятивістський закон додавання швидкостей* має вигляд:

$$v_x = \frac{v_{1x} + v_{2x}}{1 + \frac{v_{1x} v_{2x}}{c^2}},$$

де v_x — проекція швидкості руху тіла відносно нерухомої СВ K ; v_{1x} — проекція швидкості руху тіла відносно рухомої СВ K' ; v_{2x} — проекція швидкості рухомої СВ K' відносно нерухомої СВ K .

Порівняємо релятивістський і класичний закони додавання швидкостей.

У разі швидкостей, які набагато менші за швидкість світла ($v_1 \ll c$ і $v_2 \ll c$), $1 + \frac{v_{1x} v_{2x}}{c^2} \approx 1$ і релятивістський закон додавання швидкостей набуває вигляду класичного закону додавання швидкостей:

$$v_x = v_{1x} + v_{2x}.$$

Учимося розв'язувати задачі

Задача. Доведіть, використовуючи релятивістський закон додавання швидкостей, що у випадку переходу від однієї інерціальної СВ до іншої швидкість поширення світла не змінюється.

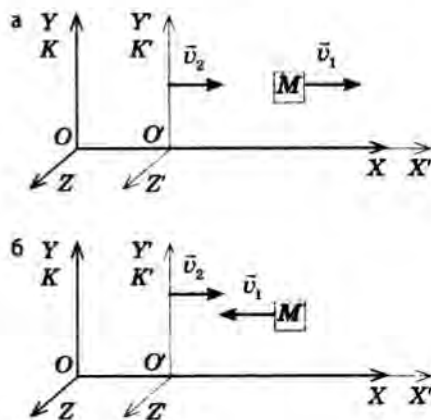


Рис. 47.2. Тіло M рухається зі швидкістю \vec{v}_1 відносно СВ K' , яка рухається зі швидкістю \vec{v}_2 відносно СВ K : а — напрямком руху тіла збігається з напрямком осі $O'X'$; б — напрямком руху тіла протилежний напрямку осі $O'X'$

Аналіз фізичної проблеми, розв'язання. Для розв'язання задачі виконаємо пояснювальний рисунок (скористаємося рис. 47.2). Нехай квант світла рухається зі швидкістю \vec{v}_1 ($v_1 = c$) уздовж осі $O'X'$ системи відліку K' , яка, у свою чергу, рухається зі швидкістю \vec{v}_2 в напрямку осі OX системи відліку K . Нам потрібно визначити швидкість руху кванта відносно СВ K .

Розглянемо два випадки: 1) квант світла рухається в напрямку осі $O'X'$; 2) квант світла рухається протилежно напрямку осі $O'X'$.

Розв'язання. Запишемо релятивістський закон додавання швидкостей:
$$v_x = \frac{v_{1x} + v_{2x}}{1 + \frac{v_{1x}v_{2x}}{c^2}}.$$

Зазначимо напрямки швидкості \vec{v}_1 руху кванта, напрямки швидкості \vec{v}_2 руху СВ K' та знайдемо проекції швидкостей на вісь OX .

Випадок 1 (рис. 47.2, а). $v_{1x} = v_1 = c$, $v_{2x} = v_2$.

Підставивши одержані вирази у формулу закону додавання швидкостей, маємо:
$$v_x = \frac{c + v_2}{1 + \frac{cv_2}{c^2}} = \frac{c + v_2}{1 + \frac{v_2}{c}} = \frac{c + v_2}{\frac{c + v_2}{c}} = c.$$

Таким чином, швидкість руху кванта відносно СВ K дорівнює c .

Випадок 2 (рис. 47.2, б). $v_{1x} = -v_1 = -c$, $v_{2x} = v_2 \Rightarrow v_x = \frac{v_2 - c}{1 - \frac{cv_2}{c^2}} =$

$$= \frac{v_2 - c}{1 - \frac{v_2}{c}} = \frac{v_2 - c}{\frac{c - v_2}{c}} = -c.$$

Таким чином, швидкість руху кванта світла відносно СВ K дорівнює c ; знак « $-$ » означає, що квант рухається в напрямку, протилежному напрямку осі OX .

Відповідь: швидкість поширення світла не залежить від вибору СВ.

Підбиваємо підсумки

Подією називають будь-яке явище, що відбувається в даній точці простору в певний момент часу. Подія для матеріальної точки задана, якщо задані координати (x, y, z) , які визначають місце, де відбувається подія, і час t , який визначає, коли подія відбувається.

Одночасність двох подій відносна: події, одночасні в одній інерціальній СВ, не є одночасними в інерціальних СВ, що рухаються відносно першої СВ з певною швидкістю.

У СТВ для визначення відносної швидкості руху тіл застосовують релятивістський закон додавання швидкостей:
$$v_x = \frac{v_{1x} + v_{2x}}{1 + \frac{v_{1x}v_{2x}}{c^2}}.$$

Релятивістський закон додавання швидкостей набуває вигляду класичного у випадку швидкостей, набагато менших за швидкість світла. У загальному випадку класична механіка І. Ньютона є частковим випадком СТВ.

Контрольні запитання

1. Що таке подія? 2. Коли вважають, що подія визначена? 3. Які події називають одночасними? 4. Поясніть, що означає вираз «одночасність двох подій відносна». 5. Наведіть формулу, яка виражає релятивістський закон додавання швидкостей. 6. За яких швидкостей релятивістський закон додавання швидкостей набуває вигляду класичного?

Вправа № 40

1. Два автомобілі рухаються назустріч один одному. Чому дорівнює швидкість поширення світла, випромінюваного фарами першого автомобіля, у СВ, пов'язаний із другим автомобілем?
2. Космічний корабель віддаляється від Землі зі швидкістю, що дорівнює швидкості світла. Чи побачить космонавт своє відображення в дзеркалі, встановленому на кораблі?
3. Йонізований атом, вилетівши із прискорювача зі швидкістю $0,5c$ (c — швидкість світла), випустив фотон у напрямку свого руху. Якою є швидкість руху фотона відносно прискорювача?
4. Дві ракети віддаляються одна від одної зі швидкостями $0,7c$ відносно нерухомого спостерігача. Якою є відносна швидкість руху ракет?
5. Космічна ракета віддаляється від спостерігача зі швидкістю $0,8c$. Яку швидкість відносно Землі матиме снаряд, випущений з ракети у напрямку її руху зі швидкістю $0,6c$? Якою є швидкість руху снаряда відносно Землі, якщо він випущений у напрямку, протилежному напрямку руху ракети?

§ 48. НАСЛІДКИ ПОСТУЛАТІВ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

«Вік існування речей лишається тим самим незалежно від того, чи швидкі їхні рухи, чи повільні, а чи їх немає взагалі», — писав Ньютон. Творці класичної механіки вважали цілком очевидним, що і час, і розміри тіла абсолютні й не залежать від швидкості його руху. З'ясуємо, чи так це очевидно з погляду релятивістської механіки.

Чи змінюються лінійні розміри предметів під час їхнього руху

Довжиною стрижня називають відстань між його кінцями, зафіксовану *одночасно* (за годинником тієї системи, у якій вимірюється довжина). Оскільки одночасність двох подій відносна, то можна припустити, що в різних СВ довжина стрижня буде різною.

Нехай твердий стрижень перебуває у спокої в СВ K' , яка рухається з деякою швидкістю v відносно СВ K (рис. 48.1).

Якщо стрижень розташовано вздовж лінії руху системи K' (уздовж осі OX), то згідно з теорією відносності має місце формула:

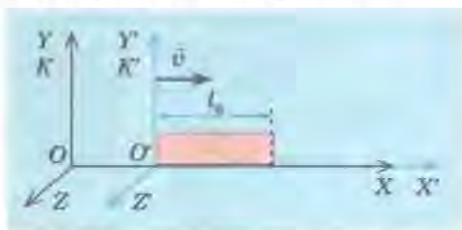


Рис. 48.1. Довжина l_0 стрижня в СВ K' , відносно якої стрижень перебуває в спокої, більша за довжину l стрижня в СВ K , відносно якої стрижень рухається: $l_0 > l$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

де l_0 — довжина стрижня в СВ K' , відносно якої стрижень перебуває у спокої; l — довжина стрижня в СВ K , відносно якої стрижень рухається.

Оскільки $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$, то найбільшу довжину стрижень має в тій

СВ, де він перебуває в спокої. У тій СВ, де стрижень рухається, його довжина зменшується. Зміну довжини тіла під час руху називають *лоренцевим скороченням довжини*.

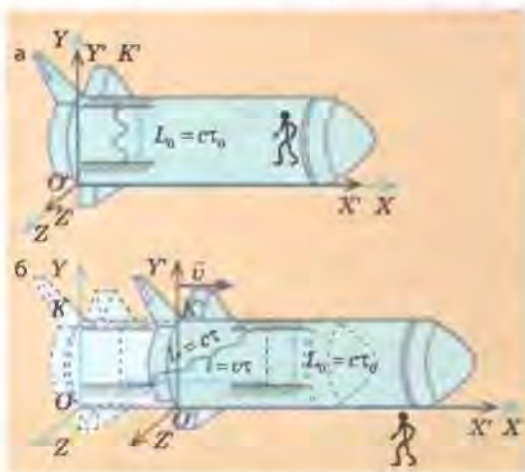


Рис. 48.2. Вимірювання проміжків часу світловим годинником: а — вимірювання власного часу τ_0 події спостерігачем, який рухається разом із годинником; б — вимірювання часу τ нерухомим спостерігачем — для нього світло проходить більшу відстань, а отже, і за більший проміжок часу: $L > L_0 \Rightarrow \tau > \tau_0$

2 У чому полягає ефект уповільнення часу

Розглянемо, як змінюється інтервал часу між двома послідовними подіями у випадку переходу від однієї інерціальної СВ до іншої. Для цього скористаємося *світловим годинником*. Світловий годинник має таку будову: на кінцях стрижня завдовжки L_0 закріплені два дзеркала, розташованих паралельно одне одному (див. рис. 48.2). Світловий імпульс рухається вгору та вниз, і кожне відбиття імпульсу від дзеркала фіксується спеціальним пристроєм. Спостерігач, відносно якого годинник перебуває в спокої (рис. 48.2, а), помітить, що час між двома послідовними відображеннями дорівнює:

$$\tau_0 = \frac{L_0}{c}.$$

Для спостерігача, відносно якого годинник рухається з деякою швидкістю v , світловий імпульс пройде відстань $L > L_0$ (рис. 48.2, б), тому він зафіксує інакший час між двома послідовними відображеннями:

$$\tau = \frac{L}{c}.$$

Скориставшись теоремою Піфагора, маємо: $L^2 = l^2 + L_0^2$, або:

$$(c\tau)^2 = (vt)^2 + (c\tau_0)^2 \Rightarrow \tau^2(c^2 - v^2) = c^2\tau_0^2 \Rightarrow \frac{\tau_0^2}{\tau^2} = \frac{c^2 - v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{\tau_0^2}{\tau^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2}.$$

Звідси час τ , вимірюваний спостерігачем, відносно якого годинник рухається, дорівнює:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Інтервал часу τ_0 , відлічуваний у СВ, відносно якої годинник перебуває в спокої (власний час події), менший, ніж інтервал часу τ , відлічуваний у СВ, відносно якої годинник рухається. Інакше кажучи, час у рухомій СВ уповільнюється.

Зверніть увагу: ефект уповільнення часу не має нічого спільного з конструкцією годинника, це є властивість самого часу. Уповільнення часу покаже будь-який годинник у рухомій СВ. Інакше був би отриманий якийсь «індикатор руху»: якщо годинник відстає — СВ рухається, не відстає — СВ перебуває в спокої. Тобто можна було б знайти якусь ідеальну (абсолютно нерухому) СВ, сам факт існування якої суперечить першому постулатові СТВ про те, що всі інерціальні СВ рівноправні. У рухомій СВ уповільнюються всі фізичні процеси, уповільнюється й процес старіння. Якби хоч один із процесів не вповільнювався, ми знов-таки мали б «індикатор руху».

Уповільнення часу експериментально спостерігається, наприклад, у ході радіоактивного розпаду ядер. Нехай у СВ, відносно якої ядро перебуває в спокої, період його напіврозпаду дорівнює $\tau_0 = 0,1$ с. Якщо за допомогою лінійного прискорювача розігнати ядро до таких швидкостей, що $1 - \frac{v^2}{c^2} = 0,01$ (тобто $v^2 = 0,99c^2$), то період напіврозпаду ядра дорівнюватиме:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{0,1 \text{ с}}{0,1} = 1 \text{ с}.$$

Експеримент у повній відповідності з теорією показав, що радіоактивний розпад прискорених ядер є уповільненим порівняно з радіоактивним розпадом таких самих ядер у стані спокою.

Уповільнення темпу процесів у системах, які рухаються з великими швидкостями, порівняно з темпом процесів у цих самих системах у стані спокою є особливо наочним, якщо розглянути «парадокс близнюків».

Проведемо мислений експеримент. Посадимо одного з близнюків у ракету й розженемо її до швидкості $v^2 = 0,99c^2$ (рис. 48.3). Повернемо його на Землю через один рік за годинником, який працює в ракеті: $\tau_0 = 1$ рік. Годинник

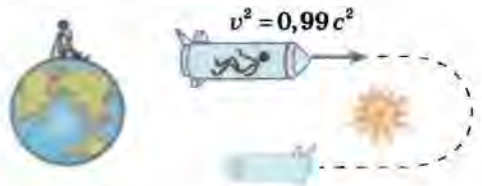


Рис. 48.3. «Парадокс близнюків»: близнюк, який залишився на Землі, постаріє сильніше, ніж близнюк, який рухається зі швидкістю, близькою до швидкості світла

на Землі покаже, що між двома подіями — відльотом і прибуттям ракети — минуло: $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1 \text{ рік}}{0,1} = 10 \text{ років}$.

Природно, що близнюк, який перебував увесь цей час на Землі, помітно постаріє. Цей яскравий приклад, щоб запам'ятати положення про вповільнення процесів у системах, які рухаються, належить А. Ейнштейну.

Зробимо одне важливе зауваження: СТВ розглядає тільки інерціальні СВ. Ракета, яка відлітає із Землі та потім на неї повертається, не є інерціальною СВ: вона мінімум тричі прискорюється — під час відльоту, під час розвертання на зворотний курс і під час посадки. Із цієї причини безпосередньо застосовувати формулу вповільнення часу для ситуації з близнюками не можна. Її необхідно розглядати методами загальної теорії відносності. Зазначимо, що в загальній теорії відносності «парадокс близнюків» зберігається.

3 Як пов'язані маса та енергія

Обговоримо ще один дуже важливий результат СТВ, а саме залежність енергії E тіла масою m від швидкості v його руху. А. Ейнштейн показав, що ця залежність має вигляд:

$$E(v) = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (1)$$

Формула для енергії частинки пройшла повну перевірку в експериментах із прискорення ядер, протонів, електронів. Із даної формули випливає низка важливих наслідків.

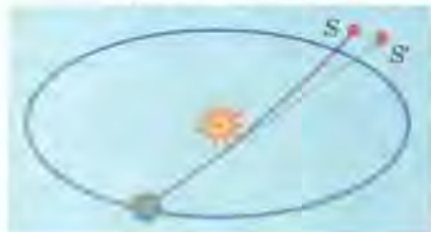


Рис. 48.4. Промінь світла, що йде від зорі S до Землі, викривляється внаслідок гравітаційного притягання фотонів до Сонця; S' — видиме положення зорі

1) Електромагнітне поле має енергію, отже, з цієї енергією обов'язково пов'язана маса. Наприклад, наявність маси у фотона («частинки» світла) експериментально було перевірено в ході спостереження відхилення світла під час проходження поблизу Сонця (рис. 48.4).

2) Якщо тіло (частинка) перебуває у стані спокою ($v = 0$), то формула (1) набуває вигляду:

$$E = mc^2$$

Дану енергію називають *енергією спокою*. Отже, будь-яка частинка (будь-яке тіло), що має масу, несе із собою запас енергії $E = mc^2$.

3) Зміна енергії тіла прямо пропорційна зміні його маси: $\Delta E = \Delta mc^2$. Передача тілу енергії завжди супроводжується збільшенням його маси, і навпаки: виділення тілом енергії супроводжується зменшенням його маси.

Повною мірою формулу зв'язку енергії і маси оцінили в 1940-х рр., коли створювали атомну бомбу. Річ у тім, що ядра Урану-235 діляться в процесі зіткнень із повільними нейтронами, унаслідок чого виділяється величезна кількість енергії. Виникає питання: звідки береться ця енергія? Розрахунки показують, що маса ядра Урану до його розпаду більша, ніж загальна маса частинок, які утворюються після розпаду. Оцей *дефект мас* виділяється у вигляді енергії.

4) У випадках, коли тіло (частинка) рухається зі швидкістю, яка набагато менша за швидкість світла ($v \ll c$), формулу (1) можна записати так:

$$E(v) = mc^2 + \frac{mv^2}{2},$$

де величина $\frac{mv^2}{2}$ — кінетична енергія тіла (частинки); mc^2 — енергія спокою тіла (частинки).



Підбиваємо підсумки

Довжина тіла в різних СВ різна. Найбільшу довжину тіло має в тій СВ, де воно перебуває в спокої. Якщо l_0 — довжина стрижня в СВ, відносно якої стрижень перебуває в спокої, l — довжина стрижня в СВ, відносно якої стрижень рухається, то $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

Час у різних СВ плине з різною швидкістю. У рухомих СВ час плине повільніше, ніж у нерухомих. Якщо τ_0 — інтервал часу, виміряний у СВ, відносно якої тіло (частинка) перебуває в спокої (власний час події), а τ — інтервал часу, виміряний у СВ, відносно якої тіло (частинка) рухається, то $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

Енергія тіла або частинки, які рухаються, залежить від швидкості руху: $E(v) = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. Якщо швидкість v руху тіла (частинки)

набагато менша за швидкість поширення світла, то енергію такого тіла або частинки можна розрахувати за формулою: $E(v) = mc^2 + \frac{mv^2}{2}$, де $E = mc^2$ — енергія спокою тіла (частинки).

Зміна енергії тіла чи частинки завжди супроводжується зміною їхньої маси: якщо вони поглинають енергію, то їхня маса збільшується, якщо виділяють енергію — їхня маса зменшується.



Контрольні запитання

1. Як змінюється довжина предмета, якщо він рухається з постійною швидкістю?
2. Який час називають власним часом події? 3. Як змінюється інтервал часу для тіла, якщо воно рухається з постійною швидкістю? 4. Який експеримент підтверджує ефект уповільнення часу? 5. Наведіть формулу залежності кінетичної енергії тіла від швидкості його руху. Якого вигляду набуває ця формула у випадку малих швидкостей руху ($v \ll c$)? 6. Який зміст має величина mc^2 ?

Вправа № 41

1. Довжина стрижня, нерухомого для спостерігача на Землі, 2 м. Якою буде довжина цього стрижня, якщо він рухається зі швидкістю 0,6с?
2. З якою швидкістю має летіти космічний корабель, щоб пройдений ним шлях, виміряний із Землі, виявився вдвічі коротшим?
3. У скільки разів уповільнюється час у ракеті, яка рухається відносно Землі зі швидкістю $2,6 \cdot 10^8$ м/с?
4. У ракеті, що рухається відносно Землі зі швидкістю 0,8с, минуло 2 роки. Скільки часу пройшло за підрахунками спостерігача на Землі?
5. Власний час життя нестабільної частинки відрізняється на 1 % від часу її життя за нерухомим годинником. З якою швидкістю рухається частинка?
6. Чому нагрівання зразка приводить до збільшення його маси?
7. Яку роботу необхідно виконати для збільшення швидкості руху електрона від 0,6с до 0,8с?

ПІДБИВАЄМО ПІДСУМКИ РОЗДІЛУ 5 «РЕЛЯТИВІСТСЬКА МЕХАНІКА»

1. У розділі 5 ви познайомилися з основними ідеями релятивістської механіки; з постулатами спеціальної теорії відносності.

Постулати СТВ

I. В інерціальних СВ усі закони природи однакові

II. Швидкість поширення світла у вакуумі однакова в усіх інерціальних СВ

2. Ви усвідомили, що швидкість поширення світла у вакуумі є максимально можливою швидкістю передачі будь-якої взаємодії:

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

3. Ви дізналися про відносність одночасності подій.

Одночасність двох подій, які відбуваються в різних точках простору, є відносною: події, одночасні в одній інерціальній СВ, не є одночасними в інших інерціальних СВ, що рухаються відносно першої СВ з деякою швидкістю

4. Ви познайомилися із законами релятивістської механіки:

Закон взаємозв'язку маси та енергії

Закон додавання швидкостей у випадку одновимірної СВ

$$E_0 = mc^2; E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v_x = \frac{v_{1x} + v_{2x}}{1 + \frac{v_{1x} v_{2x}}{c^2}}$$

5. Ви довідалися про наслідки постулатів СТВ.

Наслідки постулатів СТВ

Лоренцеве скорочення довжини

Ефект уповільнення часу

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

СУЧАСНІ УЯВЛЕННЯ ПРО ПРОСТІР І ЧАС. ВЗАЕМОЗВ'ЯЗОК КЛАСИЧНОЇ, РЕЛЯТИВІСТСЬКОЇ МЕХАНІКИ ТА КОСМОЛОГІЇ

1 Розвиток уявлень про властивості простору та часу

Нагадаємо основні етапи розвитку уявлень про властивості простору та часу. У механіці Ньютона — Галілея час вважався *однорідним і однаковим у будь-якій СВ*. Було постульовано, що геометрія простору підпорядковується аксіомам Евкліда; *простір є однорідним та ізотропним*. Ці властивості часу та простору підтверджуються експериментальними спостереженнями на Землі і в близькому космосі (у Сонячній системі).

Однорідність простору означає рівноправність усіх точок фізичного простору (паралельне зміщення фізичної системи в будь-якому напрямку не впливає на характер процесів, що в ній відбуваються).

Однорідність часу означає рівноправність усіх моментів часу.

Ізотропність простору означає рівноправність усіх напрямків простору (поворот фізичної системи в будь-якому напрямку не впливає на характер процесів, що в ній відбуваються).

У СТВ час і простір об'єднані в єдиний однорідний та ізотропний простір чотирьох вимірів (три координати та час). У разі переходу від однієї інерціальної СВ до іншої змінюються не тільки координати, як при перетвореннях Г. Галілея, але й час.

У разі малих швидкостей рівняння руху частинок у СТВ переходять у рівняння руху класичної механіки І. Ньютона.

У СТВ властивості простору-часу ніяк не пов'язані з властивостями матерії. Створена Альбертом Ейнштейном загальна теорія відносності встановила взаємозв'язок між властивостями простору-часу та властивостями матерії. Було показано, що геометрія простору-часу визначається станом матерії, а рівняння руху матерії залежать від геометрії простору-часу.

А. Ейнштейн та його послідовники довели, що геометрія реального світу відрізняється від геометрії Евкліда. Особливо велика відмінність — у місцях скупчення великих мас матерії. Астрономічні спостереження повністю підтвердили ці висновки.

Важливий внесок у розвиток теорії А. Ейнштейна здійснив російський, радянський геофізик і математик Олександр Олександрович Фрідман (1888–1925). У 1922–1924 рр. він отримав розв'язання рівнянь Ейнштейна для ізотропного, однорідного Всесвіту. Учений припустив, що матерія у Всесвіті розподілена рівномірно. Звичайно, це — наближення, точніше огрублення, реальності. Проте астрономічні спостереження показують, що модель О. Фрідмана відповідає дійсності: наш Всесвіт складається з величезного числа галактик, які в просторі розподілені рівномірно.

О. Фрідман показав, що Всесвіт перебуває в нестационарному стані, — він постійно змінюється. Науковець одержав три можливі сценарії змінювання Всесвіту з часом — у залежності від співвідношення середньої у Всесвіті густини матерії (μ) і критичної густини матерії (μ_k).

2 Які можливі сценарії розвитку Всесвіту

За першим сценарієм О. Фрідмана (якщо $\mu > \mu_k$), простір Всесвіту має неевклідову геометрію з додатною кривизною — **закрита ізотропна модель Всесвіту**. За цим сценарієм, просторові розміри A Всесвіту з часом ростуть, сягають максимально можливого значення і потім починають спадати до нуля (див. жовту лінію на рис. 1).

Момент часу $t=0$ — момент зародження Всесвіту. Малі часи ($t \rightarrow 0$) — перші миті життя Всесвіту. У ці миті густина матерії прямує до нескінченності. На сьогодні це найзагадковіші часи, науці ще невідомі. Одне із завдань експериментів на прискорювачі Європейського центру ядерних досліджень (на великому електронному колайдері) — визначити властивості матерії за величезних густин матерії та енергії.

Другий сценарій О. Фрідмана (якщо $\mu < \mu_k$) відповідає Всесвіту, простір якого являє собою неевклідову геометрію з від'ємною кривизною, — **відкрита ізотропна модель Всесвіту**. У цій моделі просторові розміри Всесвіту монотонно ростуть від нуля при $t=0$ (момент зародження Всесвіту) до нескінченності, коли $t \rightarrow \infty$ (див. синю лінію на рис. 1). Моменту зародження Всесвіту в цій моделі також відповідають величезні густини матерії та енергії.

У третьому сценарії О. Фрідмана (якщо $\mu = \mu_k$) простір Всесвіту має евклідову геометрію, кривизна дорівнює нулю — **плоска ізотропна модель Всесвіту** (див. зелену лінію на рис. 1).



Рис. 1. По горизонтальній осі відкладено час у млрд років, по вертикальній осі — розміри Всесвіту у відносних одиницях ($A=1$ — розміри Всесвіту в нашу епоху). Моменту часу $\tau = 0$ відповідає наша епоха. Бачимо, що за малих густин матерії ($\mu \leq \mu_k$) Всесвіт розширюється. За великих густин матерії ($\mu > \mu_k$) Всесвіт спочатку розширюється, а потім зменшується

Ми не маємо можливості наочно продемонструвати різні типи викривлення тривимірного простору, оскільки для їхнього зображення слід використовувати 4D-графіку. Тому для ілюстрації покажемо викривлення двовимірних поверхонь (рис. 2). Поверхня кулі, поверхня гіперboloїда та площина — двовимірні поверхні, які мають відповідно додатний, від'ємний і такий, що дорівнює нескінченності, радіуси кривизни. У цих поверхонь різна геометрія. Наприклад, на площині дві паралельні прямі ніколи не перетинаються, скільки б їх не продовжували. На сфері дві прямі, паралельні на екваторі, за умови продовження перетинаються на північному та південному полюсах.

Три наведені на рис. 2 поверхні відповідають трьом сценаріям, отриманим О. Фрідманом.

Вважається, що від моменту зародження Всесвіту до наших днів минуло 13,7 млрд років. Точку простору-часу ($t=0$, $A=0$) називають особливою точкою простору-часу, оскільки в цей момент густина матерії перетворюється на нескінченність. Зараз зрозуміло, що, описуючи поведінку матерії під час зародження Всесвіту, не можна обійтися тільки уявленнями загальної теорії відносності — необхідно залучати квантову теорію.



Замкнений
Всесвіт
 $\mu > \mu_k$

Відкритий
Всесвіт
 $\mu < \mu_k$

Плоский
Всесвіт
 $\mu = \mu_k$

Рис. 2. Можливі сценарії змінювання Всесвіту з часом: μ — густина матерії; μ_k — критична густина матерії

3 Які спостереження підтверджують, що Всесвіт розширюється

Розширення Всесвіту експериментально спостерігав у 1929 р. американський астроном *Едвін Пауелл Габбл* (1889–1953). Це розширення описується формулою:

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = v = HA,$$

де ΔA — зміна розмірів Всесвіту за проміжок часу Δt ; v — швидкість, з якою об'єкт спостереження віддаляється від спостерігача; H — стала Габбла; A — просторові розміри Всесвіту.

Якщо джерело світла віддаляється від нас зі швидкістю v , то експериментально спостережувана частота світла визначається формулою:

$$\frac{v_0 - v}{v_0} = \frac{v}{c}, \quad (1)$$

де v_0 — частота світла в момент його випускання; v — спостережувана частота світла*.

* Зміна частоти коливань або довжини хвиль, що їх сприймає спостерігач, унаслідок руху джерела хвиль і спостерігача один відносно одного називають *ефектом Доплера*.

Саме це явище спостерігав Е. П. Габбл. Учений вивів таку закономірність:

$$\frac{v_0 - v}{v_0} = \frac{H}{c} l, \quad (2)$$

де l — відстань до Галактики (зорі), що є об'єктом спостережень.

Із (1) і (2) маємо: $v = Hl$.

Прийняте зараз значення сталої Габбла дорівнює:

$$H = 0,25 \cdot 10^{-17} \text{ с}^{-1}.$$

Стала Габбла — важлива величина в загальній теорії відносності. Вона визначає критичну густину матерії μ_k , яка дорівнює:

$$\mu_k = 10^{-26} \text{ кг/м}^3.$$

За такої густини матерії в 1 м^3 простору міститься близько 10 атомів Гідрогену.

Значення середньої густини видимої матерії $\mu_{\text{вид}}$ набагато менше за критичну густину: $\frac{\mu_{\text{вид}}}{\mu_k} \approx 3 \cdot 10^{-3}$. Можна думати, що ці дані

свідчать про те, що наш Всесвіт відповідає відкритій моделі.



Які факти підтверджують існування темної матерії

У 70–80-х рр. XX ст. в астрономії було зроблено видатне відкриття — знайдено ділянки у Всесвіті, що мають властивості гравітаційного притягання. Через дивні властивості цей вид матерії назвали *темною матерією*.

Відкриття темної матерії пов'язане зі спостереженням швидкостей обертання галактик і проходження світла через галактики. Спостереження астрономів показали, що на периферії деяких галактик швидкість обертання зір значно більша за другу космічну швидкість*, якщо під масою Галактики розуміти видиму масу. Таким чином, крім видимої матерії (типу земної) галактики мають ще й невидиму (темну) матерію.

Ще одна серія експериментів була пов'язана зі спостереженням світла, що йде від далеких галактик. Для простоти будемо розглядати світло як потік частинок із певною енергією, через яку кожна частинка світла має масу $m = \frac{E_{\text{світла}}}{c^2}$. Тому за законом тяжіння частинки світла притягаються до кожної галактики, повз яку пролітають, — шлях променя світла викривлюється. Спостереження показали, що викривлення траєкторії променя значно більше, ніж мало б бути з огляду на кількість видимої матерії. Тому, як і в попередньому експерименті, почали говорити про темну матерію.

* Друга космічна швидкість — найменша швидкість, яку потрібно надати тілу, що перебуває на поверхні планети (зорі, галактики), щоб воно, подолавши гравітаційне притягання, назавжди залишило дану планету (зорю, Галактику). Значення другої космічної швидкості визначається формулою:

$$v \geq \sqrt{\frac{2GM}{r}}, \text{ де } r \text{ — розміри планети (зорі, Галактики), } M \text{ — її маса.}$$

Астрономічні спостереження показують, що густина Всесвіту дуже близька до свого критичного значення: $\left(1 - \frac{\mu}{\mu_k}\right) \ll 1, \mu < \mu_k$. Це

означає, що в макроскопічних масштабах геометрія простору — евклідова. Однак поблизу ділянок простору з високою густиною матерії геометрія відрізняється від евклідової.

5 У чому полягає незвичайність темної енергії

У 1998 р. було зроблено ще одне видатне відкриття: наш Всесвіт розширюється з прискоренням $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0$. Це відкриття не узго-

джувалося з результатами О. Фрідмана щодо однорідного Всесвіту. Тому було введено поняття *темної енергії*, яка має зовсім незвичайну властивість: тиск у темної енергії від'ємний; крім того, ця енергія розподілена у Всесвіті рівномірно. Темна енергія не утворює локальних скупчень типу зір.

За спостереженнями астрономів, звичайна, «земна», матерія становить близько 4 % усієї матерії у Всесвіті, решта — темна матерія ($\approx 22\%$) і темна енергія ($\approx 74\%$).

Зараз до космології є величезна кількість запитань: як виник наш Всесвіт? чому він на малих масштабах неоднорідний, а на великих — однорідний? чому «нашої», земної, матерії у Всесвіті всього 4 %? чому темної енергії так багато? чому всі частини Всесвіту розширюються одночасно?

Відповідна галузь фізики й астрономії зараз — «найгарячіша» ділянка досліджень. Активну участь у дослідженнях беруть учені Головної астрономічної обсерваторії, Радіоастрономічного інституту, Кримської астрофізичної обсерваторії, Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут», Інституту теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова та інших закладів НАН і МОН України.

Одну з гіпотез походження Всесвіту запропонував співробітник Інституту теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова *Петро Іванович Фомін*. Згідно з його гіпотезою, до виникнення нашого Всесвіту був вакуум; Всесвіт виник шляхом спонтанного зародження з вакууму, тому його повна енергія дорівнює нулю: додатна енергія маси речовини у Всесвіті точно компенсується від'ємною енергією гравітаційної взаємодії. Гіпотеза П. І. Фоміна, однак, не пояснює природи темної матерії та темної енергії.

6 Підбиваємо підсумки

СТВ показала, що тривимірний координатний простір об'єднується з часом у єдиний чотиривимірний простір, який має свою геометрію.

У загальній теорії відносності А. Ейнштейна показано, що локальна геометрія єдиного простору та часу визначається станом матерії в цій локальній ділянці.

Всесвіт розширюється. Розширення Всесвіту відбувається з прискоренням. Експериментально відкрито темну матерію й темну енергію. Крім гравітації, їхні властивості поки не відомі.

Початок космічної ери



Рис. 1

Коли в 1918 р. розбирали архів царської охоронки, у справі страченого 3 квітня 1881 р. народовольця *Миколи Івановича Кибальчича* (1853–1881) (рис. 1) було знайдено «Проект повітроплавального приладу», на якому стояла дата 23 березня 1881 р. У своїй роботі 28-літній уродженець невеликого українського містечка Короп (зараз Чернігівська обл.) запропонував будову порохового ракетного двигуна, висунув ідею керування його польотом, розглянув програму горіння палива. Роботу М. Кибальчича вважають першим науковим проектом пілотованого ракетного космічного апарата.

4 жовтня 1957 р. радянські вчені вивели на навколоземну орбіту *перший штучний супутник Землі* (ШСЗ), який відкрив космічну еру в історії людства. Перший ШСЗ (рис. 2) являв собою кулю діаметром 58 см і вагою 83,6 кг; був оснащений чотирма антенами для передачі сигналів радіопередавачів, що працювали від батарейок. На 315-й секунді після старту ШСЗ відділився від другого ступеня ракети-носія, і відразу ж його позивні почув увесь світ. Супутник був на орбіті 92 доби, зробивши 1440 обертів навколо Землі, а його радіопередавачі працювали протягом двох тижнів після старту.



4 січня 1959 р. у СРСР було здійснено запуск *першого штучного супутника Сонця* «Місяць-1», а 14 вересня радянський космічний корабель досяг Місяця і зробив фотографії його зворотного боку.



12 квітня 1961 р. людина вперше полетіла в космос. За 1 год 48 хв космічний корабель «Восток», пілотований радянським космонавтом *Юрієм Олексійовичем Гагаріном* (1931–1968) (на рис. 3 ліворуч), облетів земну кулю й приземлився поблизу села Смелівка Саратовської обл.

У 50–60-х рр. XX ст. усі роботи із запуску космічних кораблів і апаратів здійснювалися під керівництвом видатного конструктора *Сергія Павловича Корольова* (1907–1966) (на рис. 3 праворуч), уродженця м. Житомира.

21 липня 1969 р. американські астронавти *Ніл Армстронг* (народ. 1930) і *Едвін Олдрін* (народ. 1930) висадилися на Місяці. Перший крок по місячній поверхні зробив Н. Армстронг (рис. 4), промовивши: «Це маленький крок для однієї людини, але величезний стрибок для всього людства».



Становлення космічної галузі в Україні

Початком розвитку космічної галузі в Україні можна вважати 1937 рік, коли при Харківському авіаційному інституті було організовано групу вчених під керівництвом *Георгія Федоровича Проскури* (1876–1958). Результатом її роботи став запуск *великої стратосферної ракети*.

Українські підприємства «Комунар», «Арсенал», «Моноліт», *Євпаторійський космічний центр* брали участь у підготовці запуску першого штучного супутника Землі. З початку 60-х рр. XX ст. розпочалися розробка та виробництво систем керування, бортової автоматики та інших приладів і систем для космічних об'єктів і комплексів. Зараз найбільше підприємство космічної галузі розташоване в Дніпропетровську.

КБ «Південне» і ВО «Південмаш» (Дніпропетровськ)

(За матеріалами: loveoda.narod.ru/razvitie.html)

Історія КБ «Південне» почалася в 1951 р., коли за рішенням уряду СРСР споруджуваний у Дніпропетровську великий автомобільний завод було перетворено на завод із виробництва балістичних ракет.

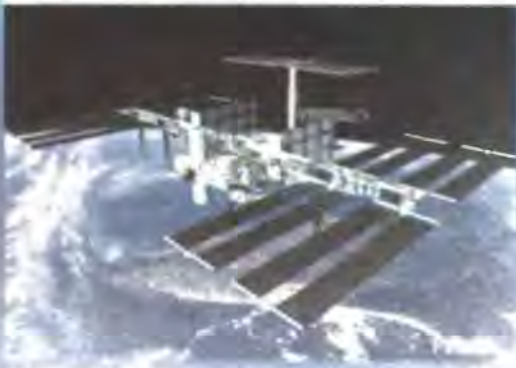
У 1954 р. на території заводу було створено Особливе конструкторське бюро — КБ «Південне», яке очолив надзвичайно талановитий організатор і вчений *Михайло Кузьмич Янгель* (1911–1971) (рис. 5). Відтоді ВО «Південмаш» і КБ «Південне» визначають світовий рівень багатьох напрямків і досягнень у ракетно-космічній науці й техніці.

Конструктори КБ «Південне» розробили 67 типів космічних апаратів і 12 космічних комплексів; у співробітництві з ВО «Південмаш» було виготовлено й виведено на орбіту понад 400 космічних апаратів (один з таких апаратів подано на рис. 6).

У 1995 р. КБ «Південне» і ВО «Південмаш» разом із колегами з Росії, Норвегії, США почали реалізацію унікального проекту «*Морський старт*» зі створення ракетно-космічного комплексу з однойменною назвою (рис. 7). Як ракета-носіє у комплексі була використана українська ракета «Зеніт».

Із 25 супутників міжнародної космічної програми «*Інтеркосмос*» 22 розроблено в КБ «Південне».

З ініціативи КБ «Південне» в Україні почав розвиватися новий напрям — створення обладнання для дистанційного зондування й дослідження Світового океану з космосу. Зараз апарати типу «*Океан*» введено в постійну експлуатацію з перспективою поширення їхніх функцій на дослідження природних ресурсів Землі.



Вступ. № 1. 1. 2,1 мм; 0,1 мм; 0,2 мм; 9,5 %; $2,1 \pm 0,2$ (мм). 2. 8 %. 3. 0,182 м/с; 4,1%; 0,007 м/с; $0,182 \pm 0,007$ (м/с). № 2. 1. Ні. 4. $a_x = 2,5$ м; $a_y = 1,5$ м; $b_x = -3$ м; $b_y = 0$ м; $c_x = 3,5$ м; $c_y = -2,5$ м; $d_x = 0$ м; $d_y = -2,5$ м. 5. 0,64 дм³.

Розділ 1. № 4. 6. 10 м; 0. 7. 63; 40. 8. -8 м; 6 м; 10 м. № 5. 1. 8,3 м/с. 2. а) -2 м/с; 10 м; б) 5 м/с; 0 м; в) 4 м/с; -8 м. 3. $x = 30 - 5t$ (м); $x_1 = -20$ м; $s_1 = 50$ м. 4. 20 м/с; 0 м/с; 6 с; 1 с; 40 м; 20 м. 5. 10т; 20; -20+5т; 60-12т. 6. 4,7 с; 0,7 м. 7. -700+5т; 500-20т; 1400-25т; -460 м; 48 с; 70 с; -350 м; 180 с; -3100 м. № 6. 1. 11 м/с; 9 м/с. 2. 167 м; 174 м. 3. 149 км. 4. 7,6°; 2 год 1 хв. 5. а) 2,24 м/с; 168 м; 75 с; 75 м. 6. 45 с. № 7. 1. 1 м/с. 2. 3,2 м/с; 2 м/с. 3. 75 с; 6 м/с. 4. 700 км/год. 5. -7,5 м/с; 0; 27,5 м/с; 90 м. № 8. 3. 1,5 м/с². 4. 1 м/с; 0; 1 м/с. 5. 0. 6. 20 с. 7. -4+2т; 6+т; 2,5-2,5т; -10-4т. 8. 2+т; -3+т; 1 м/с; 5-2т. № 9. 1. 35 м. 2. 25 м. 3. 1,8 с; 4,4 м/с². 4. 40 м; 0 м; -20+20т-5т². 5. 5+4т; 1-т; 0,4т; -5-6т; 0,75. 6. 20 с. № 10. 1. 10 м/с; 15 м. 2. 40 м. 3. 10 м/с². 4. 5 м; 10 м; 0 м. 5. $0,34 \frac{\pi}{6}$ с. 6. 35 м. № 11. 2. 30 км/с. 3. 375. 4. 3,3 м/с². 5. $20v_{аб}$; $1200a_{аб}$. 6. $10\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$; $10\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$; 0; 10 м.

Завдання для самоперевірки. Частина 1. 1. г. 2. б. 3. в. 4. г. 5. 2 м/с. 6. -4+2т. 7. 28 с. 8. 7,6 м/с. 10. 150 км від пункту А; 2,5 год. Частина 2. 1. б. 2. г. 3. а. 4. б. 5. а. 6. 12-4т; -4 м/с². 7. 10,8 м; 9,2 м. 8. 520 м. 9. 30 м. 10. 1 с і 5 с. 11. 0,45 с; 2,34 м.

Розділ 2. № 13. 1. Ні. 2. 0. 3. 5 Н. № 14. 2. 9 м/с. 3. $\approx 1,1$ м. № 15. 2. Ні. 3. 5 м/с². 4. 3,2 Н; до центра кола. 5. 5 м/с². 6. 2,5 т. № 16. 1. Однаково. 3. 0,5 м/с². № 17. 1. Збільшиться вдвічі. 2. 10 м. 3. У 16 разів. 4. $2 \cdot 10^{30}$ кг. № 18. 1. 2 кг; 20 Н. 2. $6 \cdot 10^{24}$ кг. 3. 4,9 м/с². 4. У 49 разів. № 19. 2. 30 м/с; 45 м. 3. 0,63 с; 8,1 м/с; 52°; 3,2 м; 3,7 м. 4. Ні. 5. 2,5 м; 10 м. 6. Перелетить. № 20. 1. 3,75 м/с²; 3,6 км/с. 2. 18 600 км. 3. 7,1 км/с; 2 год. 4. 6750 км. № 21. 1. 20 см. 2. 1884 Н. 3. 114 Н. 4. 200 ГПа; 40 МПа. 5. 5 Н/м; 20 Н/м. № 22. 1. 0 Н. 2. а) 10 Н; б) 5 Н; в) 15 Н. 3. 3,5 кН; $n=4$. 4. 45 кН; 31,6 м/с. 5. 0,5 с⁻¹. № 23. 1. Ні. 4. 0,5. 5. 7 м/с². 6. 15 Н; 0,025. № 24. 1. 20 с. 2. 0,0625. 3. 0,5. 4. 0,3 м/с². 5. 42 Н. 6. 2,7 м/с. № 25. 1. 100 Н. 2. На відстані 10 см від важкого тягаря. 3. 23 Н; 46 Н. 4. 51,3°. № 26. 3. $\approx 3,8$ см. 4. 1,3 см.

Завдання для самоперевірки. Частина 1. 1. б. 2. г. 3. а. 4. г. 5. г. 6. б. 8. ≈ 71 м/с, 45°. 9. 128 Н; 7 м/с. 10. У бік посудини з водою. Частина 2. 1. б. 2. б. 3. в. 4. б. 5. г. 6. в. 7. 0,24 м/с²; 8 с. 8. 0,27. 9. $F = \frac{mgr}{\sqrt{1-r^2}}$. 10. 15,5 м/с; 31°.

Розділ 3. № 27. 4. 1,75 м/с. 5. 4,1 м/с і 1,3 м/с. 6. $v_A = 8,7$ м/с; $v_B = 5$ м/с. 7. 1,4 м. № 28. 3. 550 Дж. 4. 0,5 т. 5. -562,5 Дж. 6. 20 Вт. № 29. 1. 1,8 ГДж. 2. 150 кДж. 3. Збільшилася у 2 рази. 4. 200 м/с. 5. а) 8 Дж; б) 24,5 Дж; в) 40 Дж. 6. 60°. № 30. 1. 0. 2. 2 м. 3. 3 Дж. 4. 5 Дж; 2 Дж. № 31. 3. 15 м; 20 м/с. 4. 17,5 м. 5. 0,9 м/с. 6. 15 см; 1,1 м/с. № 32. 2. У 2 рази. 3. 1 м/с; 4 м/с. 4. 6 м/с; 1 м/с. 5. 3 кг; 333 г. **Завдання для самоперевірки.** 1. в. 2. а. 3. г. 4. в. 5. а. 6. б. 7. г. 8. г. 9. в. 10. в. 11. б. 12. б. 13. 2,5 м; 7,1 м/с. 14. 5,4 Дж. 15. 2,5R.

Розділ 4. № 33. 1. 0,2 с; 5 Гц. 2. 0,5 Гц; 3,14 с⁻¹; 5. 3. 0,05 с; 10 с. 4. 5 см; 10 см; 20 см; 40 см. № 34. 1. $0,1\cos(2\pi t)$. 2. $0,05\sin(10\pi t)$. 3. 4 м; 8 с; 0,125 Гц. 4. 0,3 м; 6 с; 0,17 Гц; $\pi/2$; 0. 5. 2 м; 4 с; 0,25 Гц; $2\cos(0,5\pi t)$; 0,1 м; 4 с; 0,25 Гц; $0,1\cos(0,5\pi t)$; 0,1 м; 0,4 с; 2,5 Гц; $0,1\sin(5\pi t)$. № 35. 1. 99 Н/м; 0,5 Гц. 2. 2,3 кг. 3. У 2 рази. 4. 0,55 Н/м; 0,08 Гц; 1,4 Н. 5. 140 Гц. 6. 99 Гц. № 36. 1. 25 м/с². 2. 1 м. 3. Ні. 4. 90; 60. 5. 3,2 с. № 37. 1. 0,2 м. 2. 0,69 м/с; 0,05 Дж; 0,71 м/с. 3. 99 Дж; 44,5 Дж; 44,5 Дж. 6. 28 м/с. 4. 15 мДж; 5 мДж. № 38. 4. 72 км/год. 5. 158 Н/м. 6. 72 км/год. № 39. 1. 90 км. 2. 20 м/с. 3. 3 м/с. 4. а) Нагору; б) униз. 5. а) Наліво; б) направо. 6. $0,3\sin\left(\frac{\pi}{24}s\right)$.

Завдання для самоперевірки. 1. б. 2. в. 3. а. 4. а. 5. а-3; б-4; в-1; г-2. 6. 10 Гц. 7. $0,2\cos(20\pi t)$. 8. Точка А зміщується нагору, точка В — униз. 9. $0,1\sin(10\pi t)$. 10. $l=2$ м; $s=0$ м. 12. 7,9 Н/м; 0,3 м/с. 13. 0,25 м. 14. $T=2,4$ с. 15. $-0,6\sin(10\pi t)$.

Розділ 5. № 40. 1. с. 2. Так. 3. с. 4. 0,94с. 5. 0,95с; 0,38с. № 41. 1. $l=1,6$ м. 2. $2,6 \cdot 10^8$ м/с. 3. У 2 рази. 4. $\tau=3,3$ року. 5. $4,2 \cdot 10^7$ м/с. 7. 0,341 нДж.

Вступ

§ 1. Зародження та розвиток фізики як науки. Роль фізичного знання в житті людини та в суспільному розвитку.....	4
§ 2. Методи наукового пізнання. Фізичні величини та їх вимірювання.....	7
§ 3. Вимірювання. Похибки вимірювань.....	11
§ 4. Математика — мова фізики.....	17

Розділ 1. Кінематика

§ 5. Основна задача механіки. Механічний рух. Системи координат і системи відліку.....	23
§ 6. Матеріальна точка. Траєкторія руху. Шлях. Переміщення.....	28
§ 7. Рівномірний прямолінійний рух.....	33
§ 8. Відносність руху. Закони додавання переміщень і швидкостей.....	39
§ 9. Нерівномірний рух. Середня та миттєва швидкості.....	43
§ 10. Рівноприскорений прямолінійний рух. Прискорення.....	47
§ 11. Переміщення під час рівноприскореного руху. Рівняння координати.....	53
Лабораторна робота № 1.....	59
§ 12. Вільне падіння тіл. Прискорення вільного падіння. Рівняння руху для вільного падіння тіл.....	61
§ 13. Криволінійний рух тіла.....	65
§ 14. Рівномірний рух тіла по колу.....	67
Підбиваємо підсумки розділу 1 «Кінематика».....	72
Завдання для самоперевірки до розділу 1 «Кінематика».....	74

Розділ 2. Динаміка

§ 15. Явище інерції. Інерціальні системи відліку. Перший закон Ньютона.....	76
§ 16. Взаємодія. Сила.....	81
Лабораторна робота № 2.....	85
§ 17. Інертність. Маса тіла.....	87
§ 18. Другий закон Ньютона.....	89
§ 19. Третій закон Ньютона.....	93
§ 20. Закон всесвітнього тяжіння.....	96
§ 21. Сила тяжіння.....	101
§ 22. Рух тіла під дією сили тяжіння.....	104
§ 23. Штучні супутники Землі. Перша космічна швидкість.....	110
§ 24. Деформація тіл. Види деформації.....	115
§ 25. Сила пружності. Механічна напруга. Закон Гука.....	118
Лабораторна робота № 3.....	123
§ 26. Вага тіла. Вага тіла, яке рухається з прискоренням. Невагомість. Перевантаження.....	125
§ 27. Сила тертя.....	130
Лабораторна робота № 4.....	135
§ 28. Рух тіла під дією кількох сил.....	137
§ 29. Рівновага тіл. Момент сили. Умова рівноваги тіл, які мають вісь обертання.....	143
Лабораторна робота № 5.....	147

§ 30. Центр мас. Види рівноваги тіл.....	149
Підбиваємо підсумки розділу 2 «Динаміка».....	154
Завдання для самоперевірки до розділу 2 «Динаміка».....	156

Розділ 3. Закони збереження в механіці

§ 31. Закон збереження імпульсу.....	158
§ 32. Реактивний рух. Ракети.....	163
§ 33. Механічна робота. Потужність.....	167
§ 34. Механічна енергія. Кінетична енергія.....	171
§ 35. Потенціальна енергія.....	174
§ 36. Закон збереження механічної енергії.....	179
§ 37. Пружний і абсолютно непружний удари.....	184
Підбиваємо підсумки розділу 3 «Закони збереження в механіці».....	189
Завдання для самоперевірки до розділу 3 «Закони збереження в механіці».....	191

Розділ 4. Механічні коливання та хвилі

§ 38. Коливальний рух. Фізичні величини, які характеризують коливальний рух.....	193
§ 39. Гармонічні коливання. Рівняння гармонічних коливань.....	196
§ 40. Коливання пружинного маятника.....	201
§ 41. Коливання математичного маятника.....	206
Лабораторна робота № 6.....	210
§ 42. Енергія коливального руху.....	212
§ 43. Вимушені коливання. Резонанс.....	217
§ 44. Автоколивання.....	221
§ 45. Механічні хвилі.....	223
Підбиваємо підсумки розділу 4 «Механічні коливання та хвилі»...	230
Завдання для самоперевірки до розділу 4 «Механічні коливання та хвилі».....	232

Розділ 5. Релятивістська механіка

§ 46. Постулати спеціальної теорії відносності.....	234
§ 47. Релятивістський закон додавання швидкостей. Відносність одночасності.....	237
§ 48. Наслідки постулатів спеціальної теорії відносності.....	241
Підбиваємо підсумки розділу 5 «Релятивістська механіка».....	246

Сучасні уявлення про простір і час. Взаємозв'язок класичної, релятивістської механіки та космології.....	247
--	-----

Енциклопедична сторінка.....	252
------------------------------	-----