

А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонський
М. С. Якір

МАТЕМАТИКА

Підручник для 6 класу
загальноосвітніх
навчальних закладів

Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
(наказ МОН України від 07.02.2014 №123)

Мерзляк А. Г.

М52 Математика : підруч. для 6 кл. загальноосвіт. навч. закладів / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2014. — 400 с. : іл.
ISBN 978-966-474-237-2.

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я721

© А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський,
М. С. Якір, 2014
© ТОВ ТО «Гімназія», оригінал-макет,
художнє оформлення, 2014

ISBN 978-966-474-237-2

Від авторів

УЧНЯМ

ЛЮБИ ШЕСТИКЛАСНИКИ!

У цьому навчальному році, подорожуючи дивовижною країною знань, ви продовжите вивчення математики. Ми сподіваємося, що підручник, який ви тримаєте в руках, допоможе дізнатися багато нового й цікавого.

Ознайомтесь, будь ласка, з будовою цієї книжки. Її поділено на 4 параграфи, кожний з яких складається з пунктів. Усього в підручнику 47 пунктів, кожен з них починається з викладу теоретичного матеріалу. Вивчаючи його, особливу увагу звертайте на текст, який надруковано іншим шрифтом. Так у книзі виділено слова, що означають математичні терміни, *правила та найважливіші математичні твердження*. Зазвичай виклад теоретичного матеріалу завершується прикладами розв'язування задач. Їх можна розглядати як один із можливих зразків оформлення розв'язання.

До кожного пункту підібрано завдання для самостійного розв'язування, приступати до яких радимо лише після засвоєння теоретичного матеріалу. Серед завдань є як прості й середні за складністю вправи, так і важкі задачі (зокрема ті, що позначено зірочкою (*)).

Кожний пункт завершується особливою задачею, яку ми назвали «Задача від Мудрої Сови». Для її розв'язання потрібно виявити винахідливість і кмітливність.

Рубрика «Коли зроблено уроки» допоможе вам поглибити свої знання про важливі математичні об'єкти—числа й фігури. Сподіваємося, що це зацікавить вас.

У кінці підручника ви знайдете три розмальовки. Виконуючи домашні завдання, зафарбовуйте номери

розв'язаних задач. На розмальовці I наведено номери завдань для домашньої роботи, які в підручнику позначено знаком *, на розмальовці II — тих, які позначено знаком **, на розмальовці III — тих, які позначено знаком **. Наприкінці навчального року ви побачите, як виросла «споруда» ваших знань.

Держайте! Бажаємо успіху!


УЧИТЕЛЯМ

ВЕЛЬМИШАНОВНІ КОЛЕГИ!

Ми дуже сподіваємося, що цей підручник стане надійним помічником у вашій нелегкій і шляхетній праці, і будемо щиро раді, якщо він вам сподобається.

Бажаємо творчої наснаги й терпіння.

Умовні позначення:

- завдання, що відповідають початковому й середньому рівням навчальних досягнень;
- завдання, що відповідають достатньому рівню навчальних досягнень;
- завдання, що відповідають високому рівню навчальних досягнень;
- * задачі для математичних гуртків і факультативів;
- ◀ закінчення розв'язування прикладу;
-  завдання, які можна виконувати за допомогою комп'ютера;
- 340** завдання, які рекомендуються для усного розв'язування;
- 340** завдання, які рекомендуються для домашньої роботи.

§ 1. ПОДІЛЬНІСТЬ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Опанувавши матеріал цього параграфа, ви дізнаєтесь, як, не виконуючи ділення, визначити, чи ділиться дане натуральне число націло на 2, 3, 5, 9, 10.

Ознайомитеся із простими та складеними числами, навчитеся розкладати натуральні числа на прості множники.

Ви дізнаєтесь, що називають найбільшим спільним дільником і найменшим спільним кратним кількох натуральних чисел.



1. Дільники та кратні

Остача при діленні числа 30 на число 5 дорівнює 0, оскільки $30 = 5 \cdot 6$. Нагадаємо, що в такому разі говорять: число 30 ділиться націло на число 5. Число 5 називають дільником числа 30, а число 30 — кратним числа 5.

Натуральне число a ділиться націло на натуральне число b , якщо знайдеться натуральне число c таке, що є правильною рівність $a = b \cdot c$.

Якщо натуральне число a ділиться націло на натуральне число b , то число a називають кратним числа b , число b — дільником числа a .

Числа 1, 2, 3, 6, 10, 15, 30 також є дільниками числа 30, а число 30 є кратним кожного із цих чисел.

Зауважимо, що число 30 не ділиться націло, наприклад, на число 7. Тому число 7 не є дільником числа 30, а число 30 не кратне числу 7.

Як краще говорити: «Число a ділиться націло на число b », «Число b є дільником числа a », «Число a кратне числу b », «Число a є кратним числа b »? Байдуже, будь-який вибір буде правильним.

Легко записати всі дільники числа 6. Це числа 1, 2, 3 і 6. А чи можна перелічити всі числа, кратні числу 6? Числа $6 \cdot 1$, $6 \cdot 2$, $6 \cdot 3$, $6 \cdot 4$, $6 \cdot 5$ і т. д. кратні числу 6. Отримуємо, що чисел, кратних числу 6, — безліч. Тому перелічити їх усі неможливо.

Узагалі, для будь-якого натурального числа a кожне із чисел $a \cdot 1$, $a \cdot 2$, $a \cdot 3$, $a \cdot 4$, ... є кратним числа a .

Найменшим дільником будь-якого натурального числа a є число 1, а найбільшим — саме число a .

Серед чисел, кратних числу a , найбільшого немає, а найменше є — це саме число a .

Кожне із чисел 21 і 36 ділиться націло на число 3, і їхня сума, число 57, також ділиться націло на число 3.

Узагалі, якщо кожне із чисел a і b ділиться націло на число k , то й сума $a + b$ також ділиться націло на число k .



Кожне із чисел 4 і 8 не ділиться націло на число 3, а їхня сума, число 12, ділиться націло на число 3.

Кожне із чисел 9 і 7 не ділиться націло на число 5, і їхня сума, число 16, не ділиться націло на число 5.

Узагалі, якщо ні число a , ні число b не діляться націло на число k , то сума $a + b$ може ділитися, а може й не ділитися націло на число k .

Число 35 ділиться націло на число 7, а число 17 на число 7 націло не ділиться. Сума $35 + 17$ націло на число 7 також не ділиться.

- 3) число 5 є дільником числа 51;
 - 4) число 9 є дільником числа 99;
 - 5) число 18 є кратним числа 3;
 - 6) число 28 кратне числу 8?
- 2.* Які із чисел 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 30 є:
- 1) дільниками 24;
 - 2) кратними 6;
 - 3) дільниками 20 і 24;
 - 4) дільниками 24 і кратними 4?
- 3.* Чому дорівнює: 1) найбільший дільник числа 19 735; 2) його найменший дільник; 3) його найменше кратне?
- 4.* Запишіть усі дільники числа:
- 1) 18; 2) 8; 3) 13; 4) 56.
- 5.* Запишіть усі дільники числа:
- 1) 30; 2) 12; 3) 23; 4) 72.
- 6.* Запишіть п'ять чисел, які кратні числу:
- 1) 7; 2) 30; 3) 100; 4) 34.
- 7.* Запишіть чотири числа, які кратні числу:
- 1) 16; 2) 12; 3) 150; 4) 47.
- 8.* Із чисел 28, 36, 48, 64, 92, 100, 108, 110 випишіть такі, що:
- 1) є кратними 4; 2) не є кратними 6.
- 9.* Відомо, що сума натуральних чисел a і b ділиться націло на 5. Чи можна стверджувати, що:
- 1) кожне із чисел a і b ділиться націло на 5;
 - 2) одне із чисел ділиться націло на 5, а друге — ні?
- Відповідь проілюструйте прикладами.
- 10.* Відомо, що жодне із чисел a і b не ділиться націло на 11. Чи є правильним твердження, що їхня сума також не ділиться націло на 11?
- 11.* Запишіть усі числа, які є дільниками кожного із чисел:
- 1) 15 і 20; 2) 7 і 21; 3) 24 і 36; 4) 20 і 21.

- 12.* Запишіть усі числа, які є дільниками кожного із чисел:
1) 12 і 18; 2) 60 і 90; 3) 22 і 35; 4) 9 і 27.
- 13.* Запишіть яке-небудь число, що є кратним кожного із чисел:
1) 3 і 4; 2) 6 і 12; 3) 4 і 6.
- 14.* Запишіть яке-небудь число, що є кратним кожного із чисел:
1) 5 і 9; 2) 8 і 32; 3) 8 і 12.
-  15.* Запишіть:
1) усі двоцифрові числа, кратні 19;
2) усі трицифрові числа, кратні 105.
-  16.* Запишіть усі двоцифрові числа, кратні 23.
- 17.* Запишіть усі значення x , кратні числу 4, при яких є правильною нерівність $18 < x < 36$.
- 18.* Запишіть усі значення x , кратні числу 6, при яких є правильною нерівність $25 < x < 60$.
- 19.* Запишіть усі значення x , які є дільниками числа 80, при яких є правильною нерівність $7 < x < 40$.
- 20.* Запишіть усі значення x , які є дільниками числа 98, при яких є правильною нерівність $14 < x < 50$.
- 21.* Знайдіть число, кратне числам 9 і 11 та більше за 100. Скільки існує таких чисел?
- 22.* Знайдіть число, кратне числам 9 і 12 та менше від 100. Скільки існує таких чисел?
- 23.* Чи є правильним твердження:
1) якщо число a кратне 6, то воно кратне 3;
2) якщо число a кратне 3, то воно кратне 6;
3) якщо число a кратне числам 3 і 4, то воно кратне 12;
4) якщо число a кратне числам 4 і 6, то воно кратне 24?
Відповідь проілюструйте прикладами.
- 24.* Знайдіть три натуральних числа, для яких кратним буде число: 1) 65; 2) 121. Укажіть усі варіанти вибору таких трьох чисел.

- 25." При діленні числа a на 7 отримали остачу 4. Яку умову має задовольняти число b , щоб сума $a + b$ була кратною 7?
- 26." При діленні числа a на 9 отримали остачу 5. Яку умову має задовольняти число b , щоб різниця $a - b$ була кратною 9?
- 27." При яких натуральних значеннях n значення виразу $15n$ кратне числу: 1) 3; 2) 5; 3) 10; 4) 11?
- 28." При яких натуральних значеннях n значення виразу:
- 1) $3n + 2$ кратне числу 2; 2) $4n + 3$ кратне числу 3?
- 29.* Доведіть, що:
- 1) двоцифрове число, яке записане двома однаковими цифрами, кратне 11;
- 2) трицифрове число, яке записане трьома однаковими цифрами, кратне 37.
- 30.* До одноцифрового числа дописали одну цифру, у результаті чого воно збільшилося в 41 раз. Яку цифру й до якого числа дописали?
- 31.* У двоцифровому числі закреслили одну цифру, у результаті чого воно зменшилося в 17 разів. Яку цифру та в якому числі закреслили?



Вправи для повторення

32. Відкриття першої школи на Русі відбулося, як записано в «Повісті минулих літ», у Києві за часів князя Володимира Святославовича в 988 р. Першу в Україні гімназію було відкрито в Новгороді-Сіверському в 1804 р. Через скільки років після відкриття першої школи це відбулося? На скільки років ваша школа «молодша» від першої школи?
33. Спростіть вираз і обчисліть його значення:
- 1) $0,2a \cdot 50b$, якщо $a = 4$, $b = 3,6$;
- 2) $0,4x \cdot 25y$, якщо $x = 2,4$, $y = 3$.

34. Розв'яжіть рівняння:

1) $2,48x + 3,52x = 1,26$; 2) $4,63x + 3,37x = 1,92$.

35. До їдальні привезли 146 кг овочів: 6 ящиків помідорів і 8 ящиків огірків. Скільки кілограмів огірків було в кожному ящику, якщо помідорів у кожному ящику було 7,8 кг, а маси огірків у кожному ящику однакові?

Готуємося до вивчення нової теми

36. Запишіть у вигляді суми розрядних доданків число:
1) 278; 2) 5093.

37. Виконайте ділення з остачею:

1) $429 : 2$; 3) $768 : 10$; 5) $134 : 5$;
2) $5001 : 2$; 4) $9123 : 10$; 6) $2867 : 5$.

38. Виразіть ділене через неповну частку, дільник і остачу у вигляді рівності $a = bq + r$, де a — ділене, b — дільник, q — неповна частка, r — остача:

1) $83 : 7$; 2) $171 : 17$.



Задача від Мудрої Сови

39. Складіть із шести сірників чотири рівносторонніх трикутники зі стороною, яка дорівнює довжині одного сірника.

2. Ознаки подільності на 10, на 5 і на 2

Остання цифра кожного із чисел 90, 210, 1400 дорівнює нулю. Усі ці числа діляться націло на 10. Справді, кожне з них можна подати у вигляді добутку двох натуральних чисел, одне з яких дорівнює 10. Маємо: $90 = 9 \cdot 10$, $210 = 21 \cdot 10$, $1400 = 140 \cdot 10$.

Остання цифра числа 187 не дорівнює нулю. Це число не ділиться націло на 10. Дійсно, можна запи-

сати: $187 = 180 + 7$. Число 187 ми подали у вигляді суми двох доданків, один з яких ділиться націло на 10, а другий — не ділиться. Із правила, сформульованого в попередньому пункті, випливає, що така сума не ділиться націло на 10.

Наведені приклади ілюструють, як за записом натурального числа можна визначити, ділиться воно націло на 10 чи ні.

Якщо запис натурального числа закінчується цифрою 0, то це число ділиться націло на 10.

Якщо запис натурального числа закінчується будь-якою цифрою, яка відмінна від 0, то це число не ділиться націло на 10.

Ці два твердження називають ознакою подільності на 10.

Знайдемо неповну частку та остачу при діленні деяких натуральних чисел на 10.

Маємо: $173 = 170 + 3 = 10 \cdot 17 + 3$; $4258 = 4250 + 8 = 10 \cdot 425 + 8$; $20\,005 = 10 \cdot 2000 + 5$.

Ці приклади ілюструють таке: якщо натуральне число поділити на 10, то остача дорівнюватиме числу, яке записане останньою цифрою цього числа.

За допомогою останньої цифри числа встановлюють і деякі інші ознаки подільності.

Числа 2, 14, 26, 58 діляться націло на 2. Натуральні числа, які націло діляться на 2, називають **парними**.

Натуральні числа, які не діляться націло на 2, називають **непарними**. Наприклад, числа 3, 5, 17, 349, 10 001 — непарні.

Цифри 0, 2, 4, 6, 8 називають **парними**, а цифри 1, 3, 5, 7, 9 — **непарними**.

А як, не виконуючи ділення, установити парність числа? І тут допомагає ознака подільності.

Якщо запис натурального числа закінчується парною цифрою, то це число ділиться націло на 2.

Якщо запис натурального числа закінчується непарною цифрою, то це число не ділиться націло на 2.

Зазначимо, що всі непарні числа при діленні на 2 дають в остачі 1. Наприклад, $53 = 2 \cdot 26 + 1$, $121 = 2 \cdot 60 + 1$.

Зауважимо, що коли парне число помножити на 5, то отримаємо число, остання цифра якого дорівнює 0. Наприклад, $2 \cdot 5 = 10$, $16 \cdot 5 = 80$, $28 \cdot 5 = 140$. Якщо ж непарне число помножити на 5, то остання цифра отриманого добутку дорівнюватиме 5. Наприклад, $3 \cdot 5 = 15$, $17 \cdot 5 = 85$, $29 \cdot 5 = 145$.

Отже, останньою цифрою числа $n \cdot 5$, де n — будь-яке натуральне число, є 0 або 5. Також є правильним твердження: якщо натуральне число закінчується цифрою 0 або цифрою 5, то його можна подати у вигляді добутку двох натуральних чисел, одне з яких дорівнює 5, тобто подати у вигляді $n \cdot 5$, де n — деяке натуральне число. Наприклад, $15 = 3 \cdot 5$, $120 = 24 \cdot 5$.

Тепер зрозуміло, як серед натуральних чисел розпізнавати такі, що є кратними 5.

Якщо запис натурального числа закінчується цифрою 0 або цифрою 5, то це число ділиться націло на 5.

Якщо запис натурального числа закінчується будь-якою цифрою, відмінною від цифр 0 і 5, то це число не ділиться націло на 5.


Наприклад, числа 15, 35, 70, 3580, 11 445 діляться націло на 5, а числа 17, 24, 5553, 172 802 націло на 5 не діляться.

1. Якою цифрою має закінчуватися запис натурального числа, щоб воно ділилося націло на 10?
2. Які числа називають парними? непарними?
3. Які цифри називають парними? непарними?
4. Як за записом натурального числа встановити, кратне воно 2 чи ні?
5. Як за записом натурального числа встановити, ділиться воно націло на 5 чи ні?

Розв'язуємо усно

- Чи є правильним твердження:
 - число 17 є дільником 34;
 - число 5 є дільником числа 35;
 - число 45 є кратним числа 10;
 - число 17 кратне числу 2?
- Назвіть чотири натуральних числа, для яких дільником є число: 1) 2; 2) 7.
- Назвіть чотири натуральних числа, кратних числу: 1) 5; 2) 11.
- Назвіть у порядку зростання всі дільники числа: 1) 6; 2) 14; 3) 40; 4) 9; 5) 7.

Вправи

-  40.* Заповніть таблицю (поставте знак «+» у разі ствердної відповіді або знак «-» у протилежному разі):

Число	24	53	60	78	79	96	142	241	495	7207
Парне число										

- Із чисел 34, 467, 435, 860, 648, 5465, 8216, 2405, 1020, 246 370 виписіть такі, що діляться націло:
 - на 2; 2) на 5; 3) на 10.
- Які із чисел 68, 395, 760, 943, 1270, 2625, 9042, 7121, 1734:
 - не діляться націло на 2;
 - кратні 10;
 - діляться націло на 5, але не діляться націло на 10?
- Чи є правильним твердження:
 - сума двох парних чисел є парним числом;
 - сума двох непарних чисел є непарним числом;
 - сума парного і непарного чисел є непарним числом;
 - якщо сума двох чисел є парним числом, то й доданки — парні числа;
 - добуток двох парних чисел є парним числом;

- 6) добуток двох непарних чисел є непарним числом;
- 7) добуток парного і непарного чисел є непарним числом?

44.* Запишіть усі непарні значення x , при яких є правильною нерівність:

- 1) $273 < x < 290$; 2) $2725 < x < 2737$.

45.* Запишіть усі парні значення x , при яких є правильною нерівність:

- 1) $134 < x < 160$; 2) $489 < x < 502$.

46.* Знайдіть усі значення x , кратні числу 5, при яких є правильною нерівність:

- 1) $38 < x < 75$; 2) $3720 < x < 3754$.

47.* Знайдіть усі значення x , кратні числу 10, при яких є правильною нерівність:

- 1) $279 < x < 320$; 2) $1465 < x < 1510$.

48.* Запишіть усі чотирицифрові числа, кратні числу 5, для запису яких використовують цифри 0, 3, 5, 7 (цифри не можуть повторюватися).

49.* Знайдіть усі цифри, які можна дописати праворуч до числа 793, щоб отримати число, кратне: 1) 2; 2) 5; 3) 10 (можна дописувати тільки одну цифру).

50.* Запишіть найбільше:

- 1) чотирицифрове число, кратне 2;
- 2) п'ятицифрове число, кратне 5;
- 3) шестицифрове число, кратне 10.

Цифри у записі числа не можуть повторюватися.

51.* 1) Запишіть шість перших натуральних чисел, що є кратними 100. Зверніть увагу на дві останні цифри цих чисел. Сформулюйте ознаку подільності на 100.

2) Запишіть вісім перших натуральних чисел, що є кратними 25. Зверніть увагу на дві останні цифри цих чисел. Сформулюйте ознаку подільності на 25.

52.* Знайдіть найбільше двоцифрове число x , при якому значення виразу $x - 32$ ділиться націло на 5.

- 53.* Знайдіть найменше трицифрове число y , при якому значення виразу $327 + y$ є числом, кратним 10.
- 54.* Чи може число, у записі якого всі цифри дорівнюють 1, ділитися націло на число, у записі якого всі цифри дорівнюють 2?
- 55.* Чи може число, у записі якого всі цифри дорівнюють 2, ділитися націло на число, у записі якого всі цифри дорівнюють: 1) 1; 2) 5?
- 56.** 1) Сума двох натуральних чисел є непарним числом. Парним чи непарним числом є їхній добуток?
2) Сума двох натуральних чисел є парним числом. Чи обов'язково їхній добуток є парним числом?
- 57.** Парною чи непарною буде сума 7 натуральних чисел, якщо: 1) 4 доданки парні, а решта — непарні; 2) 4 доданки непарні, а решта — парні?
- 58.** Сума дев'яти натуральних чисел дорівнює 1000. Чи можна стверджувати, що їхній добуток — парне число? Відповідь поясніть.
- 59.** Чи можна розкласти 50 яблук на 5 купок, у кожній з яких буде непарна кількість яблук? Відповідь поясніть.
- 60.** Чи існує прямокутник, довжини сторін якого виражені натуральними числами в сантиметрах, причому одна з них на 1 см довша за іншу, і площа якого дорівнює $12\,345\text{ см}^2$?
- 61.** Відомо, що n — натуральне число. Чи є парним числом значення виразу:
1) $2n$; 4) $(2n - 1)(2n + 3)$;
2) $2n + 1$; 5) $(2n + 5)(4n - 2)(2n + 7)$;
3) $n(n + 1)$;
- 62.** У школі працюють два нічних охоронці: Іван Іванович і Петро Петрович. Вони працюють по черзі з вечора до ранку наступного дня. Іван Іванович заступив на чергування 1 вересня, Петро Петрович — 2 вересня. Хто з них заступить на чергуван-

ня 18 вересня? 29 вересня? 1 жовтня? 30 жовтня? 31 жовтня? По яких числах — парних чи непарних — чергуватиме Іван Іванович у листопаді? Хто з них чергуватиме в ніч на Новий рік?

63.* Чи є правильним твердження, що з будь-яких трьох натуральних чисел завжди знайдуться два таких, сума яких ділиться націло на 2?

64.* Скількома нулями закінчується запис числа, яке дорівнює добутку:

1) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 15 \cdot 16$; 2) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 25 \cdot 26$?

65.* Сума двох натуральних чисел дорівнює 700. Одне з них закінчується цифрою 7. Якщо її закреслити, то отримаємо друге число. Знайдіть ці числа.

66.* Скільки існує двоцифрових чисел, для запису яких використано тільки: 1) парні цифри; 2) непарні цифри?

67.* Чи можна у виразі $1 + 2 + 3 + \dots + 8 + 9$ замінити деякі знаки «+» на знаки «-» так, щоб значення отриманого числового виразу дорівнювало 18?



Вправи для повторення

68. Доведіть, що:

1) 14 168 кратно 28; 3) 73 є дільником 14 892;

2) 1878 не кратно 24; 4) 56 не є дільником 5172.

69. В Україні є 20 природних та біосферних заповідників. Скільки є заповідників кожного виду, якщо біосферних у 4 рази менше, ніж природних?

70. Скільки в Україні ботанічних садів і скільки дендрологічних парків, якщо всього їх 34, причому дендрологічних парків на 10 менше, ніж ботанічних садів?

71. Виконайте дії:

1) $(69 \cdot 0,63 - 10,098 : 5,4 - 20,54) : 0,324$;

2) $0,98 \cdot 3,8 - 0,132 : 5,5 - 2,45$.



Задача від Мудрої Сови

4	6	5
7	18	9
6	10	7

Рис. 1

72. У клітинках таблиці розміром 3×3 клітинки стоять нулі. Дозволяється вибрати будь-який квадрат розміром 2×2 клітинки та збільшити числа у всіх його клітинках на одиницю. Чи можна після кількох таких операцій отримати таблицю, зображену на рисунку 1?

3. Ознаки подільності на 9 і на 3

Виконавши ділення, можна переконатися, що кожне із чисел 108, 4869, 98 802 ділиться націло на 9. А чи існує інший, швидший спосіб переконатися в цьому?

Інакше кажучи, чи існує ознака подільності на 9? Так, вона існує.

Зазначимо, що сума цифр кожного із цих трьох чисел кратна 9. А ось, наприклад, ні самі числа 124, 533, 7253, ні суми їхніх цифр, які відповідно дорівнюють 7, 11, 17, не кратні 9. І це не випадково.

Якщо сума цифр натурального числа ділиться націло на 9, то й саме число ділиться націло на 9.

Якщо сума цифр натурального числа не ділиться націло на 9, то й саме число не ділиться націло на 9.

Аналогічно можна визначити, чи ділиться число націло на 3.

Якщо сума цифр натурального числа ділиться націло на 3, то й саме число ділиться націло на 3.

Якщо сума цифр натурального числа не ділиться націло на 3, то й саме число не ділиться націло на 3.

Наприклад, число 7854 ділиться націло на 3, оскільки сума його цифр, що дорівнює 24, ділиться націло на 3. Число 3749 не ділиться націло на 3, оскільки сума його цифр, що дорівнює 23, не ділиться націло на 3.




1. Як установити, чи ділиться число націло на 9?
2. Як за записом натурального числа встановити, кратно воно 3 чи ні?


Розв'язуємо усно

1. Буквою n позначили деяке парне число. Парним чи непарним є число: 1) $n + 1$; 2) $n + 2$?
2. Якою цифрою закінчується добуток:
1) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$; 2) $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13$?
3. Які із чисел 184, 162, 243, 145, 210, 144, 153, 105, 230, 201 діляться націло: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10; 4) на 3; 5) на 9?
4. Яке із чисел 2045, 4750, 7254, 6225 ділиться націло на 3, але не ділиться націло на 2?
5. Яку із цифр 5, 8, 2, 1 треба поставити замість зірочки, щоб число $56*5$ було кратним 9?
6. Скільки існує двоцифрових чисел, кратних числу:
1) 5; 2) 9?

Вправи

-  73.* Заповніть таблицю (поставте знак «+» у разі ствердної відповіді або знак «-» у противному разі):

Число	7263	4681	2743	6885	7227	6350	7920
Кратне 9							

-  74.* Заповніть таблицю (поставте знак «+» у разі ствердної відповіді або знак «-» у противному разі):

Число	1356	4813	9075	3272	6390	15 684	53 206
Кратне 3							

- 75.* Із чисел 8937, 6585, 37 828, 44 292, 9462, 58 395, 23 646 виписіть такі, що діляться націло: 1) на 3; 2) на 9; 3) на 3 і на 2.

- 76.*** Із чисел 7826, 1215, 4075, 2880, 3921, 9319, 6072, 8142 випишіть такі, що діляться націло: 1) на 3; 2) на 9; 3) на 9 і на 5.
- 77.*** Знайдіть усі значення y , кратні:
- 1) числу 3, при яких є правильною нерівність $143 < y < 162$;
 - 2) числу 9, при яких є правильною нерівність $92 < y < 128$.
- 78.*** Знайдіть усі значення m , кратні:
- 1) числу 3, при яких є правильною нерівність $324 < m < 345$;
 - 2) числу 9, при яких є правильною нерівність $423 < m < 480$.
- 79.*** Замість зірочки поставте таку цифру, щоб отримати число, кратне 3 (розгляньте всі можливі випадки):
- 1) 54 84*;
 - 2) 3*6 393;
 - 3) 79*8.
- 80.*** Замість зірочки поставте таку цифру, щоб отримати число, кратне 9 (розгляньте всі можливі випадки):
- 1) 62 8*1;
 - 2) 57* 582;
 - 3) 7*51.
- 81.*** Запишіть:
- 1) найменше число, для запису якого використано лише цифру 2 і яке ділиться націло на 3;
 - 2) найменше трицифрове число, що ділиться націло на 9.
- 82.*** Яку цифру можна поставити замість зірочки в записі 627*, щоб отримане число ділилося націло й на 3, і на 5?
- 83.*** Яку цифру можна поставити замість зірочки в записі 21 85*, щоб отримане число ділилося націло на 3, але не ділилося націло на 2?
- 84.*** Яку цифру можна поставити замість зірочки в записі 347*, щоб отримане число ділилося націло й на 2, і на 3?

85.* Запишіть найменше:

- 1) чотирицифрове число, кратне 3;
- 2) п'ятицифрове число, кратне 9;
- 3) шестицифрове число, кратне 3 і 2;
- 4) чотирицифрове число, кратне 5 і 9.

Цифри в записі числа не можуть повторюватися.

86.* Запишіть найбільше чотирицифрове число, яке ділиться націло:

- 1) на 2 і на 3;
- 2) на 3 і на 5;
- 3) на 3 і на 10;
- 4) на 2 і на 9.

87.* Яке найменше число треба додати до даного, щоб отримати число, кратне 9:

- 1) 1275;
- 2) 3333;
- 3) 25 718;
- 4) 987 652;
- 5) 10 203 040;
- 6) 19 191 919 191?

88.* Запишіть, використовуючи по одному разу кожну із цифр 0, 1, 4, 7, найбільше і найменше чотирицифрові числа, кратні 15.

89.* До числа 15 допишіть ліворуч і праворуч по одній цифрі такій, щоб число, яке утвориться, було кратним 15. Скільки розв'язків має задача?

90.* До числа 34 допишіть ліворуч і праворуч по одній цифрі такій, щоб число, яке утвориться, було кратним 45. Скільки розв'язків має задача?

91.* Замість зірочок поставте такі цифри, щоб число $*74*$ ділилося націло на 18. Знайдіть усі можливі розв'язки.


92.* Замість зірочок поставте такі цифри, щоб число $3*4*$ ділилося націло на 9. Знайдіть усі можливі розв'язки.

93.* Галина Петрівна придбала 3 пакети кефіру, пачку масла за 15 грн 60 к., кілька хлібин по 4 грн 35 к., 6 коробок сірників. Чи може вся її покупка коштувати 72 грн 80 к.?

- 94.* Спочатку обчислили суму цифр числа, що дорівнює добутку $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 999 \cdot 1000$. Потім обчислили суму цифр отриманого числа. Так робили доти, доки не отримали одноцифрове число. Яке це число?
- 95.* Роман і Дмитро записують дев'ятинадцятицифрове число, використовуючи тільки цифри 1, 2 і 4. Першу цифру пише Роман, другу — Дмитро, третю — знову Роман і т. д. по черзі. Роман хоче отримати в результаті число, кратне 3. Чи може Дмитро завадити йому це зробити?



Вправи для повторення

96. Як зміниться — збільшиться чи зменшиться — і на скільки дев'ятицифрове число, остання цифра якого 0, а передостання — 5, якщо ці дві цифри поміняти місцями?
-  97. Річка Рось на 38 км довша за річку Хорол. Знайдіть довжину кожної із цих річок, якщо їхня спільна довжина дорівнює 654 км.
98. За маршрутом Київ — Житомир — Вінниця виїхав автомобіль. Яка відстань між Житомиром і Вінницею, якщо вона на 6 км менша від відстані між Києвом і Житомиром, а довжина цього маршруту становить 256 км?
99. Обчисліть:
- 1) $6,29 : 0,85 + (53 - 48,184) : 5,6$;
 - 2) $5,33 : 0,65 - (1,9218 - 0,8118) : 3$.

Готуємося до вивчення нової теми

100. Спростіть вираз, замінивши добуток однакових множників степенем:
- 1) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$;
 - 2) $10 \cdot 10 \cdot 10$;
 - 3) $a \cdot a \cdot a \cdot a$;
 - 4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$.

101. Знайдіть значення виразу:

1) 2^5 ; 2) 7^2 ; 3) $(0,6)^5$; 4) $0,5^3$; 5) 0^6 ; 6) 1^{12} .

102. Запишіть число 64 у вигляді степеня з основою:

1) 8; 2) 4; 3) 2.



Задача від Мудрої Сови

103. У чемпіонаті країни з футболу беруть участь 16 команд, кожна з яких має свій стадіон. Усі команди повинні зіграти між собою, причому в кожному турі відбуваються всі 8 ігор. Чи можна скласти розклад турів так, щоб кожна команда грала по черзі на своєму стадіоні та на стадіоні суперника?



Коли зроблено уроки

Ділиться чи не ділиться?

Ви вже знаєте ознаки подільності на 2, на 3, на 5, на 9 і на 10. Виникає природне запитання: чи існують ознаки подільності, наприклад, на 4, на 6, на 7, на 8, на 11 і т. д.? Такі ознаки існують. Розглянемо деякі з них.

Легко встановити ознаку подільності на 6. Оскільки $6 = 2 \cdot 3$, то до діленого потрібно одночасно застосувати ознаки подільності на 2 і на 3.

Аналогічно можна отримати ознаки подільності на 15 (оскільки $15 = 3 \cdot 5$), на 18 (оскільки $18 = 2 \cdot 9$), на 30 (оскільки $30 = 3 \cdot 10$), на 45 (оскільки $45 = 5 \cdot 9$) тощо.

Ознаку подільності на 4 пояснимо на таких прикладах.

1) Розглянемо число 524. Маємо: $524 = 5 \cdot 100 + 24$. Кожний доданок суми $5 \cdot 100 + 24$ ділиться націло на 4, отже, і саме число 524 ділиться націло на 4.

2) Розглянемо число 7518.

Маємо: $7518 = 75 \cdot 100 + 18$.

Тут перший доданок суми $75 \cdot 100 + 18$ ділиться націло на 4, а другий — ні, отже, число 7518 не ділиться націло на 4.

Зауважимо, що будь-яке натуральне число m можна подати у вигляді суми

$$m = n \cdot 100 + a,$$

де n — натуральне число або 0, a — одноцифрове чи двоцифрове число або 0.

Оскільки число 100 ділиться націло на 4, то можна дійти такого висновку: *подільність даного числа на 4 залежить лише від подільності на 4 числа, записаного його двома останніми цифрами.*

Щоб з'ясувати, ділиться чи не ділиться число націло на 8, наведемо такі приклади:

число $13\ 006 = 13 \cdot 1000 + 6$ не ділиться націло на 8;

число $25\ 040 = 25 \cdot 1000 + 40$ ділиться націло на 8;

число $5122 = 5 \cdot 1000 + 122$ не ділиться націло на 8;

число $3624 = 3 \cdot 1000 + 624$ ділиться націло на 8.

Оскільки число 1000 ділиться націло на 8, то *подільність даного числа на 8 залежить від подільності на 8 числа, яке записане його трьома останніми цифрами.*

Записуючи число у вигляді суми певним способом, можна встановити й інші ознаки подільності.

Так, записавши число у вигляді суми розрядних доданків, можна обґрунтувати ознаки подільності на 9 і на 3.

Розглянемо, наприклад, число 486, кратне 9. Запишемо його у вигляді суми розрядних доданків:

$$486 = 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6.$$

Оскільки $100 = 99 + 1$ і $10 = 9 + 1$, то можемо записати:

$$4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6 = 4 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 6.$$

Розкриємо дужки й перегрупуємо доданки:

$$\begin{aligned} 4 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 6 &= 4 \cdot 99 + 4 + 8 \cdot 9 + 8 + 6 = \\ &= (4 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + (4 + 8 + 6). \end{aligned}$$

Отже, $486 = (4 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + (4 + 8 + 6)$.

У червоних дужках сума $4 \cdot 99 + 8 \cdot 9$ ділиться націло на 9. У зелених дужках записано суму цифр числа 486. Вона також ділиться націло на 9. Тоді й саме число 486 кратно 9.

Запишемо таким самим чином число 532. Маємо:

$$\begin{aligned} 532 &= 5 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 2 = 5 \cdot (99 + 1) + \\ &+ 3 \cdot (9 + 1) + 2 = 5 \cdot 99 + 5 + 3 \cdot 9 + 3 + 2 = \\ &= (5 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (5 + 3 + 2). \end{aligned}$$

Отже, $532 = (5 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (5 + 3 + 2)$.

Значення виразу, записаного в червоних дужках, ділиться націло на 9. А сума цифр числа 532, записана в зелених дужках, на 9 націло не ділиться. Отже, число 532 не кратно 9.

Визначимо, що ознаку подільності на 9 ми змогли отримати завдяки тому, що будь-яке натуральне число n можна подати у вигляді суми за такою схемою:

Число n	=	Число, яке ділиться націло на 9	+	Сума цифр числа n
--------------	---	------------------------------------	---	------------------------

Аналогічно можна обґрунтувати ознаку подільності на 3.

Для того щоб визначити, чи ділиться число націло на 11, роблять так: додають усі цифри числа, які стоять на непарних місцях (рахуючи справа наліво), далі додають усі цифри, які стоять на парних місцях, потім обчислюють різницю знайдених сум. Якщо ця різниця ділиться націло на 11, то й саме число ділиться націло на 11.

Зрозуміти, звідки впливає така ознака, допоможе такий приклад:

$$\begin{aligned} 638 &= 6 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 8 = 6 \cdot (99 + 1) + 3 \cdot (11 - 1) + \\ &+ 8 = 6 \cdot 99 + 3 \cdot 11 + (6 - 3 + 8). \end{aligned}$$

Значення виразу $6 \cdot 99 + 3 \cdot 11$ ділиться націло на 11. Отже, чи ділиться націло число 638 на 11, залежить від того, чи ділиться націло на 11 значення виразу $6 - 3 + 8$.

Оскільки $6 - 3 + 8 = 11$, то число 638 ділиться націло на 11.

Існують ознаки подільності й на інші числа (7, 13, 37 тощо). Проте вони набагато складніші, ніж описані тут. Ви можете з ними ознайомитися, відвідуючи математичний гурток або вивчаючи популярну літературу з математики.

Ознаки подільності можуть не лише бути корисними при розв'язуванні задач, а й стати підґрунтям для демонстрації числових фокусів. Опишемо один із них.

Фокусник просить одного з глядачів, у якого є коробочка сірників, порахувати їх, потім витягти з коробочки кількість сірників, яка дорівнює сумі



цифр отриманого числа. Не повідомляючи ніякої інформації, глядач передає фокуснику закриту коробочку. Той деякий час трясє її та, не відкриваючи, визначає кількість сірників у коробці.

Тут немає ні магії, ні чародійства. Просто фокусник добре знає ознаку подільності на 9, з якої випливає, що *різниця числа і суми його цифр завжди ділиться націло на 9*. А отже, у коробці може бути тільки 9, 18, 27, 36 або 45 сірників (зазвичай у коробочці більше не буває). Зважаючи на це, при певному тренуванні можна за звуком (або за масою коробочки) визначити кількість сірників.

4. Прості та складені числа

Число 1 має тільки один дільник — одиницю. Будь-яке інше натуральне число a має принаймні два дільники — одиницю та саме число a . Справді,

$$a : 1 = a, \quad a : a = 1.$$

Число 5 має тільки два дільники — числа 1 і 5. Тільки два дільники мають також, наприклад, числа 2, 7, 11, 13. Такі числа називають простими.

Натуральне число називають простим, якщо воно має тільки два натуральних дільники: одиницю та саме це число.

На форзаці підручника розміщено таблицю всіх простих чисел, які менші від 1000.

Число 2 — найменше просте число. Зазначимо, що це єдине парне просте число. Справді, будь-яке інше парне число має щонайменше три дільники: число 1, число 2 та саме число.

Простих чисел безліч. З доведенням цього факту ви можете ознайомитися на с. 32–35. Найбільшого простого числа не існує.

Числа 6, 15, 49, 1000 мають більше ніж два дільники.

Натуральне число називають складеним, якщо воно має більше ніж два натуральних дільники.

Оскільки число 1 має тільки один дільник, то його не відносять ні до простих, ні до складених чисел.

Складене число 105 можна різними способами подати у вигляді добутку його дільників.

Наприклад, $105 = 15 \cdot 7 = 35 \cdot 3 = 5 \cdot 21 = 3 \cdot 5 \cdot 7$.

Останній добуток відрізняється від інших тим, що всі його множники — прості числа. Говорять, що число 105 розкладено на прості множники.

Будь-яке складене число можна подати у вигляді добутку простих чисел, тобто розкласти на прості множники.

Наприклад:

$$10 = 2 \cdot 5;$$

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3;$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5;$$

$$81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3;$$

$$200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5.$$

Зауважимо, що будь-яких два розклади числа на прості множники складаються з одних і тих самих множників і можуть відрізнятися лише порядком їхнього розміщення.

Зазвичай добуток однакових множників у розкладі числа на прості множники замінюють степенем. Наприклад:

$$18 = 2 \cdot 3^2; 80 = 2^4 \cdot 5; 81 = 3^4; 200 = 2^3 \cdot 5^2.$$

Під час розкладання числа на прості множники зручно користуватися схемою, яку продемонструємо на прикладі розкладання числа 2940:

- 1) 2940 кратно 2, $2940 : 2 = 1470$;
- 2) 1470 кратно 2, $1470 : 2 = 735$;
- 3) 735 не кратно 2, але кратно 3, $735 : 3 = 245$;
- 4) 245 не кратно 3, але кратно 5, $245 : 5 = 49$;
- 5) 49 не кратно 5, але кратно 7, $49 : 7 = 7$;
- 6) 7 кратно 7, $7 : 7 = 1$.

$$\text{Отже, } 2940 = 2 \cdot 1470 = 2 \cdot 2 \cdot 735 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 245 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 49 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2.$$

Наведений нижче «числовий стовпчик» наочно демонструє, як працює запропонована схема розкладання числа на прості множники:

2940	2
1470	2
735	3
245	5
49	7
7	7
1	



1. Яке натуральне число називають простим?
2. Яке натуральне число називають складеним?
3. Чому число 1 не відносять ні до простих, ні до складених чисел?
4. Чи існує парне число, яке є простим?
5. Назвіть найменше просте число.
6. Чи будь-яке складене число можна розкласти на прості множники?

Розв'язуємо усно

1. Виконайте дії:
1) $4,99 + 4,01$; 5) $6 \cdot 0,01$;
2) $4,99 + 4,1$; 6) $0,6 \cdot 0,1$;
3) $0,6 - 0,25$; 7) $6 : 0,1$;
4) $3,4 - 3,04$; 8) $0,6 : 0,01$.
2. Які із чисел 106, 165, 207, 253, 271, 282, 305, 315, 374, 389 діляться націло: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 3; 4) на 9?
3. Назвіть усі дільники числа: 1) 28; 2) 29; 3) 30; 4) 31.
4. Число 204 дорівнює добутку чисел 34 і 6. Чи є число 34 дільником числа 204? А число 6?
5. Чому дорівнює частка чисел 945 і 9? Чи є отримана частка дільником числа 945?
6. У Петрика було на 26 грн більше, ніж у Дмитрика. Після того як Петрик купив нову книгу, у нього стало на 12 грн менше, ніж у Дмитрика. Скільки коштує книга?

Вправи

- 104.* Серед чисел 1, 3, 6, 7, 12, 13, 21, 23, 24, 28, 29, 33, 45, 46, 47 укажіть: 1) прості; 2) складені.
- 105.* Запишіть усі дільники даного числа, підкресліть ті з них, які є простими числами: 1) 21; 2) 30; 3) 48; 4) 54.
- 106.* Розкладіть на прості множники число:
1) 12; 2) 42; 3) 216; 4) 450; 5) 920; 6) 2280; 7) 10 850.
- 107.* Розкладіть на прості множники число:
1) 27; 2) 56; 3) 625; 4) 820; 5) 2772; 6) 702; 7) 1224.
- 108.* Запишіть:
1) усі прості числа, більші за 10 і менші від 25;
2) усі складені числа, більші за 35 і менші від 49.
- 109.* Запишіть:
1) усі прості числа, більші за 22 і менші від 38;
2) усі складені числа, більші за 60 і менші від 78.

- 110.*** Простим чи складеним числом є добуток:
1) $13 \cdot 1$; 2) $14 \cdot 1$; 3) $4 \cdot 7$; 4) $11 \cdot 13$; 5) $43 \cdot 1$;
6) $1 \cdot 111$?
- 111.*** Запишіть усі дільники числа, яке дорівнює добутку: 1) $2 \cdot 2 \cdot 5$; 2) $3 \cdot 5 \cdot 7$.
- 112.*** Запишіть усі дільники числа, яке дорівнює добутку: 1) $2 \cdot 5 \cdot 13$; 2) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$.
- 113.*** Чому дорівнює частка від ділення числа a на число b , якщо:
1) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$;
2) $a = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19$, $b = 3 \cdot 13 \cdot 19$?
- 114.*** Чому дорівнює частка від ділення числа a на число b , якщо:
1) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, $b = 2 \cdot 5 \cdot 13$;
2) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 37$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 37$?
- 115.*** Запишіть усі двоцифрові числа, у розкладі яких на прості множники один із множників дорівнює:
1) 7; 2) 17; 3) 23.
- 116.*** Запишіть усі двоцифрові числа, розклад яких на прості множники складається: 1) із двох однакових множників; 2) із трьох однакових множників.
- 117.*** Скільки існує чисел, які можна розкласти на два двоцифрових простих множники, один з яких на 2 більший за інший? Скористайтесь таблицею простих чисел, розміщеною на форзаці.
- 118.*** Знайдіть усі числа, які можна розкласти на два двоцифрових простих множники, різниця яких дорівнює 4. Скористайтесь таблицею простих чисел, розміщеною на форзаці.
- 119.*** Задумали просте число. Відомо, що наступне за ним натуральне число теж просте. Яке число задумали?
- 120.*** Чи може сума двох простих чисел бути простим числом? У разі ствердної відповіді наведіть приклад.

121.* Чи може бути простим числом:

- 1) добуток двох різних чисел;
- 2) значення площі квадрата, довжину сторони якого виражено натуральним числом?

Відповідь обґрунтуйте.

122.* Чи може сума двох складених чисел бути простим числом? У разі ствердної відповіді наведіть приклад.

123.* Чи існує прямокутник, довжини сторін якого виражено натуральними числами, а периметр — простим числом (довжини сторін і периметр прямокутника виражені в одних і тих самих одиницях виміру)? Відповідь обґрунтуйте.

124.* Чи може добуток ста різних простих чисел ділитися націло: 1) на 3; 2) на 9?

125.** Чи існують три послідовних натуральних числа: 1) кожне з яких є простим; 2) жодне з яких не є складеним? Відповідь обґрунтуйте.

126.** При якому натуральному значенні n буде простим числом значення виразу: 1) $2n$; 2) n^2 ; 3) $n(n+1)$?

127.* Натуральне число a , більше за 1 і менше від 100, не ділиться націло на жодне із чисел 2, 3, 5 і 7. Чи можна стверджувати, що число a — просте? Відповідь обґрунтуйте.

128.* Просте число, яке більше за 1000, поділили на 6. Чому може дорівнювати остача?

129.* Знайдіть усі пари простих чисел, різниця яких дорівнює 17.



Вправи для повторення

130. Квадрат зі стороною 1,6 см і прямокутник, ширина якого 0,8 см, мають рівні площі. Знайдіть довжину прямокутника.

131. Розв'яжіть рівняння:

1) $4x + 5x + 4,7 = 16,4$; 3) $(35,8 - x) : 2,1 = 1,3$;

2) $0,7x - 0,4x + 46 = 211$; 4) $0,9(283 - x) = 17,01$.

132. Запишіть 5 чисел, що є кратними: 1) числа 8;

2) числа 18; 3) числа n .

133. При діленні націло числа a на 15 отримали число, кратне 6. Чи ділиться націло число a на 10? Відповідь обґрунтуйте.

134. При діленні націло числа a на 6 отримали число, кратне 12. Чи ділиться націло число a на 9? Відповідь обґрунтуйте.

Готуємося

до вивчення нової теми

135. Знайдіть значення степеня:

1) 3^4 ; 2) 6^2 ; 3) 5^3 ; 4) 2^7 ; 5) 7^3 ; 6) 11^2 .

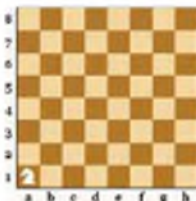
136. Із чисел 348, 975, 1026, 2531, 12 120, 43 674, 58 121 випишіть такі, що діляться націло: 1) на 2; 2) на 3; 3) на 5.



Задача

від Мудрої Сови

137. Шаховий кінь починає свій маршрут у лівому нижньому куті дошки, а закінчує його в правому верхньому куті. Чи може кінь при цьому побувати на всіх полях дошки по одному разу?



Коли

зроблено уроки

Чи такі вже прості ці прості числа?

Коли із чимось можна впоратися легко, без проблем, ми говоримо «проста задача», «проста справа»,

«простий маршрут» тощо. Вам може здатися, що коли йдеться про прості числа, то жодних ускладнень не передбачається. Проте це зовсім не так.

Прості числа поставили перед математиками чимало складних питань, на багато які з них відповіді досі не знайдено. Деякі проблеми, пов'язані з простими числами, розглянуто в цьому оповіданні.

З першої тисячі натуральних чисел 168 є простими (див. форзац). Є прості числа й у другій, третій, четвертій тисячах. Може скластися враження, що серед будь-яких 1000 натуральних чисел, які йдуть поспіль, трапляються прості. Але цей висновок помилковий.

Запишемо у стовпчик 1000 числових виразів:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 2;$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 3;$$

...

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 1000;$$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 1001 + 1001.$$

Значеннями цих виразів є послідовні натуральні числа. Кожне із цих чисел є складеним. Справді, перше число ділиться націло на 2, друге — на 3, дев'ятсот дев'яносто дев'яте — на 1000, тисячне — на 1001.

Подібно до цього можна сконструювати, наприклад, мільйон, мільярд, трильйон і т. д. складених чисел, які йдуть поспіль.

Тоді можна припустити, що в натуральному ряді, починаючи з якогось місця, узагалі неможливо натрапити на просте число. Однак і це неправильно. Досліджуючи таблиці простих чисел, французький математик Жозеф Луї Франсуа Бертран (1822–1900) припустив, що при $n > 2$ між числами n і $2n - 2$ міститься щонайменше одне просте число. Першим довів цей факт видатний російський математик Пафнутій Львович Чебишов (1821–1894).

Ще давньогрецький учений Евклід у своїй знаменитій книзі «Начала» довів, що існує безліч простих чисел. Він міркував приблизно так. Нехай простих чисел є скінченна кількість, наприклад стільки, скільки їх у першій тисячі. Перемножимо їх і до добутку додамо число 1. Отримаємо число $n = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 997 + 1$. Число n більше за будь-яке з простих чисел першої тисячі. Отже, воно складене, а тому має ділитися націло на деяке просте число k . Водночас добуток $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 997$ також ділиться націло на k . Тоді при діленні числа n на k отримаємо в остачі 1, а це суперечить тому, що число n ділиться націло на k .



Як ви бачите, доведення непросте. Установити, наприклад, що існує безліч непарних (парних) чисел, значно легше. Якщо у вираз $2n - 1$ по черзі замість n підставляти всі натуральні числа, то отримаємо нескінченну послідовність, яка складається з непарних чисел: 1, 3, 5, 7,

Отже, вираз $2n - 1$ породжує всі непарні числа. А чи існує вираз, при підстановці в який замість букви будь-якого натурального числа отримаємо просте число?

Звісно, існує! Ось наприклад $\frac{6n}{2n}$. При будь-якому натуральному n цей вираз буде «видавати» просте число 3.

Зрозуміло, що така «формула» простих чисел нас не задовольняє. Хотілося б мати вираз, який дав би змогу отримувати всі прості числа одне за одним. На жаль, математики досі такого зручного виразу не знайшли.

У світі простих чисел є багато й інших нерозв'язаних задач. Наприклад, у таблиці простих чисел (див. форзац) червоним кольором виділено прості числа, які відрізняються на 2. Це, зокрема, 3 і 5, 5 і 7, 419 і 421. Прості числа, які утворюють такі пари, називають близнюками. Скінченною чи нескінченною є кількість пар близнюків, поки що невідомо.

Залишається загадкою, скільки існує простих чисел, усі цифри яких — одиниці. Наприклад, числа 11, 11 111, 11 111 111 111 111 111 111 111 є простими.

Скінченною чи нескінченною є множина¹ простих чисел, у записі яких не міститься жодного нуля, ще й досі не знає ніхто.

5. Найбільший спільний дільник

Число 28 має такі дільники: **1, 2, 4, 7, 14, 28**. Дільниками числа 42 є числа **1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42**. Червоним кольором виділено числа **1, 2, 7, 14**, які є спільними дільниками чисел 28 і 42. Серед спільних дільників число **14** є найбільшим.

Найбільше натуральне число, на яке ділиться націло кожне з двох даних натуральних чисел, називають найбільшим спільним дільником цих чисел.

Найбільший спільний дільник чисел a і b позначають так: НСД (a ; b).

Отже, можна записати: $\text{НСД}(28; 42) = 14$.

Неважко встановити, наприклад, що $\text{НСД}(7; 12) = 1$, $\text{НСД}(10; 25) = 5$, $\text{НСД}(18; 24) = 6$.

¹ Докладніше з поняттям множини ви ознайомитесь в оповіданні «Нерозумні» числа».

Найбільший спільний дільник багатоцифрових чисел зручно знаходити, попередньо розклавши їх на прості множники.

Знайдемо НСД (455; 770).

Розкладемо числа 455 і 770 на прості множники:

$$\begin{array}{r|l} 455 & 5 \\ 91 & 7 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \quad 455 = 5 \cdot 7 \cdot 13
 \qquad
 \begin{array}{r|l} 770 & 2 \\ 385 & 5 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \quad 770 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$$

Червоним кольором виділено всі спільні прості дільники цих чисел: 5 і 7. Найбільше число, на яке ділиться націло й 455, і 770, дорівнює $5 \cdot 7$, тобто $\text{НСД}(455; 770) = 5 \cdot 7 = 35$.

Розглянемо ще один приклад.

Знайдемо НСД (180; 840). Розклавши числа 180 і 840 на прості множники, отримаємо:

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$840 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Як бачимо, у розкладах даних чисел деякі прості множники повторюються. Число 2 у розкладі числа 180 трапляється двічі, а в розкладі числа 840 — тричі. При цьому число 4, яке дорівнює $2 \cdot 2$, є спільним дільником даних чисел, а число 8, яке дорівнює $2 \cdot 2 \cdot 2$, не є дільником числа 180. Так само видно, що число 3 — спільний дільник даних чисел, а число 9, яке дорівнює $3 \cdot 3$, не є дільником числа 840. Ще розглядувані числа мають спільний дільник — число 5.

Отже, числа 180 і 840 діляться націло на кожне із чисел 4, 3, 5. Вони також діляться націло й на їхній добуток $4 \cdot 3 \cdot 5$. Таким чином, $\text{НСД}(180; 840) = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Якщо розклади чисел 180 і 840 на прості множники записати у вигляді добутку степенів:

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1;$$

$$840 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1,$$

то НСД зручно знаходити за таким правилом.

1) *Визначити степені, основи яких є спільними простими дільниками даних чисел* (у розглядуваному прикладі це основи 2, 3, 5).

2) *Із кожної пари степенів з однаковими основами вибрати степінь з меншим показником* (у розглядуваному прикладі це 2^2 , 3^1 , 5^1).

3) *Перемножити вибрані степені.*

Отриманий добуток є шуканим найбільшим спільним дільником (у розглядуваному прикладі НСД $(180; 840) = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$).

Розглянемо ще один приклад.

Знайдемо НСД (585; 616).

Маємо: $585 = 3^3 \cdot 5 \cdot 13$; $616 = 2^3 \cdot 7 \cdot 11$.

Бачимо, що числа 585 і 616 не мають спільних простих дільників. Їхній найбільший спільний дільник дорівнює 1, тобто НСД (585; 616) = 1.

Якщо найбільший спільний дільник двох натуральних чисел дорівнює 1, то їх називають взаємно простими.

Числа 585 і 616 — взаємно прості.

Зазначимо, що *будь-які два простих числа є взаємно простими*. Наприклад, НСД (17; 43) = 1, НСД (101; 919) = 1.

ПРИКЛАД 1 Знайдіть НСД (250; 3000).

Розв'язання. У цьому випадку немає потреби розкладати дані числа на прості множники. Число 250 — дільник числа 3000. Тому НСД (250; 3000) = 250.

Відповідь: 250. ◀

Узагалі, якщо число a — дільник числа b , то НСД (a ; b) = a .

Зауважимо, що можна знаходити найбільший спільний дільник будь-якої кількості натуральних чисел, зокрема трьох.

ПРИКЛАД 2 Знайдіть НСД (132; 180; 144).

Розв'язання. Розкладемо дані числа на прості множники:

$$\begin{array}{r|l} 132 & 2 \\ 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11; \quad 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5; \quad 144 = 2^4 \cdot 3^2.$$

Отже, НСД (132; 180; 144) = $2^2 \cdot 3 = 12$.

Відповідь: 12. ◀






1. Яке число називають найбільшим спільним дільником двох чисел?
2. Як можна знайти НСД двох натуральних чисел, використовуючи їхній розклад на прості множники?
3. Які числа називають взаємно простими?
4. Чому дорівнює НСД двох чисел, одне з яких кратне другому?

Розв'язуємо усно

1. Скільки існує простих чисел, останньою цифрою яких є 5?
2. Якими цифрами не може закінчуватися жодне просте число?
3. Чи може просте число ділитися націло на 3? на 9?
4. Які з чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 14, 15, 17, 31, 32, 33 є простими, а які — складеними?
5. Назвіть усі прості значення x , при яких буде правильною нерівність $40 < x < 50$.
6. Назвіть усі складені значення y , при яких буде правильною нерівність $15 < y < 25$.

7. Які однакові цифри треба поставити замість зірочок, щоб була правильною рівність $2,*+4,*=7,6$?
8. Чи є наведений розклад на множники розкладом на прості множники:
1) $120=2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$; 2) $567=7 \cdot 9^2$; 3) $180=3 \cdot 6 \cdot 10$?
9. Скільки всього дільників має число a , якщо $a=3 \cdot 5 \cdot 19$?

Вправи


- 138.* Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:
1) 12 і 18; 3) 6 і 36; 5) 35 і 18;
2) 24 і 30; 4) 48 і 64; 6) 14, 21 і 28.
- 139.* Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:
1) 16 і 24; 3) 10 і 15; 5) 21 і 49;
2) 15 і 60; 4) 45 і 56; 6) 12, 18 і 24.
-  140.* Знайдіть найбільший спільний дільник чисел a і b :
1) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$;
2) $a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^3 \cdot 11^2 \cdot 19$, $b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 11^2 \cdot 19^3$.
-  141.* Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:
1) 72 і 120; 2) 792 і 1188; 3) 924 і 396; 4) 116 і 111.
-  142.* Знайдіть найбільший спільний дільник чисел:
1) 42 і 105; 2) 588 і 252; 3) 680 і 612.
- 143.* Серед наведених пар чисел виберіть пари взаємно простих чисел:
1) 14 і 21; 3) 42 і 55; 5) 28 і 39;
2) 54 і 65; 4) 14 і 70; 6) 63 і 42.
Для пар чисел, які не є взаємно простими, укажіть їхній найбільший спільний дільник.
- 144.* Складіть усі пари взаємно простих чисел із чисел 12, 14, 33, 25.
- 145.* Складіть усі пари взаємно простих чисел із чисел 15, 16, 21, 77.

146.* Запишіть усі правильні дроби зі знаменником 15, у яких чисельник і знаменник — взаємно прості числа.

147.* Запишіть усі неправильні дроби із чисельником 16, у яких чисельник і знаменник — взаємно прості числа.

 **148.*** Доведіть, що:

- 1) числа 364 і 495 — взаємно прості;
- 2) числа 380 і 399 не є взаємно простими.

 **149.*** Доведіть, що:

- 1) числа 945 і 572 — взаємно прості;
- 2) числа 1095 і 738 не є взаємно простими.

150.* Використовуючи цифри 2, 3, 4, запишіть усі можливі двоцифрові числа (цифри в кожному двоцифровому числі мають бути різними). З утворених чисел випишіть пари взаємно простих чисел.

151.* Напишіть три такі пари складених чисел, щоб у кожній парі числа були взаємно простими.

152.* Між учнями 6 класу поділили порівну 155 зошитів і 62 ручки. Скільки в цьому класі учнів?

153.** На автомобілі навантажили 96 контейнерів з картоплею та 64 контейнери з капустою. Скільки було автомобілів, якщо відомо, що їх не менше ніж 20 і на всіх автомобілях була однакова кількість контейнерів з картоплею та однакова кількість контейнерів з капустою?

154.** Між шкільними бібліотеками поділили 92 тлумачних і 138 орфографічних словників української мови. Скільки було шкіл, якщо відомо, що їх не менше ніж 25 і всі школи отримали однакові комплекти зі словників двох видів?

155.** Для новорічних подарунків придбали 96 шоколадок, 72 апельсини та 84 банани. Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна з них

скласти, якщо треба використати всі продукти? Скільки окремо шоколадок, апельсинів і бананів буде в кожному подарунку?

156.* Зі 156 жовтих, 234 білих і 390 червоних троянд склали букети. Яку найбільшу кількість однакових букетів можна скласти, якщо треба використати всі квіти?



Вправи для повторення

157. Використовуючи цифри 2, 5 і 9 (цифри не можуть повторюватися), запишіть трицифрове число: 1) кратне 2; 2) кратне 5. Чи можна за допомогою цих цифр записати число, кратне 3?

158. Яку цифру можна поставити замість зірочки в записі $1*8$, щоб отримане число ділилося націло на 18?

159. Запишіть число 19 у вигляді суми трьох простих чисел.

160. Якщо до деякого двоцифрового числа праворуч дописати нуль, то дане число збільшиться на 432. Знайдіть це число.

161. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:

$$1) 38 \xrightarrow{\cdot a} 1,9 \xrightarrow{+b} 2,24 \xrightarrow{:c} 56;$$

$$2) a \xrightarrow{+2,5} 4 \xrightarrow{\cdot x} 1,6 \xrightarrow{:y} 32.$$



Задача від Мудрої Сови

162. Барон Мюнхгаузен розповідав, що він розрізав кавун на чотири частини, а після того як його з'їли, залишилося п'ять шкірок. Чи може таке бути, якщо шкірки не ламати?

6. Найменше спільне кратне

Число 24 кратне кожному із чисел 6 і 4. У цьому разі говорять, що число 24 є спільним кратним чисел 4 і 6.

Запишемо числа, кратні 4. Маємо: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ...

Запишемо числа, кратні 6. Маємо: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ...

Червоним кольором виділено спільні кратні чисел 4 і 6.

Найменше натуральне число, яке ділиться націло на кожне з двох даних натуральних чисел, називають найменшим спільним кратним цих чисел.

Найменше спільне кратне чисел a і b позначають так: НСК (a ; b). Отже, можна записати: $\text{НСК}(4; 6) = 12$.

Неважко встановити, наприклад, що $\text{НСК}(2; 3) = 6$, $\text{НСК}(10; 15) = 30$, $\text{НСК}(12; 24) = 24$.

Для пошуку НСК двох чисел, наприклад 18 і 30, можна скористатися такою схемою: будемо послідовно виписувати числа, кратні 30, доти, доки не отримаємо число, кратне 18. Маємо: 30; 60; 90. Число 90 є найменшим спільним кратним чисел 18 і 30.

Проте частіше для пошуку НСК використовують інший спосіб.

Розглянемо розклади на прості множники чисел 18, 30 і числа 90, яке є їхнім найменшим спільним кратним. Маємо:

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2;$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5;$$

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

Як бачимо, число 90, яке є найменшим спільним кратним чисел 18 і 30, містить усі множники з розкладу числа 18 (їх виділено червоним кольором) і множник 5 (його позначено зеленим кольором) з розкладу числа 30, якого немає в розкладі числа 18.

Розглянемо ще один приклад.
Знайдемо НСК (84; 90). Маємо:

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7;$$

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

$$\text{Тоді НСК}(84; 90) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 = 1260.$$

Якщо розклади чисел 84 і 90 на прості множники записати у вигляді добутку степенів:

$$84 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 7^1;$$

$$90 = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^1,$$

то НСК зручно знаходити за таким правилом.

1) *Вибрати степені, основи яких трапляються лише в одному з розкладів даних чисел на прості множники* (у розглядуваному прикладі це 7^1 і 5^1).

2) *Із кожної пари степенів з однаковими основами вибрати степінь з більшим показником* (у розглядуваному прикладі це 2^2 і 3^2).

3) *Перемножити вибрані степені.*

Отриманий добуток є шуканим найменшим спільним кратним (у розглядуваному прикладі $\text{НСК}(84; 90) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 7^1$).

ПРИКЛАД 1 Знайдіть НСК (250; 3000).

Розв'язання. У цьому випадку немає потреби розкладати дані числа на прості множники. Число 250 — дільник числа 3000. Тому $\text{НСК}(250; 3000) = 3000$.

Відповідь: 3000. ◀

Узагалі, якщо число a — дільник числа b , то $\text{НСК}(a; b) = b$.

ПРИКЛАД 2 Знайдіть найменше спільне кратне чисел 8 і 15.

Розв'язання. Маємо: $8 = 2^3$, $15 = 3 \cdot 5$, $\text{НСК}(8; 15) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 8 \cdot 15 = 120$.

Відповідь: 120. ◀

Числа 8 і 15 — взаємно прості. Знайти їхнє найменше спільне кратне можна було, скориставшись таким правилом: *найменше спільне кратне взаємно простих чисел дорівнює їхньому добутку*.

Зауважимо, що можна знаходити найменше спільне кратне будь-якої кількості натуральних чисел, зокрема трьох.

ПРИКЛАД 3 Знайдіть НСК (18; 24; 30).

Розв'язання. Подано дані числа у вигляді добутку степенів простих чисел:

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^1 \cdot 3^2;$$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^1;$$

$$30 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1.$$

$$\text{Тоді НСК}(18; 24; 30) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 = 8 \cdot 9 \cdot 5 = 360.$$

Відповідь: 360. ◀



1. Яке число називають найменшим спільним кратним двох чисел?
2. Як можна знайти НСК двох натуральних чисел, використовуючи їхній розклад на прості множники?
3. Чому дорівнює НСК двох чисел, одне з яких є дільником другого?
4. Чому дорівнює НСК взаємно простих чисел?

Розв'язуємо усно

1. Назвіть яке-небудь трицифрове число, що:
 - 1) ділиться націло на 3, але не ділиться націло на 9;
 - 2) ділиться націло на 9 і на 2;
 - 3) ділиться націло на 9 і на 5;
 - 4) ділиться націло на 3 і на 4;
 - 5) ділиться націло на 9, а при діленні на 10 дає остачу 7.

2. Назвіть три спільних кратних чисел:
1) 2 і 3; 2) 4 і 6; 3) 5 і 10.
3. Використовуючи кожен із цифр 0, 2, 3 і 4, складіть найменше і найбільше чотирицифрові числа, кратні 5. Чи можна стверджувати, що отримані числа кратні 15?
4. У парку посадили каштани й дуби, причому на кожний каштан припадало три дуби. Скільки всього дерев посадили в парку, якщо дубів посадили 24?


Вправи

163.* Знайдіть найменше спільне кратне чисел:


- 1) 8 і 12; 3) 6 і 12; 5) 24 і 36;
2) 12 і 16; 4) 10 і 21; 6) 6, 8 і 12.

164.* Знайдіть найменше спільне кратне чисел:


- 1) 6 і 10; 3) 14 і 28; 5) 32 і 48;
2) 9 і 12; 4) 8 і 9; 6) 8, 9 і 15.

 **165.*** Знайдіть найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел a і b :

- 1) $a = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$, $b = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$;
2) $a = 2^4 \cdot 3 \cdot 11$, $b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 13$.

 **166.*** Знайдіть найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел a і b :

- 1) $a = 3 \cdot 5^2$, $b = 3 \cdot 5 \cdot 7$;
2) $a = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^4$, $b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$.

 **167.*** Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

- 1) 56 і 70; 3) 320 і 720;
2) 78 і 792; 4) 252 і 840.

 **168.*** Знайдіть найменше спільне кратне чисел:

- 1) 42 і 63; 3) 675 і 945;
2) 120 і 324; 4) 924 і 396.

169.* Знайдіть найменше спільне кратне знаменників дробів:

1) $\frac{11}{12}$ і $\frac{4}{15}$;

2) $\frac{97}{100}$ і $\frac{1}{125}$.

170.* Знайдіть найменше спільне кратне знаменників дробів:

1) $\frac{8}{9}$ і $\frac{7}{6}$;

2) $\frac{11}{20}$ і $\frac{24}{25}$.

171.* Знайдіть найменше спільне кратне перших п'яти:

1) натуральних чисел; 2) непарних чисел; 3) простих чисел.

172.* Знайдіть найменше спільне кратне: 1) перших п'яти парних чисел; 2) перших чотирьох складених чисел.

173.* Довжина кроку Чебурашки дорівнює 15 см, а крокодила Гени — 50 см. Яку найменшу однакову відстань має пройти кожний із них, щоб вони обидва зробили по цілому числу кроків?

174.* З одного місця в одному напрямі по велотреку одночасно стартували два велосипедисти. Один із них робить коло за 1 хв, а другий — за 45 с. Через яку найменшу кількість хвилин після початку руху вони знову одночасно зустрінуться в місці старту? Скільки кіл по велотреку при цьому проїде кожний із них?

175.* Дмитро й Петро вирушили в похід з одного пункту в одному напрямі. Петро робив зупинку для відпочинку через кожні 2400 м, а Дмитро — через кожні 2800 м. На якій найменшій відстані від пункту відправлення їхні зупинки збігатимуться?

176.* У ящику менше ніж 80 мандаринів. Відомо, що їх можна поділити порівну між двома, трьома або п'ятьма дітьми, але не можна поділити порівну між чотирма дітьми. Скільки мандаринів є в ящику?

177." Сашко ходить до басейну один раз на 3 дні, Юрко — раз на 4 дні, Петрик — раз на 5 днів. Вони зустрілися в басейні у вівторок. Через скільки днів і в який день тижня вони зустрінуться наступного разу?

178." Готуючи новорічні подарунки, члени батьківського комітету 6 класу побачили, що цукерки, які в них є, можна розкласти порівну по 15 штук або по 20 штук в один подарунок. Скільки було цукерок, якщо відомо, що їх було більше за 600 і менше від 700?



Вправи для повторення

179. Якщо до даного числа додати 2, то отримане число буде кратним 5. Чому дорівнює остача від ділення даного числа на 5?

180. Білий лелека пролетів 48 км зі швидкістю 40 км/год. Скільки змахів крилами зробив при цьому лелека, якщо щосекунди він робить 2 змахи?


Готуємося до вивчення нової теми

181. У коробці лежать 14 куль, з яких 5 — синього кольору. Яку частину всіх куль становлять сині?

182. У коробці лежать 14 куль, з яких $\frac{3}{7}$ становлять кулі червоного кольору. Скільки червоних куль є в коробці?

183. У коробці лежать кулі, 6 із яких білого кольору. Скільки всього куль лежить у коробці, якщо білі становлять $\frac{3}{7}$ усіх куль?

184. Укажіть, які з дробів $\frac{12}{17}$, $\frac{12}{7}$, $\frac{5}{13}$, $\frac{15}{13}$, $\frac{374}{10}$, $\frac{53}{8}$, $\frac{53}{54}$, $\frac{72}{71}$: 1) правильні; 2) неправильні. Неправильні дробі перетворіть у мішані числа.

-  185. Накресліть координатний промінь, узявши за одиничний такий відрізок, довжина якого в 6 разів більша за сторону клітинки зошита. Позначте на промені точки, що відповідають числам: $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{11}{6}$, $\frac{12}{6}$, $\frac{13}{6}$.



Задача від Мудрої Сови

186. На диво-дереві садівник виростив 85 бананів і 70 апельсинів. Щодня він зриває два плоди, і одразу на дереві виростає один новий. Якщо садівник зриває два однакових фрукти, то виростає апельсин, а якщо два різних — то банан. Яким виявиться останній фрукт на цьому дереві?

ЗАВДАННЯ № 1 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

1. У якій парі чисел перше число є дільником другого?
А) 4 і 14 Б) 7 і 42 В) 6 і 46 Г) 8 і 94
2. Скільки дільників має число 19?
А) жодного Б) один В) два Г) три
3. Скільки серед чисел 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37 простих чисел?
А) 2 Б) 3 В) 4 Г) 5
4. Укажіть найменше спільне кратне чисел 12 і 18.
А) 18 Б) 24 В) 36 Г) 72
5. Чому дорівнює НСД (36; 42)?
А) 4 Б) 6 В) 12 Г) 18
6. Яке з даних чисел ділиться націло на 3, але не ділиться націло ні на 2, ні на 5?
А) 3540 Б) 2607 В) 7335 Г) 6228
7. Яке найменше натуральне число треба додати до числа 832, щоб отримана сума була кратною одночасно числам 3 і 5?
А) 3 Б) 5 В) 8 Г) 9
8. Яку цифру треба поставити замість зірочки, щоб число 18 45* ділилося націло на 9, але не ділилося націло на 6?
А) 0 Б) 3 В) 6 Г) 9
9. Укажіть пару взаємно простих чисел.
А) 49 і 39 Б) 18 і 14 В) 26 і 65 Г) 22 і 99
10. Знайдіть найменше спільне кратне чисел $a = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3$, $b = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$ і $c = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$.
А) 27 000 Б) 9000 В) 2700 Г) 90 000
11. У ящику лежить деяка кількість яблук. Виявилось, що їх можна розкласти в 5 однакових рядів, або у 8 однакових рядів, або у 12 однакових рядів. Яка найменша кількість яблук може бути в ящику?
А) 480 Б) 240 В) 120 Г) 60
12. Для новорічних подарунків придбали 192 цукерки, 144 мандарини та 168 яблук. Яку найбільшу кількість однакових подарунків можна з них скласти, якщо треба використати всі продукти?
А) 16 Б) 24 В) 28 Г) 32

ГОЛОВНЕ В ПАРАГРАФІ 1

Дільники та кратні

- Натуральне число a ділиться націло на натуральне число b , якщо знайдеться натуральне число c таке, що є правильною рівність $a = b \cdot c$.
- Якщо натуральне число a ділиться націло на натуральне число b , то число a називають кратним числа b , число b — дільником числа a .

Ознака подільності на 10

- Якщо запис натурального числа закінчується цифрою 0, то це число ділиться націло на 10.
- Якщо запис натурального числа закінчується будь-якою цифрою, яка відрізняється від 0, то це число не ділиться націло на 10.

Ознака подільності на 2

- Якщо запис натурального числа закінчується парною цифрою, то це число ділиться націло на 2.
- Якщо запис натурального числа закінчується непарною цифрою, то це число не ділиться націло на 2.

Ознака подільності на 5

- Якщо запис натурального числа закінчується цифрою 0 або цифрою 5, то це число ділиться націло на 5.
- Якщо запис натурального числа закінчується будь-якою цифрою, відмінною від цифр 0 і 5, то це число не ділиться націло на 5.

Ознака подільності на 9

- Якщо сума цифр натурального числа ділиться націло на 9, то й саме число ділиться націло на 9.
- Якщо сума цифр натурального числа не ділиться націло на 9, то й саме число не ділиться націло на 9.

Ознака подільності на 3

- Якщо сума цифр натурального числа ділиться націло на 3, то й саме число ділиться націло на 3.
- Якщо сума цифр натурального числа не ділиться націло на 3, то й саме число не ділиться націло на 3.

Просте число

Натуральне число називають простим, якщо воно має тільки два натуральних дільники: одиницю та саме це число.

Складене число

Натуральне число називають складеним, якщо воно має більше ніж два натуральних дільники.

Розкладання на прості множники

Будь-яке складене число можна подати у вигляді добутку простих чисел, тобто розкласти на прості множники.

Найбільший спільний дільник

Найбільше натуральне число, на яке ділиться націло кожне з даних натуральних чисел, називають найбільшим спільним дільником цих чисел.

Знаходження найбільшого спільного дільника

- 1) Визначити степені, основи яких є спільними простими дільниками даних чисел.
 - 2) Із кожної пари степенів з однаковими основами вибрати степінь з меншим показником.
 - 3) Перемножити вибрані степені.
- Отриманий добуток є шуканим найбільшим спільним дільником.

Взаємно прості числа

Якщо найбільший спільний дільник двох натуральних чисел дорівнює 1, то їх називають взаємно простими.

Найменше спільне кратне

Найменше натуральне число, яке ділиться націло на кожне з даних натуральних чисел, називають найменшим спільним кратним цих чисел.

Знаходження найменшого спільного кратного

- 1) Вибрати степені, основи яких трапляються лише в одному з розкладів даних чисел на прості множники.
 - 2) Із кожної пари степенів з однаковими основами вибрати степінь з більшим показником.
 - 3) Перемножити вибрані степені.
- Отриманий добуток є шуканим найменшим спільним кратним.

Найменше спільне кратне двох взаємно простих чисел

Найменше спільне кратне двох взаємно простих чисел дорівнює їхньому добутку.

§ 2. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ

Вивчивши матеріал цього параграфа, ви розширите та поглибите свої знання про звичайні дроби.

Ви навчитеся: порівнювати дроби з різними знаменниками; виконувати арифметичні дії зі звичайними дробами; розв'язувати задачі на знаходження дробу від числа та числа за його дробом; перетворювати звичайні дроби в десяткові; знаходити десяткове наближення звичайного дробу.

Ви дізнаєтеся, що називають нескінченним періодичним десятковим дробом.



7. Основна властивість дробу

До Петрика в гості прийшли двоє друзів. Мама спекла для них торт і поділила його на три рівні частини (рис. 2), розраховуючи, що кожний хлопчик з'їсть $\frac{1}{3}$ торта. Але хлопцям здалося, що порції надто

великі, і вони розрізали кожну порцію на дві рівні частини, поділивши таким чином увесь торт на 6 рівних частин (рис. 3).



Рис. 2



Рис. 3



Рис. 4

Однак торт був таким смачним, що хлопчики врешті-решт з'їли по два шматочки. Отже, кожний із них з'їв $\frac{2}{6}$ торта.

Виявляється, що $\frac{1}{3}$ торта дорівнює $\frac{2}{6}$ торта, тобто дроби $\frac{1}{3}$ і $\frac{2}{6}$ виражають одну й ту саму величину. Тому ці дроби називають рівними й записують $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Якби хлопчики поділили свої порції на три рівні частини, то кожний із них з'їв би $\frac{3}{9}$ торта (рис. 4).

Про дроби $\frac{1}{3}$ і $\frac{3}{9}$ також можна сказати, що вони рівні:

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}.$$

Тепер зрозуміло, що ділення порції торта на чотири, п'ять, шість і т. д. рівних частин приводить відповідно до рівностей $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$, $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$, $\frac{1}{3} = \frac{6}{18}$ і т. д.

$$\text{Отже, } \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{6}{18} = \dots$$

Цей ланцюжок рівностей можна записати інакше:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{1 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \dots$$

Записані рівності показують, що, помноживши чисельник і знаменник дробу $\frac{1}{3}$ на одне й те саме натуральне число, ми отримаємо дріб, який дорівнює $\frac{1}{3}$.

Цей приклад ілюструє таку властивість: *якщо чисельник і знаменник даного дробу помножити на одне й те саме натуральне число, то отримаємо дріб, що дорівнює даному.*

У буквеному вигляді маємо:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}$$

Якщо останню рівність записати так: $\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}$, то можна дійти такого висновку: *якщо чисельник і знаменник даного дробу поділити на їхній спільний дільник, то отримаємо дріб, що дорівнює даному.*

Ці два твердження виражають основну властивість дробу.

ПРИКЛАД Користуючись основною властивістю дробу, знайдіть значення a , при якому є правильною рівність $\frac{a}{8} = \frac{3}{4}$.

Розв'язання. Помножимо на 2 чисельник і знаменник дробу $\frac{3}{4}$. Тоді отримаємо $\frac{a}{8} = \frac{6}{8}$, звідси $a = 6$.

Відповідь: 6. ◀



Сформулюйте основну властивість дробу.

Розв'язуємо усно

- Прочитайте дробі $\frac{5}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{12}{12}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{3}$ і назвіть у кожному з них чисельник і знаменник.
- У шкільному саду ростуть 14 яблунь і 13 вишень. Яку частину всіх дерев становлять: 1) яблуні; 2) вишні?
- Коли згоріла половина свічки та ще 5 см, то висота свічки стала 5 см. Якою була її висота спочатку?

Вправи

- 187.** Накресліть координатний промінь, узявши за одиничний відрізок, довжина якого у 20 разів більша за сторону клітинки зошита. Позначте на промені точки, що відповідають числам: $\frac{1}{20}$, $\frac{3}{20}$, $\frac{4}{20}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{6}{20}$, $\frac{8}{20}$, $\frac{10}{20}$, $\frac{12}{20}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{18}{20}$, $\frac{19}{20}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$. Які із цих чисел зображуються на промені однією й тією самою точкою? Запишіть відповідні рівності.

- 188.** Накресліть координатний промінь, узявши за одиничний відрізок, довжина якого у 18 разів більша за сторону клітинки зошита. Позначте на промені точки, що відповідають числам: $\frac{1}{18}$, $\frac{2}{18}$, $\frac{3}{18}$, $\frac{4}{18}$, $\frac{6}{18}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{9}{18}$, $\frac{10}{18}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{15}{18}$, $\frac{16}{18}$, $\frac{18}{18}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{5}{9}$.

$\frac{8}{9}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, 1$. Які із цих чисел зображуються на промені однією й тією самою точкою? Запишіть відповідні рівності.

189.* Помножте на 4 чисельник і знаменник кожного з дробів $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{4}{7}, \frac{10}{19}$. Запишіть відповідні рівності.

190.* Поділіть на 3 чисельник і знаменник кожного з дробів $\frac{3}{9}, \frac{12}{33}, \frac{30}{45}, \frac{15}{36}, \frac{99}{240}$. Запишіть відповідні рівності.

191.* Укажіть пропущене значення чисельника або знаменника, при якому даний запис буде правильним:

$$1) \frac{1}{3} = \frac{\quad}{6} = \frac{7}{18}; \quad 4) \frac{13}{7} = \frac{26}{\quad} = \frac{104}{70};$$

$$2) \frac{2}{5} = \frac{6}{\quad} = \frac{28}{25}; \quad 5) \frac{80}{120} = \frac{\quad}{12} = \frac{10}{3};$$

$$3) \frac{6}{11} = \frac{\quad}{22} = \frac{30}{\quad} = \frac{36}{\quad}; \quad 6) \frac{30}{48} = \frac{\quad}{8} = \frac{10}{\quad} = \frac{15}{\quad}.$$

192.* Поясніть, чому є правильною рівність:

$$1) \frac{1}{6} = \frac{7}{42}; \quad 2) \frac{100}{240} = \frac{5}{12}; \quad 3) \frac{3}{4} = \frac{33}{44}; \quad 4) \frac{6}{54} = \frac{1}{9}.$$

193.* Запишіть три дробу, що дорівнюють:

$$1) \frac{1}{7}; \quad 2) \frac{2}{5}; \quad 3) \frac{7}{11}; \quad 4) \frac{3}{12}.$$

194.* Які з даних рівностей хибні:

$$1) \frac{3}{8} = \frac{9}{24}; \quad 2) \frac{4}{5} = \frac{16}{25}; \quad 3) \frac{72}{90} = \frac{8}{9}; \quad 4) \frac{42}{49} = \frac{6}{7}?$$

195.* Кожний із даних дробів замініть дробом, знаменник якого дорівнює 42:

$$1) \frac{1}{6}; \quad 2) \frac{3}{7}; \quad 3) \frac{5}{14}; \quad 4) \frac{2}{3}; \quad 5) \frac{16}{21}; \quad 6) \frac{1}{2}.$$

196.* Кожний із даних дробів замініть дробом, знаменник якого дорівнює 72:

1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{5}{4}$; 3) $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{8}{9}$; 5) $\frac{17}{36}$; 6) $\frac{11}{8}$.

197.* Запишіть:

- 1) число 3 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 6;
- 2) число 13 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 5;
- 3) число 1 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 29.

198.* Запишіть:

- 1) число 5 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 8;
- 2) число 10 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 14;
- 3) число 16 у вигляді дробу, знаменник якого дорівнює 16.

199.* Користуючись основною властивістю дробу, знайдіть значення a , при якому є правильною рівність:

1) $\frac{a}{6} = \frac{9}{54}$; 2) $\frac{7}{a} = \frac{49}{28}$; 3) $\frac{27}{45} = \frac{3}{a}$; 4) $\frac{a}{32} = \frac{5}{8}$.

200.* Користуючись основною властивістю дробу, знайдіть значення a , при якому є правильною рівність:

1) $\frac{a}{5} = \frac{6}{15}$; 2) $\frac{1}{12} = \frac{4}{a}$; 3) $\frac{56}{70} = \frac{8}{a}$; 4) $\frac{a}{60} = \frac{6}{5}$.

201.** Розв'яжіть рівняння:


1) $\frac{x+3}{65} = \frac{4}{13}$; 2) $\frac{7}{x+4} = \frac{21}{60}$; 3) $\frac{5x-8}{5} = \frac{18}{45}$.

202.** Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{x-2}{36} = \frac{5}{12}$; 2) $\frac{x-5}{23} = \frac{36}{92}$; 3) $\frac{4}{3x-11} = \frac{36}{63}$.



Вправи для повторення

203. Льодяник коштує 16 к. У Галі є 20 монет по 10 к. Яку найбільшу кількість льодяників може купити Галя, щоб продавцеві не треба було давати їй здачі?
204. Число ділиться націло на 2, на 5 і на 9. Яким ще числам кратне це число?
205. У середньому серце людини робить 75 ударів за хвилину. Скільки ударів робить серце протягом доби? Скільки літрів крові серце перекачує за 1 хв, якщо воно перекачує за добу 8640 л крові?
-  206. Накресліть гострий кут ABC . Проведіть промінь BD так, щоб кут ABD був прямим, а кут CBD :
1) тупим; 2) гострим.
207. Від пристані відійшов теплохід зі швидкістю 18 км/год. Через 3 год від цієї пристані в тому самому напрямі відійшов другий теплохід, який наздогнав перший через 9 год після свого виходу. Знайдіть швидкість другого теплохода.
208. З Рівного до Кривого Рогу виїхав автомобіль зі швидкістю 60 км/год. Через 3 год з Кривого Рогу назустріч йому виїхав другий автомобіль. Вони зустрілися через 7 год після виїзду першого. Знайдіть швидкість другого автомобіля, якщо відстань між Рівним і Кривим Рогом дорівнює 700 км.



Задача від Мудрої Сови

209. На полі для гри в «Морський бій» розміром 10×10 клітинок поставили корабель прямокутної форми розміром 1×3 клітинки. Чи можна, зробивши 33 постріли, гарантовано в нього влучити?

8. Скорочення дробів

Ви знаєте, що, поділивши чисельник і знаменник дробу $\frac{2}{6}$ на 2, отримаємо рівний йому дріб, тобто $\frac{2}{6} = \frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$. У таких випадках кажуть, що дріб $\frac{2}{6}$ скоротили на 2.

Наприклад, рівність $\frac{35}{14} = \frac{5}{2}$ означає, що дріб $\frac{35}{14}$ скоротили на 7.

Ділення чисельника та знаменника дробу на їхній спільний дільник, відмінний від 1, називають скороченням дробу.

Дріб $\frac{12}{25}$ скоротити не можна, оскільки його чисельник і знаменник не мають спільних дільників, відмінних від 1, тобто є взаємно простими числами. У таких випадках кажуть, що $\frac{12}{25}$ — нескоротний дріб.

Дріб, чисельник і знаменник якого — взаємно прості числа, називають нескоротним.

Якщо дріб $\frac{60}{90}$ скоротити на 2, то отримаємо дріб $\frac{30}{45}$, тобто $\frac{60}{90} = \frac{30}{45}$. У свою чергу, дріб $\frac{30}{45}$ можна скоротити на 3. Маємо: $\frac{30}{45} = \frac{10}{15}$. Далі, скоротивши дріб $\frac{10}{15}$ на 5, отримаємо дріб $\frac{2}{3}$, який уже є нескоротним.

Проте, якщо дріб $\frac{60}{90}$ скоротити на $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$, то нескоротний дріб $\frac{2}{3}$ отримаємо відразу.

$$\text{Маємо: } \frac{60}{90} = \frac{60:30}{90:30} = \frac{2}{3}.$$

Нам удалось одразу отримати нескоротний дріб, оскільки $30 = \text{НСД}(60; 90)$.

Якщо скоротити дріб на найбільший спільний дільник чисельника та знаменника, то отримаємо нескоротний дріб.

ПРИКЛАД Знайдіть значення виразу: 1) $\frac{14 \cdot 9}{15 \cdot 7}$;

2) $\frac{19 \cdot 11 + 19 \cdot 5}{38 \cdot 20 - 38 \cdot 8}$.

$$1) \text{ Маємо: } \frac{14 \cdot 9}{15 \cdot 7} = \frac{\overset{2}{\cancel{14}} \cdot \overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{5}{\cancel{15}} \cdot \underset{1}{\cancel{7}}} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 1} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}.$$

2) Скориставшись розподільною властивістю множення, отримаємо:

$$\frac{19 \cdot 11 + 19 \cdot 5}{38 \cdot 20 - 38 \cdot 8} = \frac{19 \cdot (11 + 5)}{38 \cdot (20 - 8)} = \frac{\overset{1}{\cancel{19}} \cdot \overset{4}{\cancel{16}}}{\underset{2}{\cancel{38}} \cdot \underset{8}{\cancel{12}}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}. \blacktriangleleft$$



1. Що називають скороченням дробу?
2. Який дріб називають нескоротним?
3. На яке число треба скоротити дріб, щоб отримати нескоротний дріб?

Розв'язуємо усно

1. Поясніть, чому є правильною рівність:

1) $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$;

2) $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$.

2. Скільки дванадцятих частин: 1) в $\frac{1}{4}$; 2) в $\frac{1}{3}$;

3) у $\frac{3}{4}$; 4) у $\frac{5}{6}$; 5) у $\frac{3}{2}$?

3. Скільки сотих частин: 1) в $\frac{1}{10}$; 2) у $\frac{3}{20}$; 3) у $\frac{7}{25}$; 4) у $\frac{23}{50}$; 5) у $\frac{124}{200}$?
4. Яку частину року становить: 1) 1 місяць; 2) 2 місяці; 3) 6 місяців?
5. Скільки грамів становить:
- 1) $\frac{1}{2}$ кг; 2) $\frac{1}{4}$ кг; 3) $\frac{1}{8}$ кг; 4) $\frac{2}{5}$ кг?

Вправи

210.* Скоротіть дріб:

- 1) $\frac{5}{15}$; 3) $\frac{14}{35}$; 5) $\frac{10}{60}$; 7) $\frac{56}{72}$; 9) $\frac{120}{180}$;
2) $\frac{6}{20}$; 4) $\frac{21}{39}$; 6) $\frac{28}{84}$; 8) $\frac{20}{25}$; 10) $\frac{207}{243}$.

211.* Скоротіть дріб:

- 1) $\frac{3}{12}$; 3) $\frac{6}{54}$; 5) $\frac{26}{65}$; 7) $\frac{36}{48}$; 9) $\frac{480}{720}$;
2) $\frac{4}{12}$; 4) $\frac{25}{70}$; 6) $\frac{12}{60}$; 8) $\frac{35}{105}$; 10) $\frac{204}{306}$.

212.* Які з дробів $\frac{11}{12}$, $\frac{7}{42}$, $\frac{9}{111}$, $\frac{5}{42}$, $\frac{12}{68}$, $\frac{13}{36}$ є нескоротними?

213.* Знайдіть серед дробів $\frac{15}{25}$, $\frac{24}{99}$, $\frac{28}{45}$, $\frac{26}{51}$, $\frac{16}{42}$, $\frac{22}{69}$ нескоротні.

214.* Запишіть десятковий дріб у вигляді звичайного дробу та результат, якщо можливо, скоротіть:

- 1) 0,4; 3) 0,12; 5) 0,16; 7) 0,128; 9) 0,2348;
2) 0,5; 4) 0,84; 6) 0,59; 8) 0,96; 10) 0,975.

215.* Знайдіть серед даних дробів рівні між собою та запишіть відповідні рівності:

- 1) $\frac{44}{56}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{11}{14}$, $\frac{16}{32}$; 2) $\frac{5}{4}$, $\frac{81}{99}$, $\frac{27}{33}$, $\frac{20}{16}$, $\frac{35}{28}$.

216.* Знайдіть серед дробів $\frac{24}{27}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{6}{60}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{40}{45}$ рівні між собою та запишіть відповідні рівності.

217.* Яку частину години становлять:

- 1) 4 хв; 2) 10 хв; 3) 36 хв; 4) 54 хв; 5) 72 хв?

218.* Яку частину доби становлять:

- 1) 3 год; 2) 8 год; 3) 12 год; 4) 16 год; 5) 21 год?

219.* Яку частину розгорнутого кута становить кут, градусна міра якого дорівнює:

- 1) 4° ; 2) 12° ; 3) 27° ; 4) 126° ; 5) 153° ?

220.* Яку частину прямого кута становить кут, градусна міра якого дорівнює:

- 1) 2° ; 2) 15° ; 3) 36° ; 4) 75° ; 5) 54° ?

221.* Виконайте дії та скоротіть результат:

- 1) $\frac{7}{12} + \frac{3}{12}$; 2) $\frac{32}{39} - \frac{6}{39}$; 3) $4\frac{17}{45} + 3\frac{13}{45}$; 4) $9\frac{59}{63} - 5\frac{24}{63}$.

222.* Виконайте дії та скоротіть результат:

- 1) $\frac{16}{63} + \frac{12}{63}$; 2) $\frac{53}{85} - \frac{19}{85}$; 3) $8\frac{34}{81} + 2\frac{38}{81}$; 4) $3\frac{49}{56} - 3\frac{17}{56}$.

223.* Запишіть усі правильні нескоротні дроби зі знаменником 18.

224.* Запишіть усі неправильні нескоротні дроби із чисельником 20.

225.* Скоротіть:

- | | | |
|---------------------------------------|---|---|
| 1) $\frac{4 \cdot 5}{25 \cdot 6}$; | 4) $\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}$; | 7) $\frac{9 \cdot 13 + 9 \cdot 2}{54 \cdot 13}$; |
| 2) $\frac{8 \cdot 13}{39 \cdot 2}$; | 5) $\frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12}$; | 8) $\frac{27 \cdot 15 - 7 \cdot 27}{9 \cdot 15 - 9 \cdot 11}$; |
| 3) $\frac{3 \cdot 38}{19 \cdot 27}$; | 6) $\frac{3 \cdot 16 - 8 \cdot 3}{27}$; | 9) $\frac{24 \cdot 2 + 6 \cdot 24}{60 \cdot 7 - 5 \cdot 60}$. |

226.* Скоротіть:

- 1) $\frac{12 \cdot 21}{35 \cdot 15}$; 2) $\frac{72 \cdot 11}{33 \cdot 30}$; 3) $\frac{25 \cdot 17 \cdot 44}{51 \cdot 8 \cdot 75}$;

$$4) \frac{8 \cdot 3 + 8 \cdot 23}{3 \cdot 16}; \quad 5) \frac{17 \cdot 48}{17 \cdot 16 - 9 \cdot 16}; \quad 6) \frac{14 \cdot 5 - 14 \cdot 3}{21 \cdot 9 + 21 \cdot 3}.$$

227.** Скоротіть (буквами позначено натуральні числа):

$$1) \frac{6a}{18a}; \quad 2) \frac{32b}{60}; \quad 3) \frac{96c}{72c}; \quad 4) \frac{45}{9d}; \quad 5) \frac{39mn}{91mn}; \quad 6) \frac{95ab}{38bc}.$$

228.** Дріб $\frac{x}{6}$ скоротили на 2 й отримали дріб $\frac{2}{y}$. Знайдіть значення x і y .

229.** Після скорочення дробу $\frac{21}{a}$ на 3 отримали дріб $\frac{b}{4}$. Знайдіть значення a і b .



Вправи для повторення

230. Запишіть, використовуючи кожен цифру від 0 до 9 тільки один раз:

- 1) найменше число, кратне 2;
- 2) найбільше число, кратне 18.

231. До якого числа треба додати 5,7, щоб добуток отриманої суми та числа 3,6 дорівнював 120,6?

232. Від якого числа треба відняти 3,8, щоб добуток отриманої різниці та числа 5,5 дорівнював 34,1?

Готуємося до вивчення нової теми

233. Розташуйте в порядку зростання дробів: $\frac{9}{19}, \frac{1}{19},$

$$\frac{16}{19}, \frac{5}{19}, \frac{14}{19}, \frac{10}{19}.$$

234. Порівняйте:

$$1) \frac{10}{21} \text{ і } \frac{8}{21}; \quad 3) \frac{4}{7} \text{ і } 1; \quad 5) 1 \text{ і } \frac{11}{15}; \quad 7) 2 \text{ і } \frac{5}{3};$$
$$2) \frac{8}{19} \text{ і } \frac{8}{9}; \quad 4) \frac{7}{4} \text{ і } 1; \quad 6) \frac{11}{15} \text{ і } \frac{15}{11}; \quad 8) 2 \text{ і } \frac{7}{3}.$$



Задача від Мудрої Сови

235. Зі старовинної книги випала частина сторінок, які йдуть поспіль. Перша сторінка, що випала, має номер 251, а номер останньої записано тими самими цифрами в іншому порядку. Який номер останньої сторінки, що випала?

9. Зведення дробів до спільного знаменника. Порівняння дробів

У 5 класі ви навчилися порівнювати дроби з однаковими знаменниками. А як порівнювати дроби з різними знаменниками?

Якщо навчитися замінити такі дроби на рівні їм, але з однаковими знаменниками, то розв'язування нової задачі зведеться до розв'язування вже знайомої задачі.

Дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$ мають різні знаменники. Проте за допомогою основної властивості дробу їх можна звести до спільного знаменника. Маємо:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}; \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}.$$

Дроби $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$ ми звели до спільного знаменника 12.

Для цього чисельник і знаменник першого дробу помножили на число 3, яке називають **додатковим множником**. Чисельник і знаменник другого дробу помножили на додатковий множник 2.

Ці дроби можна звести й до інших спільних знаменників, наприклад:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 6} = \frac{18}{24} \quad (\text{додатковий множник } 6);$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24} \quad (\text{додатковий множник } 4).$$

Дроби зведено до спільного знаменника 24.

$$\text{Далі: } \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{27}{36}, \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 6} = \frac{30}{36}.$$

Тут спільним знаменником є число 36.

Зазначимо, що знайдені спільні знаменники 12, 24, 36 є спільними кратними чисел 4 і 6 — знаменників дробів $\frac{3}{4}$ і $\frac{5}{6}$.

Спільний знаменник двох дробів — це спільне кратне їхніх знаменників.

При зведенні дробів до спільного знаменника зручніше зводити їх до **найменшого спільного знаменника**, який дорівнює найменшому спільному кратному знаменників цих дробів.

Щоб звести дроби до найменшого спільного знаменника, треба:

1) **знайти найменший спільний знаменник даних дробів;**

2) **знайти додаткові множники для кожного з дробів, поділивши спільний знаменник на знаменники даних дробів;**

3) **помножити чисельник і знаменник кожного дробу на його додатковий множник.**

Порівняємо дроби $\frac{7}{8}$ і $\frac{11}{12}$. Для цього зведемо їх до найменшого спільного знаменника, який дорівнює 24.

Помножимо чисельник і знаменник дробу $\frac{7}{8}$ на до-

датковий множник 3, а дробу $\frac{11}{12}$ — на додатковий

множник 2. Додатковий множник зазвичай пишуть

над чисельником праворуч (рис. 5) або ліворуч від нього.

$$\frac{7}{8} = \frac{21}{24}, \quad \frac{11}{12} = \frac{22}{24}$$

Рис. 5

Оскільки $\frac{21}{24} < \frac{22}{24}$, то $\frac{7}{8} < \frac{11}{12}$.

Щоб порівняти два дроби з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило порівняння дробів з однаковими знаменниками.

ПРИКЛАД Укажіть три числа, кожне з яких більше за $\frac{1}{7}$, але менше від $\frac{1}{5}$. Чи можна знайти 100 таких чисел?

Розв'язання. Зведемо дані дроби до найменшого спільного знаменника: $\frac{1}{7} = \frac{5}{35}$, $\frac{1}{5} = \frac{7}{35}$. Оскільки

$\frac{5}{35} < \frac{6}{35} < \frac{7}{35}$, то $\frac{6}{35}$ — одне із шуканих чисел.

Зведемо дані дроби до іншого спільного знаменника: $\frac{1}{7} = \frac{10}{70}$, $\frac{1}{5} = \frac{14}{70}$. Оскільки $\frac{10}{70} < \frac{11}{70} < \frac{14}{70}$ і $\frac{10}{70} < \frac{13}{70} < \frac{14}{70}$, то $\frac{11}{70}$ і $\frac{13}{70}$ — ще два шуканих числа.

Якщо зведемо дані дроби до знаменників 105, 140, 175, 210 і т. д., то зможемо знайти будь-яку кількість чисел, кожне з яких більше за $\frac{1}{7}$, але менше

від $\frac{1}{5}$. ◀



1. Яке число є спільним знаменником двох дробів?
2. Чому дорівнює найменший спільний знаменник двох дробів?
3. Як звести дробі до найменшого спільного знаменника?
4. Як порівняти два дробі з різними знаменниками?

Розв'язуємо усно

1. Андрій витрачає на шлях від дому до школи 24 хв. Яку частину шляху він проходить: за 6 хв; за 12 хв; за 9 хв; за 16 хв?
2. Скоротіть дробі: $\frac{16}{20}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{9}{15}$, $\frac{25}{15}$.
3. Назвіть будь-які три дробі, кожний з яких дорівнює $\frac{1}{7}$.
4. Серед даних рівностей укажіть хибні:
 1) $\frac{42}{63} = \frac{2}{3}$; 2) $\frac{15}{55} = \frac{3}{10}$; 3) $\frac{7}{8} = \frac{56}{72}$; 4) $\frac{12}{23} = \frac{36}{69}$.

Вправи

236.* Зведіть дробі:

- 1) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{10}$ до знаменника 20;
- 2) $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{8}{9}$ до знаменника 36;
- 3) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{32}$ до знаменника 64;
- 4) $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{25}$, $\frac{63}{50}$ до знаменника 100.

237.* Зведіть дріб:

- 1) $\frac{7}{9}$ до знаменника 27; 2) $\frac{3}{5}$ до знаменника 40;

- 3) $\frac{4}{13}$ до знаменника 78; 5) $\frac{4}{23}$ до знаменника 69;
4) $\frac{12}{17}$ до знаменника 102; 6) $\frac{5}{24}$ до знаменника 144.

238.* Серед дробів $\frac{5}{6}, \frac{5}{8}, \frac{3}{10}, \frac{7}{16}, \frac{9}{24}, \frac{11}{18}, \frac{8}{28}, \frac{10}{12}, \frac{10}{3}, \frac{5}{4}, \frac{13}{36}, \frac{1}{14}$ знайдіть такі, що можна звести до знаменника 48. Знайдені дроби зведіть до вказаного знаменника.

239.* Зведіть до найменшого спільного знаменника дроби:

- 1) $\frac{1}{4}$ і $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{5}{6}$ і $\frac{7}{18}$; 5) $\frac{2}{15}$ і $\frac{11}{12}$; 7) $\frac{1}{24}$ і $\frac{1}{18}$;
2) $\frac{4}{9}$ і $\frac{7}{12}$; 4) $\frac{3}{8}$ і $\frac{4}{15}$; 6) $\frac{1}{12}$ і $\frac{1}{18}$; 8) $\frac{3}{10}, \frac{3}{8}$ і $\frac{3}{4}$.

240.* Зведіть до найменшого спільного знаменника дроби:

- 1) $\frac{3}{8}$ і $\frac{5}{12}$; 3) $\frac{10}{17}$ і $\frac{13}{34}$; 5) $\frac{9}{14}$ і $\frac{2}{21}$; 7) $\frac{1}{9}, \frac{1}{4}$ і $\frac{1}{6}$;
2) $\frac{2}{15}$ і $\frac{3}{10}$; 4) $\frac{4}{13}$ і $\frac{3}{4}$; 6) $\frac{1}{20}$ і $\frac{1}{30}$; 8) $\frac{3}{28}, \frac{9}{14}$ і $\frac{7}{8}$.

241.* Порівняйте дроби:

- 1) $\frac{5}{7}$ і $\frac{7}{9}$; 3) $\frac{2}{9}$ і $\frac{1}{6}$; 5) $\frac{8}{38}$ і $\frac{4}{19}$; 7) $\frac{8}{25}$ і $\frac{7}{20}$;
2) $\frac{11}{20}$ і $\frac{17}{30}$; 4) $\frac{5}{6}$ і $\frac{3}{4}$; 6) $\frac{7}{9}$ і $\frac{8}{11}$; 8) $\frac{5}{12}$ і $\frac{4}{9}$.

242.* Порівняйте дроби:

- 1) $\frac{5}{16}$ і $\frac{7}{16}$; 3) $\frac{3}{8}$ і $\frac{1}{6}$; 5) $\frac{3}{7}$ і $\frac{9}{21}$; 7) $\frac{7}{12}$ і $\frac{11}{18}$;
2) $\frac{7}{13}$ і $\frac{7}{16}$; 4) $\frac{5}{8}$ і $\frac{7}{10}$; 6) $\frac{3}{5}$ і $\frac{5}{8}$; 8) $\frac{13}{15}$ і $\frac{9}{10}$.

243.* Укажіть який-небудь дріб, який менший від $\frac{1}{2}$
і має знаменник: 1) 6; 2) 10; 3) 22.

244.* Укажіть який-небудь дріб, який більший за $\frac{1}{6}$
і має знаменник: 1) 12; 2) 30; 3) 66.

245.* Розташуйте в порядку зростання числа:

$$1) \frac{7}{12}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{5}{6}; \quad 2) \frac{3}{4}, \frac{8}{15}, \frac{5}{12}, \frac{9}{20}.$$

246.* Розташуйте в порядку спадання числа:

$$1) \frac{4}{9}, \frac{1}{4}, \frac{7}{12}, \frac{13}{18}; \quad 2) \frac{28}{45}, \frac{5}{9}, \frac{7}{10}, \frac{13}{18}, \frac{8}{15}.$$

247.* Відстань між двома містами легковий автомобіль долає за 4 год, а вантажний — за 7 год. Який автомобіль проїде більшу відстань: легковий за 3 год чи вантажний за 5 год?

248.* Теплохід проходить відстань між двома пристанями за 9 год, а катер — за 6 год. Порівняйте відстань, яку проїде теплохід за 7 год, з відстанню, яку проїде катер за 5 год.

249.* Які з дробів $\frac{3}{7}, \frac{11}{28}, \frac{1}{2}, \frac{13}{42}, \frac{23}{70}$ більші за дріб $\frac{5}{14}$?

250.* Які з дробів $\frac{43}{112}, \frac{9}{28}, \frac{3}{14}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}$ менші від дробу $\frac{19}{56}$?

251.* Знайдіть усі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність:

$$1) \frac{8}{19} < \frac{x}{19} < 1; \quad 2) \frac{1}{3} < \frac{x}{18} < \frac{5}{6}.$$

252.* Знайдіть усі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність:

$$1) \frac{12}{23} < \frac{x}{23} < 1; \quad 2) \frac{4}{9} < \frac{x}{36} < \frac{11}{12}.$$

253.* Які з дробів $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{7}{24}$, $\frac{11}{24}$ можна підставити замість x , щоби була правильною нерівність $\frac{11}{48} < x < \frac{29}{48}$?

254.* Які з дробів $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{9}{14}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{15}{28}$, $\frac{11}{14}$ можна підставити замість x , щоби була правильною нерівність $\frac{19}{56} < x < \frac{37}{56}$?

255.* Знайдіть усі дроби зі знаменником 48, більші за $\frac{1}{4}$, але менші від $\frac{1}{3}$.

256.* Укажіть два числа, кожне з яких:

1) більше за $\frac{3}{7}$, але менше від $\frac{4}{7}$;

2) більше за $\frac{1}{5}$, але менше від $\frac{1}{4}$;

3) більше за $\frac{1}{7}$, але менше від $\frac{1}{6}$;

4) більше за $\frac{98}{99}$, але менше від 1.

257.* Укажіть три числа, кожне з яких:

1) більше за $\frac{3}{5}$, але менше від $\frac{4}{5}$;

2) більше за $\frac{1}{3}$, але менше від $\frac{1}{2}$.

258.* Порівняйте дроби $\frac{171}{181}$ і $\frac{171}{181} \cdot \frac{171}{181}$.

259.** Знайдіть усі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність:

1) $\frac{x}{17} < \frac{8}{51}$; 2) $\frac{x}{65} < \frac{1}{13}$; 3) $\frac{x}{5} < \frac{3}{15}$; 4) $\frac{1}{16} < \frac{x}{8}$.



Вправи для повторення

260. Дріб спочатку скоротили на 2, потім на 3, потім на 7.
На яке число можна було скоротити цей дріб одразу?
261. Запишіть усі правильні дробі зі знаменником 12.
Скоротіть із них такі, що не є нескоротними.
262. Сума двох чисел дорівнює 374. Останньою цифрою одного із цих чисел є нуль. Якщо його відкинути, то отримаємо друге число. Знайдіть ці числа.

Готуємося до вивчення нової теми

263. Обчисліть:

$$1) \frac{5}{11} + \frac{3}{11}; \quad 3) 6 + \frac{5}{13}; \quad 5) 4\frac{11}{18} - 1\frac{5}{18}; \quad 7) 6 - 3\frac{7}{11};$$

$$2) \frac{7}{15} - \frac{4}{15}; \quad 4) 2\frac{4}{13} + 5\frac{2}{13}; \quad 6) 1 - \frac{9}{16}; \quad 8) 7\frac{2}{9} - 2\frac{5}{9}.$$

264. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{5}{16} + x = \frac{11}{16}; \quad 2) \left(\frac{17}{28} - x \right) - \frac{11}{28} = \frac{3}{28}.$$



Задача від Мудрої Сови

265. Із чашки з молоком одну ложку молока переливають у чашку з кавою та ретельно розмішують. Після цього одну ложку суміші переливають у чашку з молоком. Чого тепер більше: кави в чашці з молоком чи молока в чашці з кавою?

10. Додавання і віднімання дробів

У 5 класі ви навчилися додавати й віднімати дробі з однаковими знаменниками:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}, \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

А як, наприклад, додати дроби $\frac{3}{8}$ і $\frac{1}{6}$? Адже ці дроби мають різні знаменники. Але різні знаменники для вас уже не перешкода.

Щоб додати (відняти) два дроби з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило додавання (віднімання) дробів з однаковими знаменниками.

Знайдемо суму $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$. Найменший спільний знаменник дробів $\frac{3}{8}$ і $\frac{1}{6}$ дорівнює 24. Кожний із даних дробів замінимо на рівний йому зі знаменником 24. Цією заміною ми зведемо додавання дробів з різними знаменниками до додавання дробів з однаковими знаменниками. Маємо:

$$\frac{3^{\cancel{3}}}{8} + \frac{1^{\cancel{4}}}{6} = \frac{9}{24} + \frac{4}{24} = \frac{9+4}{24} = \frac{13}{24}.$$

Знайдемо різницю $\frac{7}{16} - \frac{5}{12}$. Найменший спільний знаменник цих дробів дорівнює 48. Тоді:

$$\frac{7^{\cancel{3}}}{16} - \frac{5^{\cancel{4}}}{12} = \frac{21}{48} - \frac{20}{48} = \frac{21-20}{48} = \frac{1}{48}.$$

Для дробів, як і для натуральних чисел, виконуються властивості додавання:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \quad \text{—}$$

переставна властивість додавання,

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{p}{q} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{p}{q}\right) \quad \text{—}$$

сполучна властивість додавання

ПРИКЛАД 1 Виконайте дії:

$$1) 4\frac{5}{12} + 2\frac{3}{4}; \quad 2) 5\frac{1}{6} - 2\frac{4}{9}.$$

Розв'язання. 1) Нагадаємо правило, яке ви вивчили в курсі математики 5 класу: щоб додати два мішаних числа, треба окремо додати їхні цілі та дробові частини.

$$\begin{aligned} 4\frac{5}{12} + 2\frac{3}{4} &= 4 + \frac{5}{12} + 2 + \frac{3}{4} = (4+2) + \left(\frac{5}{12} + \frac{3}{4}\right) = 6 + \left(\frac{5}{12} + \frac{9}{12}\right) = \\ &= 6 + \frac{14}{12} = 6 + \frac{7}{6} = 6 + 1\frac{1}{6} = 7\frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Зверніть увагу: якщо в результаті додавання (віднімання) дробів отримаємо скоротний дріб, то треба виконати скорочення.

$$2) 5\frac{1}{6} - 2\frac{4}{9} = 5\frac{3}{18} - 2\frac{8}{18}.$$

Бачимо, що дробова частина зменшуваного менша від дробової частини від'ємника. Для того щоб виконати віднімання, треба спочатку «підготувати» зменшуване до віднімання, а потім пукати різницю.

$$\text{Запишемо: } 5\frac{3}{18} - 2\frac{8}{18} = 4\frac{21}{18} - 2\frac{8}{18} = 2\frac{13}{18}.$$

$$\text{Відповідь: } 1) 7\frac{1}{6}; \quad 2) 2\frac{13}{18}. \quad \blacktriangleleft$$

ПРИКЛАД 2 Перший маляр може пофарбувати стіну за 6 год, а другий — за 8 год. Яку частину стіни вони пофарбують за 1 год, працюючи разом?

Розв'язання. Перший маляр за 1 год фарбує $\frac{1}{6}$ стіни, а другий — $\frac{1}{8}$ стіни. Тоді разом за 1 год вони пофарбують $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{7}{24}$ (стіни).

$$\text{Відповідь: } \frac{7}{24} \text{ стіни. } \blacktriangleleft$$



1. Сформулюйте правило додавання (віднімання) дробів з різними знаменниками.
2. Які властивості має дія додавання дробів?

Розв'язуємо усно

1. Скільки хвилин становлять:
 - 1) $\frac{1}{5}$ год; 2) $\frac{2}{3}$ год; 3) $\frac{3}{4}$ год; 4) $\frac{3}{6}$ год?
2. На прямокутній ділянці землі, сторони якої дорівнюють 50 м і 40 м, планують розбити розарій прямокутної форми зі сторонами 20 м і 15 м. Яку частину площі всієї ділянки займе розарій?
3. Маса 1 л керосину становить $\frac{4}{5}$ кг, а 1 л бензину — $\frac{7}{10}$ кг. Маса літра якого палива, керосину чи бензину, більша та на скільки кілограмів?
4. Три подруги з'їли торт. Перша подруга з'їла $\frac{1}{4}$ торта, друга — $\frac{1}{3}$ торта. Яку частину торта з'їла третя подруга?

Вправи

266.* Обчисліть:

$$1) \frac{3}{7} + \frac{4}{9};$$

$$5) \frac{17}{18} - \frac{11}{12};$$

$$9) \frac{7}{9} - \frac{4}{15};$$

$$2) \frac{8}{9} - \frac{7}{8};$$

$$6) \frac{7}{16} + \frac{1}{6};$$

$$10) \frac{9}{14} - \frac{3}{7} + \frac{15}{28};$$

$$3) \frac{13}{15} - \frac{2}{3};$$

$$7) \frac{2}{9} + \frac{5}{6};$$

$$11) \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8};$$

$$4) \frac{20}{21} + \frac{3}{7};$$

$$8) \frac{10}{21} + \frac{9}{14};$$

$$12) \frac{13}{18} - \frac{29}{45} + \frac{8}{15}.$$

267.* Обчисліть:

1) $\frac{1}{4} + \frac{3}{5}$;

5) $\frac{14}{15} - \frac{7}{10}$;

9) $\frac{11}{24} - \frac{3}{16}$;

2) $\frac{9}{11} - \frac{2}{5}$;

6) $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$;

10) $\frac{9}{16} + \frac{7}{24} - \frac{3}{8}$;

3) $\frac{13}{16} - \frac{9}{32}$;

7) $\frac{9}{25} - \frac{7}{20}$;

11) $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{4}$;

4) $\frac{3}{28} + \frac{5}{14}$;

8) $\frac{37}{42} - \frac{17}{24}$;

12) $\frac{2}{5} + \frac{4}{15} - \frac{5}{9}$.

268.* Знайдіть значення виразу, попередньо скоротивши дробі:

1) $\frac{25}{80} + \frac{45}{60}$;

4) $\frac{14}{24} - \frac{39}{90} + \frac{15}{100}$;

2) $\frac{20}{45} + \frac{26}{54}$;

5) $\frac{42}{120} + \frac{20}{32} - \frac{28}{160}$;

3) $\frac{36}{300} + \frac{12}{40} - \frac{350}{1000}$;

6) $\frac{45}{72} - \frac{33}{144} - \frac{20}{64}$.

269.* У першому глечикі було $\frac{3}{10}$ л сметани, а в друго-

му — $\frac{4}{15}$ л. У якому глечикі було більше сметани та на скільки літрів?

270.* Окунев упіймав рибу завдовжки $\frac{8}{25}$ м, а Щукін —

$\frac{13}{40}$ м. Хто з них упіймав довшу рибу та на скільки метрів?

271.* Попелюшка $\frac{11}{20}$ год прибирала кімнати, що на

$\frac{4}{15}$ год більше за час, який вона витратила на миття посуду. Скільки всього часу Попелюшка витратила на прибирання та миття посуду?

272.* На сніданок Вінні-Пух з'їв $\frac{2}{9}$ горщика меду, що на $\frac{2}{15}$ горщика менше, ніж він з'їв на обід. Яку частину горщика меду Вінні-Пух з'їв на сніданок і на обід разом?

273.* Знайдіть суму:

$$1) 4\frac{5}{9} + 7\frac{1}{6}; \quad 2) 6\frac{11}{12} + 8\frac{13}{18}; \quad 3) 2\frac{3}{16} + 1\frac{7}{24} + 3\frac{1}{12}.$$

274.* Знайдіть суму:

$$1) 5\frac{7}{8} + 6\frac{3}{10}; \quad 2) 6\frac{3}{8} + 2\frac{5}{9}; \quad 3) 1\frac{8}{21} + 4\frac{3}{14} + 2\frac{2}{7}.$$

275.* Обчисліть значення виразу:

$$1) 8\frac{9}{14} - 3\frac{3}{7}; \quad 2) 7\frac{5}{12} - 3\frac{7}{24}; \quad 3) 12\frac{11}{12} - 5\frac{13}{18}.$$

276.* Виконайте віднімання:

$$1) 3\frac{1}{12} - \frac{1}{6}; \quad 2) 8\frac{7}{30} - 2\frac{9}{20}; \quad 3) 7\frac{10}{51} - 4\frac{21}{34}; \quad 4) 5\frac{1}{4} - 1\frac{3}{8}.$$

277.* Виконайте віднімання:

$$1) 4\frac{3}{16} - \frac{5}{8}; \quad 2) 6\frac{4}{9} - 3\frac{6}{7}; \quad 3) 10\frac{11}{24} - 8\frac{19}{36}; \quad 4) 9\frac{1}{6} - 5\frac{3}{4}.$$

278.* Розв'яжіть рівняння:

$$1) x + 7\frac{4}{15} = 9\frac{7}{10}; \quad 2) 8\frac{9}{14} - x = 4\frac{3}{7}; \quad 3) x - 3\frac{8}{9} = 5\frac{1}{12}.$$

279.* Розв'яжіть рівняння:

$$1) 6\frac{3}{11} + x = 10\frac{6}{7}; \quad 2) 9\frac{5}{36} - x = 2\frac{4}{9}; \quad 3) x - 5\frac{17}{60} = 7\frac{9}{20}.$$

280.* Перетворіть десяткові дроби у звичайні та обчисліть:


$$1) 0,8 - \frac{5}{7}; \quad 2) 0,36 + \frac{8}{15}; \quad 3) 7\frac{7}{8} - 3,18; \quad 4) 4,75 - 2\frac{3}{16}.$$

281.* Перетворіть десяткові дроби у звичайні та обчисліть:

1) $0,5 + \frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{3} - 0,25$; 3) $0,125 + \frac{5}{12}$; 4) $3,25 - 2\frac{9}{14}$.

282.* Власна швидкість теплохода становить $20\frac{2}{7}$ км/год, а швидкість течії річки дорівнює $2\frac{11}{14}$ км/год. Знайдіть швидкість теплохода за течією річки та його швидкість проти течії.

283.* Швидкість катера за течією річки становить $27\frac{1}{3}$ км/год, а швидкість течії — $1\frac{4}{9}$ км/год. Знайдіть власну швидкість катера та швидкість катера проти течії річки.

 **284.*** Розшифруйте прізвище відомого українського математика, який жив на межі XIX і XX ст. Номер прикладу відповідає місцю, на якому стоїть буква у слові.

1) $\frac{2}{9} + \frac{5}{6}$; 3) $6 - 1\frac{4}{9}$; 5) $1\frac{1}{7} + 2\frac{3}{28}$; 7) $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{2}{3}$.
 2) $1 - \frac{5}{17}$; 4) $2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}$; 6) $5\frac{1}{6} - 4\frac{1}{4}$;

Відповідь	$\frac{5}{6}$	$1\frac{1}{18}$	$4\frac{5}{9}$	$3\frac{1}{4}$	1	$\frac{11}{12}$	$\frac{12}{17}$
Буква	О	В	Р	Н	Й	И	О

До речі, якщо ви станете фахівцями в галузі комп'ютерної графіки, то обов'язково познайомитесь з працями цього вченого.

285.* Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

1) $\frac{3}{7} + \frac{14}{19} + \frac{4}{7} + \frac{5}{19}$; 2) $\frac{7}{16} + \frac{11}{42} + \frac{9}{16} + \frac{17}{42}$;

3) $\frac{5}{18} + \frac{4}{81} + \frac{7}{18} + \frac{5}{81};$

5) $3\frac{5}{11} + 1\frac{3}{16} + 2\frac{5}{16} + 4\frac{6}{11};$

4) $\frac{9}{40} + \frac{13}{50} + \frac{12}{50} + \frac{11}{40};$

6) $1\frac{17}{24} + 3\frac{1}{36} + 5\frac{4}{24} + 2\frac{8}{36}.$

286.* Розв'яжіть рівняння:

1) $\left(x + \frac{5}{12}\right) - \frac{9}{20} = \frac{11}{15};$

4) $\frac{4}{5} - \left|x + \frac{1}{60}\right| = \frac{2}{3};$

2) $\left(x - \frac{11}{30}\right) - \frac{16}{45} = \frac{2}{9};$

5) $4\frac{3}{4} - \left(x - 2\frac{5}{8}\right) = 3\frac{5}{6};$

3) $\left(x - \frac{7}{15}\right) + \frac{5}{8} = \frac{17}{24};$

6) $9\frac{9}{28} - \left(4\frac{5}{21} - x\right) = 6\frac{2}{7}.$

287.* Розв'яжіть рівняння:

1) $\left(x + \frac{4}{21}\right) - \frac{4}{15} = \frac{16}{35};$

4) $3\frac{1}{6} - \left|x + 1\frac{1}{12}\right| = \frac{1}{4};$

2) $\left(x - \frac{8}{19}\right) - \frac{4}{57} = \frac{2}{3};$

5) $6\frac{5}{27} - \left(x - 1\frac{2}{9}\right) = 3\frac{20}{81};$

3) $\left(x - \frac{8}{9}\right) + \frac{3}{8} = \frac{19}{36};$

6) $3\frac{5}{36} - \left(1\frac{4}{9} - x\right) = 1\frac{17}{18}.$

288.* Виконайте дії:

1) $7\frac{7}{9} - 4\frac{1}{12} + 2\frac{3}{4};$

3) $10\frac{9}{16} - \left(3\frac{11}{12} + 4\frac{4}{9}\right);$

2) $17\frac{2}{3} - 6\frac{1}{36} + 4\frac{3}{8};$

4) $\left(20 - 7\frac{23}{36}\right) - \left(14\frac{4}{27} - 6\frac{1}{18}\right).$

289.* Виконайте дії:

1) $5\frac{5}{9} + 3\frac{1}{6} - 6\frac{4}{27};$

3) $12\frac{13}{48} - \left(9\frac{17}{32} - 4\frac{5}{24}\right);$

2) $1\frac{5}{7} + 3\frac{11}{14} - 2\frac{1}{4};$

4) $\left|18 - 10\frac{18}{35}\right| - \left|3\frac{9}{28} + 2\frac{3}{20}\right|.$

290.* У трьох ящиках було $36\frac{9}{16}$ кг груш. У першому та другому ящиках було $28\frac{7}{8}$ кг груш, а в першому та третьому — $24\frac{3}{4}$ кг. Скільки кілограмів груш було в кожному ящику?

291.* На комп'ютері опрацьовували три задачі впродовж 30 хв. На першу та другу задачі було витрачено $24\frac{14}{15}$ хв, а на другу та третю — $18\frac{19}{45}$ хв. Скільки часу було витрачено на опрацювання кожної задачі?

292.* Для приготування $6\frac{1}{2}$ кг крему кухар узяв $3\frac{8}{15}$ кг молока, $\frac{7}{12}$ кг какао та цукор. Скільки кілограмів цукру взяв кухар для приготування крему?

293.* Для виготовлення 12 кг морозива взяли $7\frac{4}{15}$ кг води, $2\frac{11}{20}$ кг молочного жиру, $1\frac{23}{30}$ кг цукру та фруктовий сироп. Скільки кілограмів сиропу взяли для виготовлення морозива?

294.* Пилипко витратив $\frac{1}{2}$ своїх грошей на придбання книги «Цікава математика», $\frac{1}{4}$ — на книгу «Цікава фізика», $\frac{1}{12}$ — на олівці, а решту — на цукерки. Яку частину своїх грошей Пилипко витратив на цукерки?

- 295.*** Золотов, Сріблов, Платинов і Діамантов знайшли скарб. Золотову дісталася $\frac{1}{6}$ скарбу, Сріблову — $\frac{2}{9}$, Платинову — $\frac{5}{18}$, а решта — Діамантову. Яку частину скарбу отримав Діамантов?
- 296.*** Івасик-Телесик може зорати поле за 6 год, а Котигорошко — за 4 год. Яку частину поля вони можуть зорати, працюючи разом, за 1 год? за 2 год?
- 297.*** Перший робітник може пофарбувати паркан за 15 год, другий — за 12 год, а третій — за 10 год. Яку частину паркану вони пофарбують разом за 1 год? за 2 год? за 4 год?
- 298.*** Михайлик може з'їсти кавун за 12 хв, а Миколка — за 16 хв. Яка частина кавуна залишиться через 1 хв, якщо хлопчики почнуть їсти його одночасно?
- 299.*** Басейн можна наповнити водою за 6 год через одну трубу й спорожнити за 10 год через другу. Басейн був порожнім, коли Остап Забудько відкрив крани одночасно на обох трубах. Яка частина басейну залишиться незаповненою водою через 1 год після того, як Остап відкрив крани?
- 300.*** Петро Ледащенко може пофарбувати стіну за 24 год, а Іван Працелюб — за 8 год. Яка частина стіни залишиться непофарбованою після 1 год спільної роботи Ледащенка та Працелюба?
- 301.*** Олена та Марія можуть разом набрати на комп'ютері деякий текст за 6 год. Яку частину тексту набере Олена за 1 год, якщо Марія може набрати весь текст за 9 год?
- 302.*** Через дві труби басейн можна наповнити водою за 3 год. Яку частину басейну можна наповнити за 1 год через одну із цих труб, якщо через другу трубу його можна наповнити за 5 год?

303." Збільшиться чи зменшиться сума та на скільки, якщо:

1) один із доданків збільшити на $2\frac{3}{8}$, а другий зменшити на $1\frac{11}{12}$;

2) один із доданків збільшити на $4\frac{6}{11}$, а другий зменшити на $5\frac{5}{22}$?

304." Збільшиться чи зменшиться різниця та на скільки, якщо:

1) зменшуване збільшити на $14\frac{7}{83}$;

2) від'ємник збільшити на $4\frac{13}{57}$;

3) зменшуване збільшити на $\frac{4}{21}$, а від'ємник — на $\frac{9}{14}$;

4) зменшуване зменшити на $1\frac{1}{6}$, а від'ємник збільшити на $\frac{2}{3}$?

305." Збільшиться чи зменшиться різниця та на скільки, якщо:

1) зменшуване зменшити на $6\frac{19}{91}$;

2) від'ємник зменшити на $5\frac{1}{58}$;

3) зменшуване зменшити на $\frac{14}{45}$, а від'ємник — на $\frac{3}{10}$;

4) зменшуване збільшити на $7\frac{3}{28}$, а від'ємник зменшити на $8\frac{5}{8}$?

306." Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислень:

$$1) \left\{ 9\frac{3}{7} + 2\frac{9}{16} \right\} - 5\frac{3}{7};$$

$$2) \left\{ 4\frac{5}{8} + 1\frac{6}{11} \right\} - \frac{6}{11};$$

$$3) 10\frac{5}{14} - \left(3\frac{5}{14} + 2\frac{9}{34} \right);$$

$$4) 7\frac{1}{7} - \left(2\frac{6}{13} + 3\frac{1}{7} \right).$$

307." Знайдіть значення виразу, обираючи зручний порядок обчислень:

$$1) \left\{ 12\frac{19}{24} + 5\frac{19}{28} \right\} - 3\frac{19}{24}; \quad 2) 6\frac{4}{9} - \left(1\frac{7}{24} + 4\frac{4}{9} \right).$$

308." Порівняйте дроби без зведення їх до спільного знаменника:

$$1) \frac{61}{62} \text{ і } \frac{62}{63};$$

$$2) \frac{1003}{1007} \text{ і } \frac{103}{107}.$$

309." Спростіть вираз (буквами позначено натуральні числа):

$$1) \frac{3a}{8b} - \frac{a}{5b};$$

$$2) \frac{4m}{9n} + \frac{5m}{12n};$$

$$3) \frac{7x}{6y} - \frac{4x}{15y}.$$

310." Спростіть вираз (буквами позначено натуральні числа):

$$1) \frac{3}{a} + \frac{9}{2a};$$

$$2) \frac{11c}{14d} + \frac{c}{21d};$$

$$3) \frac{17p}{18q} - \frac{11p}{12q}.$$

311." Яке натуральне число є коренем рівняння:

$$1) a + \frac{1}{a} = 7\frac{1}{7};$$

$$2) b - \frac{1}{b} = 14\frac{14}{15}?$$

312." При яких найменших натуральних значеннях a і b є правильною рівність:

$$1) \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{a}{2} - \frac{b}{3};$$

$$2) \frac{4}{3 \cdot 5} = \frac{a}{3} - \frac{b}{5}?$$

313.** Збільшиться чи зменшиться значення дробу та на скільки, якщо його чисельник збільшити на знаменник?

314.* Обчисліть значення виразу

$$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 20}.$$

315.* Обчисліть значення виразу

$$\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2}{29 \cdot 31}.$$

316.* Доведіть, що $\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{18} > \frac{1}{2}$.

317.* Доведіть, що $\frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \dots + \frac{1}{39} + \frac{1}{40} > \frac{1}{4}$.



Вправи для повторення

318. Укажіть п'ять чисел, кожне з яких має лише три різних дільники. Чи можна стверджувати, що таких чисел безліч?

319. Не виконуючи обчислень, установіть, простим чи складеним числом є значення виразу $11 + 22^2 + 33^3$.

320. За 5 хв колоду розпиляли на рівні частини завдовжки 30 см. Якою була довжина колоди, якщо кожне розпилювання тривало 1 хв?

321. Відстань між двома пристанями річкою дорівнює 36,6 км. Від пристані, яка розташована вище за течією, відплив пліт. Через 0,8 год після початку руху плота назустріч йому від другої пристані вирушив катер, власна швидкість якого дорівнює 25 км/год. Через скільки годин після початку руху плота вони зустрінуться, якщо швидкість течії річки становить 2 км/год?

Готуємося до вивчення нової теми

322. Яку частину площі прямокутника $ABCD$ становить площа зафарбованого прямокутника (рис. 6)?



Рис. 6

323. Знайдіть добуток дробів $\frac{3}{5}$ і $\frac{3}{4}$, попередньо перетворивши їх у десяткові.

Результат запишіть у вигляді звичайного дробу.

324. Спростіть вираз:

1) $12 \cdot 3a$; 2) $0,6a \cdot 7b$; 3) $0,8m \cdot 0,5n \cdot 4p$.

325. Розкрийте дужки:

1) $2(x + 7)$; 2) $7(5 - a)$; 3) $(c - 0,4) \cdot 1,2$.

326. Спростіть вираз:

1) $2,7c - c$; 2) $3x + 17x - 5x$; 3) $5,6a + 0,4a - 2$.



Задача від Мудрої Сови

327. Сергій і Сашко грають у таку гру: по черзі беруть камінці з купи, у якій лежить 100 камінців. За один хід кожному дозволяється взяти або 1 камінець, або 3. Хто з них візьме останній камінець, якщо гру починає Сергій?

ЗАВДАННЯ № 2 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

1. Укажіть хибну рівність.

A) $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$

B) $\frac{72}{90} = \frac{8}{9}$

B) $\frac{42}{49} = \frac{6}{7}$

Г) $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$

2. У класі 16 учнів відвідують математичний гурток, а решта 12 учнів — літературний гурток. Яка частина учнів класу відвідує математичний гурток?

A) $\frac{4}{7}$

B) $\frac{4}{3}$

B) $\frac{3}{4}$

Г) $\frac{3}{7}$

3. Яка частина години пройшла з 13 год 50 хв до 14 год 30 хв?
А) $\frac{1}{3}$ Б) $\frac{1}{2}$ В) $\frac{2}{3}$ Г) $\frac{3}{4}$
4. Знайдіть значення a , при якому є правильною рівність $\frac{42}{60} = \frac{7}{a}$.
А) 6 Б) 12 В) 10 Г) 8
5. Скільки можна скласти нерівних між собою правильних дробів, чисельниками й знаменниками яких є числа 2, 4, 5, 6, 8, 9?
А) 12 Б) 13 В) 14 Г) 15
6. Укажіть хибну нерівність.
А) $\frac{2}{3} > \frac{5}{6}$ Б) $\frac{7}{12} > \frac{5}{9}$ В) $\frac{5}{8} > \frac{4}{7}$ Г) $\frac{9}{16} > \frac{13}{24}$
7. Знайдіть усі натуральні значення x , при яких виконується нерівність $\frac{x}{9} < \frac{19}{36}$.
А) 1, 2 Б) 1, 2, 3 В) 1, 2, 3, 4 Г) 1, 2, 3, 4, 5
8. Скільки існує дробів зі знаменником 24, які більші за $\frac{3}{8}$, але менші від $\frac{2}{3}$?
А) 1 Б) 2 В) 4 Г) 6
9. Знайдіть значення виразу $\frac{7}{15} + \frac{4}{9} - \frac{3}{10}$.
А) $\frac{28}{45}$ Б) $\frac{11}{18}$ В) $\frac{1}{2}$ Г) $\frac{29}{90}$
10. Обчисліть різницю $5\frac{7}{9} - 3\frac{5}{6}$.
А) $2\frac{1}{3}$ Б) $1\frac{1}{18}$ В) $1\frac{17}{18}$ Г) $2\frac{1}{18}$
11. Розв'яжіть рівняння $\frac{13}{21} - \left(x - 2\frac{5}{7}\right) = \frac{3}{14}$.
А) $3\frac{23}{42}$ Б) $3\frac{1}{14}$ В) $2\frac{13}{42}$ Г) $3\frac{5}{42}$
12. У кошику лежали яблука та груші. З'їли половину всіх яблук і третину всіх груш. Яке з тверджень є правильним?
А) залишилася половина фруктів
Б) залишилася третина фруктів
В) залишилося більше половини фруктів
Г) залишилося менше половини фруктів

11. Множення дробів

На рисунку 7 зображено квадрат $ABCD$, сторона якого дорівнює $\frac{2}{9}$ дм. Чому дорівнює периметр P цього квадрата?

Оскільки периметр квадрата дорівнює сумі довжин усіх його сторін, то:

$$P = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{8}{9} \text{ (дм)}.$$

Проте ви знаєте, що за допомогою добутку суму рівних доданків можна записати коротше:

$$\underbrace{\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9}}_{4 \text{ доданки}} = \frac{2}{9} \cdot 4.$$

$$\text{Отже, } \frac{2}{9} \cdot 4 = \frac{8}{9}.$$

Цей приклад ілюструє таке правило.

Щоб помножити дріб на натуральне число, треба його чисельник помножити на це число, а знаменник залишити без зміни.

У буквену вигляді це правило записують так:

$$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a \cdot n}{b}$$

Для $n=0$ домовилися вважати, що

$$\frac{a}{b} \cdot 0 = 0$$

Так само домовилися, що

$$0 \cdot \frac{a}{b} = 0$$

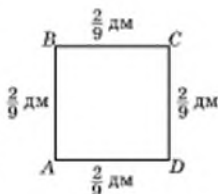


Рис. 7

А як помножити дріб на дріб? Знайдемо, наприклад, добуток $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3}$.

На рисунку 8 зображено квадрат $ABCD$ із стороною 1 м і прямокутник $AMKN$, сторони якого дорівнюють $\frac{4}{7}$ м і $\frac{2}{3}$ м. Площа прямокутника $AMKN$ дорівнює $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3}$ (м²).

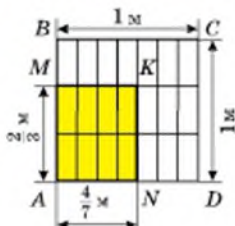


Рис. 8

Водночас із рисунка видно, що площа прямокутника $AMKN$ становить $\frac{8}{21}$ площі квадрата, тобто дорівнює $\frac{8}{21}$ м². Отже, $\frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{21}$.

Цей приклад ілюструє таке правило.

Добутком двох дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників, а знаменник дорівнює добутку знаменників даних дробів.

У буквенному вигляді це правило записують так:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

ПРИКЛАД 1 Виконайте дії: 1) $\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{28}$; 2) $1\frac{3}{11} \cdot 1\frac{9}{35}$.

Розв'язання. 1) Маємо: $\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{28} = \frac{4 \cdot 15}{9 \cdot 28}$.

Не поспішатимемо обчислювати добутки, записані в чисельнику та знаменнику, оскільки зручніше спочатку виконати скорочення:

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{15}{28} = \frac{\overset{1}{\cancel{4}} \cdot \overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \cdot \underset{7}{\cancel{28}}} = \frac{5}{21}.$$

2) Щоб помножити два мішаних числа, треба спочатку записати їх у вигляді неправильних дробів, а потім скористатися правилом множення дробів:

$$1\frac{3}{11} \cdot 1\frac{9}{35} = \frac{14}{11} \cdot \frac{44}{35} = \frac{\overset{2}{14} \cdot \overset{4}{44}}{\underset{1}{11} \cdot \underset{5}{35}} = \frac{2 \cdot 4}{1 \cdot 5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5} \quad \blacktriangleleft$$

Для дробів, як і для натуральних чисел, виконуються властивості множення:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b} \quad \text{—}$$

переставна властивість множення,

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q}\right) \quad \text{—}$$

сполучна властивість множення,

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q} + \frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} \quad \text{—}$$

розподільна властивість множення
відносно додавання,

$$\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q} - \frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} \quad \text{—}$$

розподільна властивість множення
відносно віднімання

ПРИКЛАД 2 Знайдіть значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення:

$$1) \left(3 - \frac{5}{6} + \frac{7}{9}\right) \cdot 18; \quad 2) 2\frac{3}{11} \cdot \frac{7}{16} + 1\frac{8}{11} \cdot \frac{7}{16}.$$

Розв'язання. 1) Маємо:

$$\begin{aligned} \left(3 - \frac{5}{6} + \frac{7}{9}\right) \cdot 18 &= 3 \cdot 18 - \frac{5}{6} \cdot 18 + \frac{7}{9} \cdot 18 = \\ &= 54 - 5 \cdot 3 + 7 \cdot 2 = 54 - 15 + 14 = 53. \end{aligned}$$

2) Із розподільної властивості множення випливає,

що $\frac{a}{b} \cdot \frac{p}{q} + \frac{c}{d} \cdot \frac{p}{q} = \frac{p}{q} \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right)$. Тоді:

$$\begin{aligned} 2\frac{3}{11} \cdot \frac{7}{16} + 1\frac{8}{11} \cdot \frac{7}{16} &= \frac{7}{16} \cdot \left(2\frac{3}{11} + 1\frac{8}{11} \right) = \quad . \\ &= \frac{7}{16} \cdot 3\frac{11}{11} = \frac{7}{16} \cdot 4 = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}. \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$

1. Сформулюйте правило множення дробу на натуральне число.
2. Який дріб є добутком двох дробів?
3. Чому дорівнює добуток дробу і числа 0?
4. Які властивості множення виконуються при множенні дробів?

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть значення виразу:

1) $\frac{5 \cdot 2}{15}$; 2) $\frac{6 \cdot 7}{7 \cdot 8}$; 3) $\frac{4 \cdot 9}{27 \cdot 2}$; 4) $\frac{10 \cdot 18}{36 \cdot 25}$.

2. Назвіть неправильний дріб, якому дорівнює мішане число:

1) $1\frac{1}{2}$; 2) $4\frac{3}{4}$; 3) $7\frac{5}{6}$; 4) $2\frac{1}{17}$.

3. Знайдіть цілу частину числа:

1) $\frac{35}{8}$; 2) $\frac{13}{9}$; 3) $\frac{23}{6}$; 4) $\frac{69}{13}$.

4. Пішохід за $\frac{1}{5}$ год проходить 1 км. За який час він пройде:

1) 5 км; 2) 15 км; 3) $\frac{1}{2}$ км; 4) $\frac{5}{8}$ км?

5. Назвіть дроби зі знаменником 12, які більші за $\frac{1}{6}$ і менші від $\frac{1}{2}$.

Вправи

328.* Виконайте множення:

- 1) $\frac{2}{13} \cdot 5$; 3) $\frac{8}{9} \cdot 2$; 5) $7 \cdot \frac{3}{40}$; 7) $\frac{7}{12} \cdot 24$;
 2) $\frac{4}{17} \cdot 3$; 4) $\frac{4}{49} \cdot 7$; 6) $6 \cdot \frac{15}{18}$; 8) $45 \cdot \frac{8}{15}$.

329.* Виконайте множення:

- 1) $\frac{9}{35} \cdot 8$; 2) $\frac{7}{24} \cdot 16$; 3) $42 \cdot \frac{4}{7}$; 4) $\frac{6}{19} \cdot 57$.

330.* Знайдіть добуток:

- 1) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5}$; 3) $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9}$; 5) $\frac{22}{25} \cdot \frac{10}{77}$; 7) $\frac{6}{35} \cdot \frac{14}{15}$;
 2) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}$; 4) $\frac{15}{16} \cdot \frac{48}{55}$; 6) $\frac{13}{24} \cdot \frac{16}{39}$; 8) $\frac{36}{85} \cdot \frac{34}{39}$.

331.* Знайдіть добуток:

- 1) $\frac{6}{11} \cdot \frac{4}{7}$; 3) $\frac{8}{9} \cdot \frac{27}{32}$; 5) $\frac{34}{86} \cdot \frac{43}{51}$; 7) $\frac{63}{64} \cdot \frac{48}{91}$;
 2) $\frac{7}{20} \cdot \frac{10}{21}$; 4) $\frac{23}{28} \cdot \frac{49}{46}$; 6) $\frac{7}{18} \cdot \frac{90}{77}$; 8) $\frac{19}{100} \cdot \frac{5}{38}$.

332.* Виконайте множення:

- 1) $9\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{22}$; 3) $2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{5}$; 5) $2\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{27}$; 7) $\frac{7}{9} \cdot 1\frac{1}{14} \cdot 5\frac{2}{5}$;
 2) $6\frac{3}{8} \cdot \frac{16}{17}$; 4) $19\frac{1}{2} \cdot 1\frac{5}{9}$; 6) $2\frac{8}{11} \cdot 5\frac{2}{15}$; 8) $2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{24} \cdot 5\frac{2}{5}$.

333.* Виконайте множення:

- 1) $9\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{21}$; 3) $1\frac{5}{7} \cdot 6\frac{1}{8}$; 5) $1\frac{13}{15} \cdot \frac{5}{8} \cdot 2\frac{2}{7}$;
 2) $3\frac{11}{12} \cdot \frac{9}{94}$; 4) $3\frac{5}{9} \cdot 5\frac{1}{4}$; 6) $2\frac{1}{4} \cdot \frac{16}{27} \cdot 4\frac{1}{3}$.

334.* Знайдіть добуток:

- 1) $0,4 \cdot \frac{5}{9}$; 2) $\frac{8}{27} \cdot 0,75$; 3) $1,5 \cdot \frac{1}{6}$; 4) $2\frac{1}{7} \cdot 2,8$.

335.* Виконайте множення:

$$1) 0,8 \cdot \frac{7}{12}; \quad 2) 1\frac{2}{3} \cdot 0,6; \quad 3) 1,25 \cdot \frac{32}{45}; \quad 4) 4,5 \cdot 3\frac{1}{3}.$$

336.* Знайдіть значення виразу:

$$\begin{array}{ll} 1) \left(\frac{11}{18} - \frac{4}{9}\right) \cdot \frac{3}{16}; & 6) 1\frac{3}{25} \cdot 2\frac{1}{7} - 2\frac{1}{9} \cdot \frac{27}{190}; \\ 2) \frac{11}{18} - \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{16}; & 7) 4\frac{7}{12} \cdot 1\frac{3}{11} + 1\frac{1}{15} \cdot \frac{45}{64}; \\ 3) 1\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{3}{4} + 1\frac{3}{8}\right); & 8) \left(8 - 2\frac{1}{7} \cdot 3\frac{1}{9}\right) \cdot \frac{27}{44}; \\ 4) 1\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} + 1\frac{3}{8}; & 9) \left(\frac{4}{5} + \frac{4}{7}\right) \cdot \left(7\frac{11}{12} - 5\frac{7}{9}\right); \\ 5) 13\frac{4}{5} - 3\frac{1}{5} \cdot 3\frac{3}{4}; & 10) \frac{4}{5} + \frac{4}{7} \cdot \left(7\frac{11}{12} - 5\frac{7}{9}\right). \end{array}$$

337.* Знайдіть значення виразу:

$$\begin{array}{ll} 1) 15\frac{4}{9} - 4\frac{4}{9} \cdot 3\frac{3}{8}; & 3) \left(5\frac{1}{16} - 1\frac{1}{8}\right) \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{14}\right); \\ 2) \frac{81}{88} \cdot \left(6 - 1\frac{13}{15} \cdot 1\frac{19}{21}\right); & 4) 5\frac{1}{16} - 1\frac{1}{8} \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{14}\right). \end{array}$$

338.* Яку відстань пройде поїзд за $\frac{5}{6}$ год, якщо його швидкість становить 66 км/год?

339.* Яку відстань пройде автомобіль зі швидкістю 72 км/год за $2\frac{1}{4}$ год?

340.* Скільки коштує $3\frac{3}{5}$ кг яблук, якщо вартість 1 кг яблук становить $5\frac{1}{2}$ грн?

341.* Скільки коштує $6\frac{1}{4}$ кг цукерок, якщо 1 кг цих цукерок коштує $70\frac{2}{5}$ грн?

342.* Виконайте множення:

$$1) \frac{11}{15} \cdot \frac{21}{22} \cdot \frac{9}{28} \cdot \frac{8}{9};$$

$$3) \frac{3}{8} \cdot 1\frac{5}{7} \cdot \frac{4}{9} \cdot 2\frac{1}{3};$$

$$2) 2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{5} \cdot \frac{8}{35};$$

$$4) 1\frac{4}{5} \cdot 1\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{7} \cdot 4\frac{2}{3}.$$

343.* Виконайте множення:

$$1) \frac{5}{16} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{9};$$

$$3) 2\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot 10;$$

$$2) \frac{19}{25} \cdot \frac{40}{57} \cdot \frac{5}{36} \cdot \frac{9}{16};$$

$$4) 18\frac{1}{3} \cdot 1\frac{2}{11} \cdot 1\frac{4}{5} \cdot 15.$$

344.* Знайдіть значення степеня:

$$1) \left(\frac{1}{2}\right)^4; \quad 2) \left(\frac{2}{5}\right)^3; \quad 3) \left(1\frac{1}{3}\right)^4; \quad 4) \left(2\frac{2}{3}\right)^2.$$

345.* Знайдіть значення степеня:

$$1) \left(\frac{1}{3}\right)^5; \quad 2) \left(\frac{3}{7}\right)^3; \quad 3) \left(1\frac{2}{5}\right)^2; \quad 4) \left(3\frac{1}{4}\right)^2.$$

346.* Знайдіть значення виразу:

$$1) 5\frac{3}{4} \cdot 8 - 2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{3}{14} - 1\frac{37}{48} \cdot 2\frac{2}{15}; \quad 3) 6\frac{2}{5} \cdot 1\frac{9}{16} - \left(2\frac{1}{4}\right)^2;$$

$$2) 1\frac{3}{22} \cdot 2\frac{14}{15} - \left(1\frac{5}{8} + 2\frac{1}{8} \cdot \frac{11}{17}\right) \cdot \frac{3}{7}; \quad 4) \left(2\frac{7}{10} - 1\frac{8}{15}\right)^2 \cdot \frac{9}{14}.$$

347.* Знайдіть значення виразу:

$$1) 4\frac{2}{3} \cdot 6 - 1\frac{23}{42} \cdot 3\frac{1}{13} + 2\frac{1}{8} \cdot 1\frac{29}{51}; \quad 3) \left\{3\frac{11}{3}\right\}^2 - 2\frac{13}{16} \cdot 2\frac{2}{5};$$

$$2) \left\{5\frac{3}{10} - 3\frac{4}{5} \cdot \frac{13}{38}\right\} \cdot \frac{5}{84} + 2\frac{1}{12} \cdot \frac{4}{15}; \quad 4) \left(\frac{5}{12} + \frac{13}{20}\right)^2 \cdot 1\frac{13}{32}.$$

348.* Знайдіть значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення:

$$1) 15 \cdot \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right); \quad 3) \frac{7}{9} \cdot \left(\frac{6}{7} - \frac{9}{14}\right);$$

$$2) 48 \cdot \left(\frac{19}{24} - \frac{7}{12} + \frac{3}{8}\right); \quad 4) \left(\frac{15}{16} - \frac{5}{12} + 2\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{5}.$$

349.* Знайдіть значення виразу, використовуючи розподільну властивість множення:

- 1) $18 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right)$; 3) $\left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{9}\right) \cdot 18$;
 2) $\left(2 - \frac{3}{4} - \frac{4}{5}\right) \cdot 20$; 4) $\left(\frac{5}{6} + \frac{5}{9}\right) \cdot \frac{18}{25}$.

350.* Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

- 1) $3\frac{5}{14} \cdot \frac{7}{9} - 2\frac{3}{14} \cdot \frac{7}{9}$; 3) $\frac{3}{4} \cdot 1\frac{3}{5} + 1\frac{3}{5} \cdot 1\frac{3}{8} - 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{5}$;
 2) $7\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{8} + 7\frac{1}{5} \cdot 1\frac{5}{8}$; 4) $3\frac{9}{14} \cdot 0,3 - 0,3 \cdot 1\frac{10}{21} + 0,3 \cdot 1\frac{1}{6}$.

351.* Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

- 1) $4\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} + \frac{5}{8} \cdot 3\frac{5}{9}$; 3) $2\frac{11}{15} \cdot 1\frac{1}{19} - 1\frac{1}{19} \cdot \frac{3}{10} - 1\frac{1}{6} \cdot 1\frac{1}{19}$;
 2) $3\frac{7}{8} \cdot \frac{4}{5} - 1\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{5}$; 4) $4\frac{7}{9} \cdot 1\frac{13}{14} - 3\frac{7}{12} \cdot 1\frac{13}{14} + 1\frac{13}{14} \cdot 1\frac{13}{18}$.

352.* Спростіть вираз:

- 1) $\frac{7}{27}m \cdot \frac{9}{28}n$; 3) $20x \cdot \frac{11}{35}y$;
 2) $5\frac{3}{5}k \cdot 1\frac{4}{21}p$; 4) $3\frac{4}{15}x \cdot 1\frac{17}{28}y \cdot \frac{4}{7}z$.

353.* Спростіть вираз:

- 1) $\frac{5}{8}a \cdot \frac{4}{15}b$; 3) $\frac{13}{24}d \cdot 32c$;
 2) $6\frac{3}{4}x \cdot 1\frac{11}{45}y$; 4) $18\frac{1}{3}a \cdot 1\frac{2}{11}b \cdot \frac{9}{13}c$.

354.* Спростіть вираз:

- 1) $\frac{2}{3}a + \frac{5}{8}a + \frac{1}{6}a$; 3) $\frac{2}{5}x + \frac{4}{7}x - \frac{5}{14}x$;
 2) $\frac{4}{5}b - \frac{2}{3}b + \frac{4}{15}b$; 4) $\frac{7}{12}y - \frac{3}{16}y + \frac{5}{24}y$;

$$5) \frac{5}{7}m + \frac{3}{4}m - \frac{5}{8}m; \quad 6) \frac{11}{15}c - \frac{5}{18}c - 0,4c.$$

355.* Спростіть вираз і знайдіть його значення:

$$1) \frac{3}{8}x + \frac{4}{9}x - \frac{5}{12}x, \text{ якщо } x = 3\frac{3}{29};$$

$$2) \frac{9}{10}c - \frac{2}{15}c - \frac{3}{5}c, \text{ якщо } c = 2,4;$$

$$3) 3\frac{3}{5}y - 2\frac{1}{3}y - \frac{1}{15}y, \text{ якщо } y = 10.$$

356.* Спростіть вираз і знайдіть його значення:

$$1) \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a - \frac{1}{4}a, \text{ якщо } a = 1\frac{5}{7};$$

$$2) \frac{4}{7}b + \frac{5}{21}b - \frac{2}{3}b, \text{ якщо } b = 2\frac{1}{3};$$

$$3) 1\frac{5}{12}m + 2\frac{7}{18}m - 1\frac{2}{9}m, \text{ якщо } m = 1\frac{17}{31}.$$

357.* Доведіть, що значення виразу не залежить від значення змінної:

$$1) 0,5x + 1,4 - \frac{7}{18}x - \frac{1}{9}x; \quad 3) 1\frac{17}{18}a + 1 - 1,5a - \frac{4}{9}a;$$

$$2) 0,5x + \frac{1}{7}x + 7,4 - \frac{9}{14}x; \quad 4) 2,4 + 1,25b + \frac{5}{6}b - 2\frac{1}{12}b.$$

358.* Розкрийте дужки:

$$1) 6 \cdot \left(\frac{2}{3}a + \frac{5}{12}b \right); \quad 3) 12 \cdot \left(\frac{3}{4}x + \frac{13}{18}y - \frac{1}{24}z \right);$$

$$2) \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{9}{11}m - \frac{6}{7}n \right); \quad 4) 1\frac{1}{7} \cdot \left(7p + \frac{21}{24}q - 1\frac{3}{4} \right).$$

359.* Розкрийте дужки:

$$1) 14 \cdot \left(\frac{1}{2}m + \frac{3}{7}n \right); \quad 3) 8 \cdot \left(\frac{1}{4}p - \frac{5}{24}q + \frac{7}{12}t \right);$$

$$2) \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{12}{17}b - \frac{18}{23}c \right); \quad 4) 1\frac{3}{4} \cdot \left(4a + \frac{16}{21}b - 2\frac{2}{3} \right).$$

360.* Довжина прямокутного паралелепіпеда дорівнює $8\frac{1}{3}$ см, що на $\frac{5}{6}$ см більше за його ширину і в $3\frac{3}{5}$ разів менше від його висоти. Обчисліть об'єм прямокутного паралелепіпеда.

361.* Одна зі сторін прямокутника дорівнює $3\frac{1}{5}$ м, а сусідня — в $1\frac{1}{4}$ разів більша за неї. Обчисліть площу прямокутника.

362.* Турист ішов пішки $5\frac{1}{3}$ год зі швидкістю $4\frac{1}{8}$ км/год і їхав велосипедом $1\frac{7}{15}$ год зі швидкістю $12\frac{1}{2}$ км/год. Яка відстань більша: та, яку турист пройшов пішки, чи та, яку він проїхав велосипедом, і на скільки кілометрів?

363.* Мальвіна купила $4\frac{3}{5}$ кг апельсинів за ціною $7\frac{1}{2}$ сольдо за кілограм і $5\frac{1}{4}$ кг яблук за ціною $3\frac{1}{5}$ сольдо за кілограм. За які фрукти — апельсини чи яблука — Мальвіна заплатила більше та на скільки сольдо?

364.* Велосипедист Андрій їхав зі швидкістю $8\frac{3}{4}$ км/год, а велосипедист Богдан — зі швидкістю в $1\frac{1}{7}$ разів більшою. Якою була відстань між велосипедистами спочатку, якщо Богдан наздогнав Андрія через $3\frac{4}{5}$ год після того, як вони одночасно почали рухатися?

- 365.*** Із двох міст одночасно назустріч один одному вирушили велосипедист і мотоцикліст. Велосипедист їхав зі швидкістю $10\frac{4}{5}$ км/год, а мотоцикліст — зі швидкістю в $5\frac{5}{12}$ разів більшою. Знайдіть відстань між містами, якщо велосипедист і мотоцикліст зустрілися через $3\frac{1}{3}$ год після початку руху.
- 366.*** Човен плив $\frac{3}{5}$ год проти течії річки та $1\frac{1}{2}$ год за течією. Який шлях подолав човен за весь час руху, якщо власна швидкість човна становить 18 км/год, а швидкість течії — $1\frac{1}{3}$ км/год?
- 367.*** Теплохід ішов 3 год проти течії та $1\frac{3}{5}$ год за течією річки. На скільки кілометрів менше пройшов теплохід за течією, ніж проти течії, якщо швидкість течії становить $2\frac{1}{4}$ км/год, а власна швидкість теплохода — $22\frac{1}{3}$ км/год?
- 368.*** Перша швачка може виконати деяке замовлення за 4 год, а друга — за 6 год. Яку частину замовлення вони виконають за $\frac{3}{4}$ год, працюючи разом? Чи вистачить їм 3 год, щоб, працюючи разом, виконати замовлення?
- 369.*** Перший робітник може виконати виробниче завдання за 5 год, а другий — за 15 год. Яку частину завдання вони виконають, якщо працюватимуть разом $1\frac{1}{4}$ год? Чи встигнуть вони, працюючи разом, виконати завдання за 3 год?

370." Виконайте множення (буквами позначено натуральні числа):

$$1) \frac{2x}{9} \cdot \frac{3}{4y};$$

$$3) \frac{5m}{4n} \cdot \frac{4m}{5n};$$

$$2) \frac{7ab}{8} \cdot \frac{6c}{35a};$$

$$4) \frac{18xy}{13z} \cdot \frac{26z}{27x}.$$

371." Не виконуючи множення, порівняйте:

$$1) 200 \cdot \frac{6}{13} \text{ і } 200; \quad 2) \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{4} \text{ і } \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{8}; \quad 3) \frac{13}{20} \text{ і } \frac{13}{20} \cdot \frac{7}{8}.$$

372." Не виконуючи множення, порівняйте:

$$1) 1000 \text{ і } 1000 \cdot \frac{2}{3}; \quad 2) \frac{7}{12} \text{ і } \frac{7}{12} \cdot \frac{9}{8}.$$



Вправи для повторення

373. Ігор переклав з одного ящика в другий $2\frac{1}{3}$ кг

яблук, після чого в кожному ящику стало по 20 кг. Скільки кілограмів яблук було в кожному ящику спочатку?

374. Запишіть усі правильні дроби із чисельником 3, які більші за $\frac{3}{7}$.

375. Фермер вирішив посадити кущі смородини. Він міг посадити їх або в 4 ряди, або в 6 рядів. Скільки кущів смородини він вирішив посадити, якщо відомо, що їх було більше за 85, але менше від 100?

376. З одного аеродрому в одному напрямі з інтервалом 0,4 год вилетіли два літаки. Перший літак летів зі швидкістю 640 км/год, а другий — зі швидкістю 720 км/год. Через скільки годин після свого вильоту другий літак буде попереду першого на відстані 24 км?

377. Скільки рівносторонніх трикутників зображено на рисунку 9?



Рис. 9

378. Порівняйте:

1) $\frac{14}{3}$ і 4; 3) 6 і $\frac{35}{6}$.

2) $\frac{12}{5}$ і 3;

379. Скоротіть дріб:

1) $\frac{124}{279}$;

3) $\frac{888}{999}$;

5) $\frac{2323}{3434}$;

2) $\frac{324}{378}$;

4) $\frac{1111}{111\ 111}$;

6) $\frac{121\ 212}{191\ 919}$.

Готуємося до вивчення нової теми

380. Запишіть у вигляді десяткового дробу:

1) 7 %; 2) 26 %; 3) 60 %; 4) 180 %.

381. Запишіть у вигляді звичайного дробу:

1) 6 %; 2) 36 %; 3) 80 %; 4) 140 %.

382. Запишіть у відсотках:

1) 0,12; 2) 0,05; 3) 0,324; 4) 4; 5) 1,12; 6) $1\frac{1}{25}$.



Задача від Мудрої Сови

383. На дошці записано три двоцифрових числа. Перша зліва цифра одного з них — 5, другого — 6, третього — 7. Учитель попросив трьох учнів додати будь-які два із цих чисел. Перший учень отримав у сумі число 147, другий і третій — різні трицифрових числа, перші зліва дві цифри яких 1 і 2. Які числа записано на дошці?

12. Знаходження дробу від числа

У саду ростуть 36 дерев. Із них $\frac{7}{9}$ становлять вишні.

Скільки вишень росте в саду?

У 5 класі ми розв'язували цю задачу за такою схемою:

1) знайдемо, скільки дерев становить $\frac{1}{9}$ всіх дерев:

$$36 : 9 = 4 \text{ (дерев);}$$

2) знайдемо, скільки дерев становлять $\frac{7}{9}$ усіх дерев:

$$4 \cdot 7 = 28 \text{ (дерев).}$$

Отже, у саду ростуть 28 вишень.

У таких випадках кажуть, що ми знайшли $\frac{7}{9}$ від числа 36, а подібні задачі називають **задачами на знаходження дробу від числа**.

Проте знайдену відповідь (28 дерев) можна отримати іншим способом. Для цього достатньо помножити число 36 на дріб $\frac{7}{9}$:

$$36 \cdot \frac{7}{9} = \frac{36 \cdot 7}{9} = 4 \cdot 7 = 28.$$

Розглянутий приклад ілюструє таке правило: *щоб знайти дріб від числа, можна число помножити на цей дріб*.

ПРИКЛАД 1 Полуниці містять 6 % цукру. Скільки кілограмів цукру міститься в 15 кг полуниць?

Розв'язання. Запишемо 6 % у вигляді десяткового дробу: 6 % = 0,06. Тоді:

$15 \cdot 0,06 = 0,9$ (кг) — цукру міститься в 15 кг полуниць.

Відповідь: 0,9 кг. ◀

Цей приклад ілюструє таке правило: *щоб знайти відсотки від числа, можна подати відсотки у вигляді дробу й помножити число на цей дріб.*

ПРИКЛАД 2 У магазин привезли 480 кг шоколадних цукерок і карамельок, причому маса карамельок становила 60 % від маси шоколадних цукерок. Скільки кілограмів шоколадних цукерок привезли в магазин?

Розв'язання. Нехай шоколадних цукерок було x кг, тоді, урахувавши, що $60\% = 0,6$, карамельок було $0,6x$ кг. Оскільки всього шоколадних цукерок і карамельок було 480 кг, то отримуємо рівняння:

$$x + 0,6x = 480.$$

Розв'яжемо його. Маємо: $1,6x = 480$;

$$x = 480 : 1,6;$$

$$x = 300.$$

Отже, шоколадних цукерок було 300 кг.

Відповідь: 300 кг. ◀



1. Як знайти дріб від числа?
2. Як знайти відсотки від числа?

Розв'язуємо усно

1. Коренем якого з даних рівнянь є число $3\frac{1}{2}$:
 1) $7x = 1$; 2) $\frac{7}{2}x = 1$; 3) $\frac{2}{7}x = 1$; 4) $2x = 1$?
2. Обчисліть, використовуючи розподільну властивість множення:
 1) $\left(\frac{3}{7} + \frac{5}{14}\right) \cdot 14$; 2) $\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{6}\right) \cdot 24$; 3) $\left(\frac{4}{15} - \frac{1}{30}\right) \cdot 30$.
3. Троє друзів спіймали 5 кг риби та поділили її між собою порівну. Яку частину вилову отримав кожний із друзів? Скільки кілограмів риби дісталось кожному?

Вправи**384.*** Знайдіть:

- 1) $\frac{3}{5}$ від числа 60; 4) $\frac{24}{65}$ від числа $\frac{39}{40}$;
2) 0,16 від числа 20; 5) $\frac{3}{7}$ від числа $5\frac{3}{5}$;
3) $\frac{5}{6}$ від числа $\frac{3}{20}$; 6) $\frac{3}{8}$ від числа $2\frac{2}{3}$.

385.* Знайдіть:

- 1) 14 % від числа 60; 3) 8 % від числа $\frac{3}{16}$;
2) 40 % від числа 32; 4) 180 % від числа $3\frac{1}{3}$.

386.* Скільки градусів містить кут, який становить:

- 1) $\frac{2}{15}$ прямого кута; 2) $\frac{13}{20}$ розгорнутого кута?

387.* Скільки градусів містить кут, який становить:

- 1) $\frac{23}{18}$ прямого кута; 2) $\frac{11}{12}$ розгорнутого кута?

388.* Мишко зібрав 91 гриб, із них $\frac{5}{13}$ становили білі.

Скільки білих грибів зібрав Мишко?

389.* Оксанка спекла 45 пиріжків, із них $\frac{4}{9}$ становили пиріжки з вишнями. Скільки пиріжків із вишнями спекла Оксанка?**390.*** Мідь становить $\frac{4}{7}$ маси сплаву. Скільки кілограмів міді міститься у 280 кг такого сплаву?**391.*** Сіль становить $\frac{5}{9}$ маси розчину. Скільки кілограмів солі міститься у 18 кг такого розчину?

- 392.* Магазин продав 480 кг огірків і помідорів, причому маса огірків становила 85 % маси цих овочів. Скільки кілограмів огірків продали?
- 393.* Загін козаків із 720 чоловік вирушив у похід на човнах-чайках. У кожен човен сіло 12,5 % загону. Скільки козаків було в кожному човні? На скількох човнах-чайках козаки вирушили в похід?



- 394.* Агрофірма має 140 га землі, 16 % якої займає яблуневий сад. Знайдіть площу саду.
- 395.* Продали m порцій морозива, $\frac{5}{8}$ яких становило ескімо. Складіть вираз для визначення кількості порцій ескімо та обчисліть його значення при $m = 120$.
- 396.* У саду ростуть a кущів троянд, $\frac{3}{14}$ яких становлять рожеві. Складіть вираз для визначення кількості кущів рожевих троянд та обчисліть його значення при $a = 210$.
- 397.* У будинок відпочинку привезли 1440 кг яблук і груш. Яблука становили $\frac{7}{12}$ маси привезених фруктів. Скільки кілограмів груш привезли в будинок відпочинку?
- 398.* Побудували 192 котеджі, із них $\frac{7}{16}$ — двоповерхові, а решта — триповерхові. Скільки триповерхових котеджів побудували?

399.* На скільки 3,5 % від числа 32 більше, ніж $\frac{2}{9}$ від числа 0,45?

400.* На скільки $\frac{8}{27}$ від числа 5,4 більше, ніж $4\frac{2}{3}$ % від числа $\frac{6}{7}$?

401.* Підручники становлять $\frac{1}{3}$ всіх книжок шкільної бібліотеки, а підручники з математики — $\frac{6}{25}$ усіх підручників. Яку частину всіх книжок, що є в бібліотеці, становлять підручники з математики?

402.* Каштани становлять $\frac{5}{18}$ усіх дерев, що ростуть у парку, а дуби — $\frac{9}{10}$ кількості каштанів. Яку частину всіх дерев у парку становлять дуби?

403.* Троє робітників виготовили 216 деталей. Перший робітник виготовив $\frac{7}{18}$ цих деталей, другий — $\frac{13}{36}$. Скільки деталей виготовив третій робітник?

404.* Барон Мюнхгаузен розповідав, що, коли його послали з важливим донесенням з Києва до Парижа, він проскакав на коні 2400 км за чотири дні. За перший день він подолав $\frac{3}{20}$ відстані, за другий — $\frac{4}{15}$, за третій — $\frac{7}{30}$. Скільки кілометрів проскакав барон Мюнхгаузен за четвертий день?

405.* Залізний Дроворуб нарубав $9\frac{3}{8}$ м³ дров. Першого дня він нарубав $\frac{2}{5}$ усього об'єму дров, а другого — $\frac{4}{9}$ решти. Скільки кубометрів дров нарубав Залізний Дроворуб другого дня?

406.* За три тижні продали 324 коробки цукерок.

За перший тиждень продали $\frac{5}{18}$ цієї кількості, за другий — $\frac{15}{26}$ решти. Скільки коробок цукерок продали за третій тиждень?

407.* Том Соєр пофарбував паркан прямокутної форми, довжина якого дорівнює $9\frac{1}{3}$ фута¹, а висота становить $\frac{5}{14}$ довжини. Скільки фунтів² фарби використав Том, якщо на 1 квадратний фут він витрачав $4\frac{1}{2}$ фунта фарби?


408.* Для банку замовили новий сейф, що має форму прямокутного паралелепіпеда. Довжина сейфа дорівнює 3 м, ширина становить $\frac{13}{50}$ довжини, а висота — $\frac{15}{26}$ ширини. Скільки злитків золота, що мають форму куба з ребром 6 см, можна покласти у цей сейф?


409.* Банк «Ламаний гріш» отримав у червні 200 сольдо прибутку, у липні — 0,65 прибутку червня, у серпні — $\frac{16}{13}$ прибутку липня. Скільки сольдо становив прибуток банку за три літніх місяці?

410.* Акціонерне товариство «Поле чудес» мало в грудні 1200 сольдо збитків, у січні — 135 % від збитків грудня, у лютому — $\frac{25}{18}$ збитків січня. Скільки сольдо становили збитки АТ «Поле чудес» за три зимових місяці?

¹ 1 фут = 30,48 см.

² 1 фунт ≈ 454 г.

 411.* До їдальні привезли 405 кг овочів: капусту, моркву та картоплю. Морква становила 32 % від маси капусти, картопля — 138 % від маси капусти. Скільки кілограмів капусти привезли до їдальні?

 412.* Федоренко, Дмитренко та Петренко виграли разом у лотерею 1800 грн. Виграш Дмитренка становив 64 % виграшу Федоренка, а виграш Петренка — 76 % виграшу Федоренка. Скільки гривень становив виграш кожного з них?

413.* З поля площею $14\frac{2}{7}$ га зібрали врожай цукрових буряків по 280 ц з гектара. На цукровий завод відвезли $\frac{9}{16}$ урожаю. Скільки центнерів цукру виробив завод із цих буряків, якщо вихід цукру становить $\frac{1}{6}$ маси перероблених буряків?

414.* З поля площею $11\frac{1}{4}$ га зібрали врожай насіння соняшнику по $21\frac{1}{3}$ ц з гектара. На олію переробили $\frac{33}{40}$ зібраної маси насіння. Скільки центнерів олії отримали, якщо її вихід становить $\frac{1}{3}$ маси переробленого насіння?

415.* Козак Данило наварив кулешу. Сам з'їв $\frac{1}{4}$ кашана, козаку Чубу дав $\frac{1}{3}$ залишку, козаку Біловусу — $\frac{1}{2}$ нового залишку, а козаку Ворону — решту.

Після обіду козаки ніяк не могли з'ясувати, кому з них дісталася більше кулешу. Допоможіть їм розібратися.

416.* Числа a і b не дорівнюють 0. Яке з них більше, якщо:

1) $\frac{3}{4}$ числа a дорівнюють $\frac{2}{3}$ числа b ;

2) $\frac{2}{5}$ числа a дорівнюють $\frac{5}{7}$ числа b ?

417.* Від шнура завдовжки 10 м спочатку відрізали $\frac{1}{5}$ його довжини, потім — $\frac{1}{25}$ початкової довжини,

а потім — $\frac{1}{19}$ того, що залишилося. Скільки метрів шнура залишилося після цих трьох операцій?

418.* Доведіть, що $a\%$ від числа b дорівнюють $b\%$ від числа a .

419.* Відомо, що $\frac{1}{2}$ першого числа дорівнює $\frac{1}{3}$ другого й ці числа відмінні від 0. Яке із цих чисел більше?

420.* Контрольну роботу з математики писали менше ніж 50 учнів. Оцінку «12» отримали $\frac{1}{7}$ учнів, які писали роботу, оцінку «9» — $\frac{1}{3}$ учнів, оцінку «6» — $\frac{1}{2}$ учнів. Решта учнів, на жаль, отримали оцінку, нижчу від 6 балів. Скільки учнів отримали оцінку, нижчу від 6 балів?

421.* Вода під час замерзання збільшує свій об'єм на $\frac{1}{11}$. На яку частину зменшиться об'єм льоду при перетворенні його на воду?

422.* На футбольний матч «Динамо» — «Шахтар» з Донецька приїхало 13 автобусів з уболівальниками. На стадіоні їх поділили на дві рівні групи. Скільки

гостей приїхало, якщо $\frac{11}{17}$ усіх донецьких уболівальників не перевищують 300, а в кожному автобусі їхала однакова кількість пасажирів?

423.* У саду ростуть груші та яблуні, разом 100 дерев. Скільки яблунь росте в саду, якщо 20 % їхньої кількості дорівнюють 60 % кількості груш?

424.* Кількість відсутніх у класі учнів становила $\frac{1}{6}$ кількості присутніх. Після того як один учень вийшов із класу, кількість відсутніх склала $\frac{1}{5}$ кількості присутніх. Скільки учнів навчається в класі?



Вправи для повторення

425. Порівняйте:

$$1) \frac{26}{63} \text{ і } \frac{17}{56}; \quad 2) \frac{31}{42} \text{ і } \frac{19}{24}; \quad 3) \frac{2003}{2004} \text{ і } \frac{2004}{2005}.$$

426. Знайдіть значення виразу

$$4\frac{4}{9} \cdot 1\frac{1}{32} \cdot 1\frac{1}{5} - \left(2\frac{11}{14} - 2\frac{2}{35}\right) \cdot 4\frac{2}{3}.$$

427. Що більше та на скільки: різниця чисел $1\frac{1}{9}$ і $\frac{3}{8}$ чи їхній добуток?



Задача від Мудрої Сови

428. Черепаха повзе по площині зі сталою швидкістю, змінюючи напрям руху на 90° через кожні 15 хв. Доведіть, що повернутися в точку «старту» вона зможе тільки через цілу кількість годин після початку руху.

13. Взаємно обернені числа

Якщо дріб $\frac{4}{9}$ «перевернути», тобто поміняти місцями чисельник і знаменник, то отримаємо дріб $\frac{9}{4}$.

Знайдемо добуток цих дробів: $\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{4} = \frac{4 \cdot 9}{9 \cdot 4} = 1$.

Два числа, добуток яких дорівнює 1, називають взаємно оберненими.

Отже, числа $\frac{4}{9}$ і $\frac{9}{4}$ — взаємно обернені.

Також кажуть, що число $\frac{9}{4}$ є оберненим до числа $\frac{4}{9}$, а число $\frac{4}{9}$ — оберненим до числа $\frac{9}{4}$.

Наведемо приклади пар взаємно обернених чисел.
2,5 і 0,4 — взаємно обернені числа, оскільки $2,5 \cdot 0,4 = 1$.

$\frac{3}{17}$ і $5\frac{2}{3}$ — взаємно обернені числа, оскільки $\frac{3}{17} \cdot 5\frac{2}{3} = \frac{3}{17} \cdot \frac{17}{3} = 1$.

1,02 і $\frac{50}{51}$ — взаємно обернені числа, оскільки $1,02 \cdot \frac{50}{51} = 1 \cdot \frac{2}{100} \cdot \frac{50}{51} = 1 \cdot \frac{1}{50} \cdot \frac{50}{51} = \frac{51}{50} \cdot \frac{50}{51} = 1$.

Оскільки будь-яке натуральне число n можна подати у вигляді дробу $\frac{n}{1}$, то зробимо такий висновок:
якщо n — натуральне число, то оберненим до нього є число $\frac{1}{n}$.

Зокрема, числом, оберненим до 1, є саме число 1.

Для числа 0 оберненого числа не існує.

Оберненим до числа $\frac{a}{b}$ є число $\frac{b}{a}$. Дійсно,

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{ab}{ba} = 1.$$

ПРИКЛАД Знайдіть число, обернене до числа: 1) $7\frac{2}{9}$;
2) 1,4.

Розв'язання. 1) Запишемо число $7\frac{2}{9}$ у вигляді не-
правильного дробу: $7\frac{2}{9} = \frac{65}{9}$. Отже, оберненим до чис-
ла $7\frac{2}{9}$ є число $\frac{9}{65}$.

2) Маємо: $1,4 = 1\frac{4}{10} = 1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$. Тоді шукане число $\frac{5}{7}$.

Відповідь: 1) $\frac{9}{65}$; 2) $\frac{5}{7}$. ◀

1. Які числа називають взаємно оберненими?
2. Яке число є оберненим до натурального числа n ?
3. Чи існує число, обернене саме до себе?
4. Чи для будь-якого числа існує обернене до нього число?
5. Яке число є оберненим до числа $\frac{a}{b}$?

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть добуток:

1) $0,25 \cdot 4$; 2) $\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{3}$; 3) $2\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{22}$.

2. Яке із чисел $0,7$; $1\frac{1}{7}$; 7 ; $\frac{1}{7}$ є коренем рівняння
 $7x = 1$?

3. Троє друзів спіймали разом 24 риби. Перший із них спіймав $\frac{1}{3}$ спільного вилову, а другий — $\frac{1}{2}$ решти. Скільки риб спіймав кожний із друзів?
4. Назвіть усі дроби із чисельником 1, які більші за $\frac{1}{10}$.

Вправи

429.* Чи є взаємно оберненими числа:

- 1) $3\frac{1}{6}$ і $\frac{6}{19}$; 3) 0,4 і 0,25; 5) 1,4 і $\frac{6}{7}$;
2) 0,4 і $2\frac{1}{2}$; 4) 1,2 і $\frac{5}{6}$; 6) $1\frac{3}{7}$ і 0,7?

430.* Укажіть число, обернене до числа:

- 1) $\frac{3}{5}$; 2) 12; 3) $2\frac{2}{9}$; 4) 0,16; 5) $\frac{1}{17}$; 6) 2,3.

431.* Укажіть число, обернене до числа:

- 1) $\frac{7}{11}$; 2) 6; 3) $2\frac{2}{5}$; 4) 0,23; 5) $\frac{1}{9}$; 6) 3,6.

432.* Чи можна стверджувати, що для будь-якого правильного дробу обернене число є неправильним дробом?

433.* Чи можна стверджувати, що для будь-якого неправильного дробу обернене число є правильним дробом?

434.* Обчисліть найзручнішим способом:

- 1) $\frac{12}{19} \cdot \left(1\frac{7}{12} \cdot 4\frac{13}{21}\right)$; 2) $\left(3\frac{2}{7} \cdot 25,8\right) \cdot \frac{7}{23}$.

435.* Обчисліть найзручнішим способом:

- 1) $\left(6\frac{8}{11} \cdot \frac{4}{5}\right) \cdot 1\frac{1}{4}$; 2) $2\frac{5}{6} \cdot \left(17,8 \cdot \frac{6}{17}\right)$.

436.* Знайдіть число, обернене до:

1) суми чисел $\frac{7}{18}$ і $\frac{7}{12}$;

2) суми чисел $2\frac{13}{14}$ і $1\frac{20}{21}$;

3) різниці чисел $\frac{13}{60}$ і $\frac{7}{40}$;

4) добутку чисел $\frac{22}{35}$ і $\frac{21}{44}$.

437.* Знайдіть число, обернене до:

1) різниці чисел $8\frac{3}{4}$ і $7\frac{5}{6}$;

2) добутку чисел $1\frac{1}{15}$ і $\frac{5}{16}$.

438.** 1) Перше число становить $\frac{1}{2}$ другого. У скільки разів друге число більше за перше?

2) Перше число становить $\frac{3}{2}$ другого. Яку частину першого числа становить друге?



Вправи для повторення

439. Знайдіть серед чисел $1,4$; $1\frac{2}{5}$; $\frac{28}{20}$; $1,04$; $1\frac{6}{15}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{35}{30}$; $1\frac{2}{7}$ рівні.

440. Відстань між містами A і B дорівнює 63 км. З міста A в місто B виїхав велосипедист зі швидкістю 12 км/год. Через 3 год після виїзду велосипедиста з міста A в місто B виїхав мотоцикліст, який наздогнав велосипедиста на відстані 42 км від міста A . На якій відстані від міста B буде велосипедист, коли туди приїде мотоцикліст?



Задача від Мудрої Сови

441. Василь і Сашко грають у таку гру: вони по черзі (Василь першим) ламають шоколадку, що має 6×8 клітинок. За один хід дозволяється зробити прямолінійний розлом будь-якого шматка вздовж поглиблення між клітинками шоколадки. Програє той, хто чергового разу не зможе цього зробити. Хто з них виграє?

14. Ділення дробів

Знайдемо площу S прямокутника (рис. 10), сторони якого дорівнюють $\frac{2}{5}$ дм і $\frac{3}{7}$ дм:

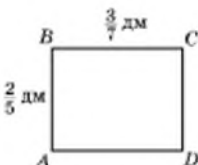


Рис. 10

$$S = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{35} \text{ (дм}^2\text{)}.$$

А як знайти одну зі сторін прямокутника, якщо сусідня сторона дорівнює $\frac{2}{5}$ дм, а площа прямокутника — $\frac{6}{35}$ дм²? Зрозуміло, що

треба виконати ділення: $\frac{6}{35} : \frac{2}{5}$.

Проте ми знаємо, що «невідома» сторона дорівнює $\frac{3}{7}$ дм. Отже, $\frac{6}{35} : \frac{2}{5} = \frac{3}{7}$.

Зауважимо, що частку $\frac{3}{7}$ можна отримати в результаті множення діленого $\frac{6}{35}$ на дріб, обернений до дільника $\frac{2}{5}$, тобто на дріб $\frac{5}{2}$. Справді,

$$\frac{6}{35} : \frac{5}{2} = \frac{\overset{8}{\cancel{6}} \cdot \overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{7}{\cancel{35}} \cdot \underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{3}{7}.$$

$$\text{Маємо: } \frac{6}{35} : \frac{5}{2} = \frac{6}{35} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{7}.$$

Узагалі, ділення дробів можна звести до множення дробів, користуючись таким правилом:

щоб поділити один дріб на інший, треба ділене помножити на число, обернене до дільника.

У буквенному вигляді це правило записують так:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Звернемо увагу, що

$$1 : \frac{a}{b} = \frac{b}{a};$$

$$0 : \frac{a}{b} = 0.$$

На нуль ділити не можна.

ПРИКЛАД 1 Виконайте ділення:

$$1) 10 : \frac{6}{7};$$

$$2) 1\frac{7}{8} : 1\frac{9}{16}.$$

Розв'язання. 1) Записавши ділене у вигляді дробу зі знаменником 1 і застосувавши правило ділення дробів, отримаємо:

$$10 : \frac{6}{7} = \frac{10}{1} : \frac{6}{7} = \frac{10}{1} \cdot \frac{7}{6} = \frac{\overset{5}{\cancel{10}} \cdot \overset{7}{\cancel{7}}}{\underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}.$$

2) Перетворимо мішані числа в неправильні дробу, а потім виконаємо ділення за правилом ділення дробів:

$$1\frac{7}{8} : 1\frac{9}{16} = \frac{15}{8} : \frac{25}{16} = \frac{\overset{8}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{8}}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{16}}}{\underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}. \blacktriangleleft$$

ПРИКЛАД 2 Велосипедист проїжджає відстань між селами Сонячне та Щасливе за 2 год, а пішохід проходить цю відстань за 6 год. Велосипедист і пішохід одночасно вирушили із цих сіл назустріч один одному. Через скільки годин після початку руху вони зустрінуться?

Розв'язання. Відстань між селами візьмемо за одиницю. За 1 год велосипедист проїжджає $\frac{1}{2}$ цієї відстані, а пішохід проходить $\frac{1}{6}$ відстані.

1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (відстані) — долають велосипедист і пішохід за 1 год разом.

2) $1 : \frac{2}{3} = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$ (год) — час, за який велосипедист і пішохід подолають усю відстань. Отже, вони зустрінуться через 1,5 год.

Відповідь: 1,5 год. ◀



1. Сформулюйте правило ділення дробів.
2. На яке число ділити не можна?

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть число, обернене до числа:

- 1) $\frac{6}{7}$; 2) 3; 3) $1\frac{3}{8}$; 4) 0,5; 5) 0,01; 6) 3,1.

2. Знайдіть добуток:

- 1) числа $\frac{3}{8}$ і числа, оберненого до $\frac{1}{3}$;
 2) числа $\frac{7}{11}$ і числа, оберненого до 7;
 3) числа 6 і числа, оберненого до 18;

4) числа $1\frac{1}{5}$ і числа, оберненого до $\frac{2}{5}$.

3. Скільки кілограмів містить:

1) $\frac{1}{4}$ т; 2) $\frac{1}{5}$ т; 3) $\frac{3}{10}$ т; 4) $\frac{2}{5}$ ц; 5) $\frac{3}{25}$ ц; 6) $\frac{7}{20}$ ц?

4. За п'ять днів відремонтували $\frac{5}{6}$ шляху. Яку частину шляху ремонтували за 1 день? За скільки днів відремонтують увесь шлях? (Продуктивність праці у всі дні однакова.)

Вправи

442.* Виконайте ділення:

1) $\frac{3}{7} : \frac{5}{6}$; 3) $\frac{7}{16} : \frac{42}{43}$; 5) $\frac{9}{25} : \frac{27}{50}$; 7) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$;
2) $\frac{3}{14} : \frac{2}{21}$; 4) $\frac{3}{4} : \frac{21}{40}$; 6) $\frac{45}{56} : \frac{63}{64}$; 8) $\frac{65}{98} : \frac{26}{49}$.

443.* Виконайте ділення:

1) $\frac{11}{15} : \frac{3}{8}$; 3) $\frac{12}{55} : \frac{48}{77}$; 5) $\frac{27}{50} : \frac{9}{25}$; 7) $\frac{5}{8} : \frac{5}{32}$;
2) $\frac{6}{35} : \frac{18}{25}$; 4) $\frac{21}{40} : \frac{3}{4}$; 6) $\frac{63}{64} : \frac{45}{56}$; 8) $\frac{14}{55} : \frac{1}{5}$.

444.* Знайдіть частку:

1) $10 : \frac{5}{6}$; 3) $\frac{3}{4} : 2$; 5) $1 : \frac{7}{8}$; 7) $1\frac{7}{8} : 2\frac{11}{32}$;
2) $12 : \frac{15}{16}$; 4) $\frac{10}{11} : 10$; 6) $7\frac{3}{5} : \frac{19}{25}$; 8) $5\frac{1}{3} : 1\frac{5}{9}$.

445.* Знайдіть частку:

1) $6 : \frac{7}{9}$; 3) $13 : \frac{26}{29}$; 5) $\frac{9}{16} : 6$; 7) $2\frac{10}{13} : 3\frac{3}{26}$;
2) $16 : \frac{4}{11}$; 4) $\frac{7}{9} : 5$; 6) $1\frac{5}{9} : 1\frac{8}{27}$; 8) $2\frac{4}{7} : 1\frac{1}{35}$.

446.* Знайдіть значення виразу:

$$1) 3\frac{3}{4} : \frac{3}{8} : 1\frac{3}{7};$$

$$7) \left(\frac{5}{12} + \frac{1}{8}\right) : \frac{3}{8};$$

$$2) 3\frac{3}{4} : \left(\frac{3}{8} : 1\frac{3}{7}\right);$$

$$8) \frac{5}{12} + \frac{1}{8} : \frac{3}{8};$$

$$3) 1\frac{7}{9} \cdot \frac{15}{32} : 1\frac{19}{36};$$

$$9) 2\frac{6}{7} : \left(\frac{5}{6} - \frac{9}{14}\right);$$

$$4) 1\frac{7}{9} \cdot \left(\frac{15}{32} : 1\frac{19}{36}\right);$$

$$10) 2\frac{6}{7} : \frac{5}{6} - \frac{9}{14};$$

$$5) 3\frac{4}{7} : 1\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3};$$

$$11) 2\frac{1}{4} : 1\frac{4}{11} - \frac{3}{8} : \frac{7}{8};$$

$$6) 3\frac{4}{7} : \left(1\frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3}\right);$$

$$12) \left(3\frac{1}{6} - 5\frac{1}{6} : 4\frac{2}{15}\right) \cdot \frac{3}{92}.$$

447.* Знайдіть значення виразу:

$$1) 12 : 3\frac{3}{8} - 1\frac{1}{4} : \frac{15}{32};$$

$$3) \left(1\frac{1}{35} : \frac{4}{5} - 1\frac{8}{35}\right) \cdot 3\frac{1}{3};$$

$$2) 1\frac{31}{35} : \left(2 - \frac{8}{9} : 1\frac{19}{45}\right);$$

$$4) \left(7 - 1\frac{5}{9} : \frac{7}{24}\right) : \frac{20}{27}.$$

448.* Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{2}{7}x = \frac{9}{14};$$

$$3) 3x = \frac{2}{9};$$

$$5) \frac{18}{49} : x = \frac{6}{35};$$

$$2) \frac{3}{8}x = 6;$$

$$4) x : \frac{6}{11} = \frac{3}{7};$$

$$6) \frac{3}{8}x = 2,4.$$

449.* Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{25}{27}x = \frac{5}{18};$$

$$3) 4x = \frac{5}{7};$$

$$5) 4\frac{4}{9} : x = \frac{5}{27};$$

$$2) \frac{13}{17}x = 39;$$

$$4) x : 2\frac{2}{15} = 1\frac{9}{16};$$

$$6) 1\frac{4}{9}x = 5,2.$$

450.* Знайдіть швидкість поїзда, якщо за $\frac{8}{15}$ год він

проїхав $34\frac{2}{3}$ км.

451.* За який час автобус проїде 63 км, якщо його швидкість становить $50\frac{2}{5}$ км/год?

452.* Скільки коштує 1 кг цукерок, якщо за $2\frac{1}{5}$ кг заплатили 220 грн?

453.* Яка маса 1 дм^3 сплаву, якщо маса $5\frac{1}{3}$ дм^3 цього сплаву дорівнює $3\frac{5}{9}$ кг?

454.* У двох цистернах 120 т нафти. Скільки тонн нафти в кожній цистерні, якщо в одній із них в $1\frac{2}{9}$ рази більше нафти, ніж у другій?

455.* У двох контейнерах 90 кг яблук. Скільки кілограмів яблук у кожному контейнері, якщо в одному з них у $2\frac{1}{3}$ рази менше яблук, ніж у другому?

456.* Знайдіть середнє арифметичне чисел:

1) $\frac{5}{6}$ і $\frac{7}{20}$;

3) $2\frac{3}{5}$, $3\frac{3}{10}$ і $2\frac{1}{2}$;

2) $1\frac{3}{7}$ і $2\frac{5}{21}$;

4) $7\frac{5}{24}$, $6\frac{7}{24}$ і $8\frac{1}{6}$.

457.* Знайдіть значення виразу:

1) $\left(2\frac{13}{48} + 2\frac{5}{12}\right) : 3\frac{3}{4} - 9\frac{3}{4} : 12$;

2) $\left(8 : 2\frac{10}{19} - 1\frac{13}{15} \cdot 1\frac{6}{49}\right) : \left(3\frac{1}{12} - 1\frac{25}{36}\right)$.

458.* Знайдіть значення виразу:

1) $\left(2\frac{5}{9} - 1\frac{20}{21}\right) : 1\frac{8}{49} + 1\frac{8}{9} : 6$;

2) $\left(1\frac{17}{18} \cdot 1\frac{13}{14} - 2\frac{5}{8} : 1\frac{19}{20}\right) : \left(2\frac{25}{78} - 1\frac{1}{26}\right)$.

459.* Розв'яжіть рівняння:

$$1) 5\frac{11}{14}x - \frac{8}{15} = \frac{5}{21};$$

$$5) 2\frac{1}{3} : x - 1\frac{1}{6} = 1\frac{5}{9};$$

$$2) 7\frac{3}{10} + \frac{25}{28}x = 8\frac{13}{35};$$

$$6) 2\frac{1}{3} : \left(x - 1\frac{1}{6}\right) = 1\frac{5}{9};$$

$$3) 3\frac{1}{3} - 1\frac{1}{20}x = 1\frac{14}{15};$$

$$7) 27 : \left(31\frac{3}{7} - 2\frac{11}{14}x\right) = 1\frac{1}{8};$$

$$4) \frac{3}{8}x + \frac{7}{12}x - \frac{5}{6}x = \frac{9}{32};$$

$$8) 48 : \left(3\frac{4}{5}x - 25\right) = 1\frac{1}{2}.$$

460.* Розв'яжіть рівняння:

$$1) 2\frac{2}{11}x - \frac{5}{16} = 1\frac{3}{4};$$

$$4) \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x = 1\frac{19}{75};$$

$$2) 4\frac{2}{9}x + 3\frac{5}{14} = 6\frac{11}{21};$$

$$5) 4\frac{1}{2} : x + 1\frac{3}{4} = 3\frac{19}{28};$$

$$3) \frac{11}{18} - \frac{14}{27}x = \frac{5}{12};$$

$$6) 3\frac{2}{3} : \left(x - 2\frac{4}{15}\right) = 3\frac{5}{13}.$$

461.* Автомобіль їде зі швидкістю 80 км/год. Скільки кілометрів він проїжджає за 1 хв? Виразіть швидкість автомобіля в метрах за хвилину.

462.* Пішохід їде зі швидкістю 5 км/год. Виразіть його швидкість у метрах за хвилину та в метрах за секунду.

463.* Із села до місця риболовлі Іван Петрович проплив на плоті $10\frac{4}{5}$ км, а повертався на човні, який рухався зі швидкістю $4\frac{1}{20}$ км/год, витративши на зворотний шлях на $1\frac{5}{6}$ год менше. Знайдіть швидкість течії річки.

464.* Теплохід проходить $40\frac{1}{2}$ км за течією річки за $1\frac{1}{2}$ год. На скільки більше часу витратить теплохід на зворотний шлях, якщо швидкість течії дорівнює $3\frac{3}{8}$ км/год?

465.* Довжина трамвайного маршруту $15\frac{3}{4}$ км. На маршруті є 12 зупинок, на кожній з яких трамвай стоїть $1\frac{1}{6}$ хв. За який час трамвай подолає весь маршрут, якщо його швидкість дорівнює $13\frac{1}{8}$ км/год?

466.* Автобус проїжджає маршрут завдовжки $20\frac{1}{4}$ км за $\frac{7}{10}$ год. Він їде маршрутом зі швидкістю 45 км/год і робить 10 зупинок однакової тривалості. Скільки часу триває кожна зупинка автобуса?

467.* Потрібно розфасувати $32\frac{1}{2}$ кг цукру в пакети по $\frac{3}{4}$ кг кожний. Скільки вийде повних пакетів?

468.* Для зв'язування однієї пачки книг потрібно $1\frac{1}{3}$ м мотузки. Для зв'язування скількох таких пачок вистачить 18 м мотузки?

469.* Яка найменша кількість банок місткістю 0,3 кг потрібна, щоб розлити в них 5 кг варення?

470.* Яка найменша кількість цеберок місткістю $6\frac{2}{3}$ л потрібна, щоб розлити в них 70 л молока?

471.* Майстер Іван Іванович може відремонтувати кабінет математики за 24 год, а майстер Петро Петрович — за 48 год. За скільки годин, працюючи разом, вони відремонтують цей кабінет?

472.* Кіт Том з'їдає смажену індичку за 20 хв, а мишеня Джеррі — за 30 хв. За скільки хвилин Том і Джеррі з'їдять індичку разом?

473.* Перший робітник може виконати завдання за 30 год, а другому для цього потрібно в $1\frac{1}{2}$ разів більше часу, ніж першому. За скільки годин вони виконають це завдання, працюючи разом? Яку частину завдання при цьому виконає кожен із них?

474.* Перший тракторист може зорати поле за 12 днів, другому для цього потрібно в $1\frac{1}{5}$ разів менше часу, ніж першому, а третьому — в $1\frac{1}{2}$ разів більше, ніж другому. За скільки днів вони разом можуть зорати поле? Яку частину поля при цьому зоре кожен із них?

475.* Через першу трубу басейн можна наповнити водою за 10 год. Наповнення басейну через другу трубу потребує в $1\frac{1}{4}$ разів менше часу. За який час наповниться басейн, якщо відкрити одночасно обидві труби? Яку частину басейну наповнить при цьому кожна труба?

476.* Два робітники, працюючи разом, можуть виконати певну роботу за 6 год. Один із них, працюючи самостійно, може виконати цю роботу за 15 год. За скільки годин її може виконати самостійно другий робітник?

477." Пасажирський поїзд проходить відстань між двома містами за 36 год. Якщо одночасно із цих міст вийдуть назустріч один одному пасажирський і товарний поїзди, то вони зустрінуться через 20 год після початку руху. За який час товарний поїзд може подолати відстань між містами?

478." Через першу трубу басейн можна наповнити водою за 3 год, а через другу — за 6 год. Спочатку 2 год була відкрита перша труба, потім її закрили й відкрили другу трубу. За скільки годин було наповнено басейн?

479." Перша бригада може виконати замовлення за 9 днів, а друга — за 12 днів. Спочатку три дні працювала перша бригада, а потім її замінила друга. За скільки днів було виконано замовлення?

480." Виконайте ділення (буквами позначено натуральні числа):

1) $\frac{2a}{21} : \frac{4b}{49}$;

3) $\frac{36ab}{17c} : \frac{21b}{34c}$;

2) $\frac{11m}{9n} : \frac{22n}{27m}$;

4) $\frac{51x}{32y} : \frac{17x}{16y}$.

481." Знайдіть найменше натуральне число, при діленні якого на $\frac{4}{5}$ і на $\frac{6}{7}$ у результаті отримаємо натуральні числа.

482." Котра зараз година, якщо до кінця доби залишилося $\frac{4}{5}$ того часу, що вже минув від початку доби?

483." Знайдіть найменше натуральне число, при діленні якого на $\frac{6}{11}$, на $\frac{8}{17}$ і на $\frac{12}{19}$ у результаті отримаємо натуральні числа.

484.* Знайдіть значення виразу:

$$1) 1 - \frac{2}{3 + \frac{1}{2}}; \quad 2) \frac{8 - \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}}{8 + \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}}; \quad 3) \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}.$$

485.* Обчисліть:

$$1) 2 + \frac{1}{1 + \frac{2}{1 + \frac{1}{3}}}; \quad 2) \frac{2 - \frac{2}{\frac{1}{1} - \frac{4}{2}}}{2 + \frac{2}{\frac{1}{1} - \frac{4}{2}}}; \quad 3) \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3}}}}.$$

486.* Збільшиться чи зменшиться значення дробу та в скільки разів, якщо до його знаменника додати число, яке дорівнює цьому знаменнику?

487.* Човен пропливає певну відстань озером за 6 год, а за течією річки таку саму відстань — за 5 год. За скільки годин таку саму відстань цією річкою пропливе пліт?

488.* Деяку відстань за течією річки катер проходить за 3 год, а пліт — за 15 год. За скільки годин цей катер проходить таку саму відстань проти течії річки?

489.* Теплохід проходить певну відстань за течією річки за 2 год, а проти течії — за 3 год. За скільки годин таку саму відстань цією річкою пропливе пліт?



Вправи для повторення

490. За перший день туристи пройшли $\frac{5}{12}$ наміченого шляху, за другий — 30 % шляху, а за третій —

решту шляху. Яку частину шляху пройшли туристи за третій день?

491. Кут ABC — прямий, промінь BM проведено так, що $\angle MBC = 120^\circ$, промінь BK — бісектриса кута ABC . Обчисліть градусну міру кута MBK . Скільки розв'язків має задача?



Задача від Мудрої Сови

492. В один ряд розміщено 1000 фішок. Будь-які дві фішки, розміщені через одну, дозволяється поміняти місцями. Чи можна переставити фішки у зворотному порядку?

15. Знаходження числа за заданим значенням його дробу

Розглянемо таку задачу. У саду ростуть 28 вишень, що становить $\frac{7}{9}$ кількості всіх дерев, які ростуть у саду. Скільки всього дерев росте в саду?

У 5 класі ми розв'язували цю задачу за такою схемою:

- 1) знайдемо, скільки дерев становить $\frac{1}{9}$ кількості всіх дерев:

$$28 : 7 = 4 \text{ (дерева);}$$

- 2) знайдемо, скільки всього дерев росте в саду:

$$4 \cdot 9 = 36 \text{ (дерев).}$$

У цій задачі, знаючи, що 28 дерев становлять $\frac{7}{9}$ кількості всіх дерев, ми знайшли загальну кількість дерев у саду. Подібні задачі називають **задачами на знаходження числа за заданим значенням його дробу**.

Зауважимо, що знайдену відповідь (36 дерев) можна отримати в інший спосіб. Для цього число 28 мож-

на поділити на дріб $\frac{7}{9}$:

$$28 : \frac{7}{9} = \frac{28 \cdot 9}{\cancel{7}_1} = 4 \cdot 9 = 36.$$

Цей приклад ілюструє таке правило.

Щоб знайти число за заданим значенням його дробу, можна дане значення поділити на цей дріб.

ПРИКЛАД У діжку налили 84 л води. Яким є об'єм цієї діжки, якщо виявилось, що заповнено 70 % її об'єму?

Розв'язання. Запишемо 70 % у вигляді десяткового дробу: 70 % = 0,7. Отже, 84 л становлять 0,7 об'єму всієї діжки. Тоді об'єм діжки дорівнює $84 : 0,7 = 120$ (л).

Відповідь: 120 л. ◀

Цей приклад ілюструє таке правило.

Щоб знайти число за його відсотками, можна подати відсотки у вигляді дробу й поділити значення відсотків на цей дріб.



1. Як знайти число за значенням його дробу?
2. Як знайти число за його відсотками?

Розв'язуємо усно

1. За який час працівник виконає всю роботу, якщо за 1 год він виконав: 1) $\frac{1}{5}$ роботи; 2) $\frac{3}{8}$ роботи?
2. Цукерки розклали в коробки по $\frac{1}{8}$ кг у кожную. Скільки вийшло коробок, якщо цукерок було $5\frac{1}{4}$ кг?

3. Сергій пофарбував у суботу $\frac{1}{4}$ паркана. У неділю до нього приєдналися двоє друзів, і вони із Сергієм дофарбували решту паркана, поділивши її порівну між собою. Яку частину паркана пофарбував кожний із друзів Сергія в неділю?

Вправи

493.* Знайдіть число, якщо: 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) 0,4; 4) $\frac{4}{9}$;

5) $\frac{12}{13}$; 6) $\frac{24}{25}$ його дорівнює 48.

494.* Знайдіть число, якщо: 1) $\frac{1}{2}$; 2) 0,2; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{7}{8}$;

5) $\frac{8}{11}$; 6) $\frac{14}{13}$ його дорівнює 56.

495.* Знайдіть число:

1) $\frac{3}{4}$ якого дорівнюють 12;

2) $\frac{6}{13}$ якого дорівнюють 24;

3) $\frac{7}{9}$ якого дорівнюють 63;

4) 0,9 якого дорівнюють 81;

5) $\frac{9}{7}$ якого дорівнюють $7\frac{1}{14}$;

6) $\frac{5}{7}$ якого дорівнюють $\frac{5}{7}$.

496.* Знайдіть число:

1) $\frac{8}{15}$ якого дорівнюють 40;

2) $\frac{5}{27}$ якого дорівнюють $4\frac{4}{9}$;

3) $\frac{15}{8}$ якого дорівнюють 120;

4) $\frac{3}{5}$ якого дорівнюють $\frac{9}{10}$.

497.* Знайдіть число, якщо:

1) 24 % його дорівнюють 48;

2) 75 % його дорівнюють $\frac{1}{4}$;


3) $3\frac{1}{3}$ % його дорівнюють 5;

4) 108 % його дорівнюють 86,4.

498.* Знайдіть число, якщо:

1) 13 % його дорівнюють 52;

2) 80 % його дорівнюють $\frac{3}{5}$.

 499.* У залі для глядачів Міжнародного центру культури і мистецтв (м. Київ) 1960 місць, що становить $\frac{49}{92}$ кількості місць для глядачів у Національному палаці «Україна». Скільки місць для глядачів є в палаці «Україна»?



Національний палац
«Україна»



Міжнародний центр культури
і мистецтв (м. Київ)

500.* Михайлик прочитав 144 сторінки, що становило $\frac{3}{5}$ сторінок книги. Скільки сторінок було в книзі?

501.* Команда шестикласників виграла змагання з футболу. Її кращий бомбардир забив 16 голів, що становило $\frac{4}{15}$ усіх голів, забитих цією командою. Скільки всього голів забила команда?

502.* Чому дорівнює відстань між двома містами, якщо 36 км становлять 15 % цієї відстані?

503.* На придбання книжок для шкільної бібліотеки виділили певну суму грошей, 8 % якої витратили на придбання словників. Яку суму виділили на придбання книжок, якщо на словники витратили 280 грн?

504.* На сніданок Вінні-Пух з'їв $\frac{6}{17}$ меду, який містився в барильці, а на обід — решту 22 кг. Скільки кілограмів меду було в барильці?

505.* Першого дня продали $\frac{13}{21}$ усіх груш, а другого — решту 128 кг. Скільки кілограмів груш продали за два дні?

506.* 1) Один із двох доданків дорівнює 320, що становить $\frac{40}{51}$ їхньої суми. Знайдіть другий доданок.

2) Знайдіть різницю двох чисел, якщо від'ємник дорівнює 49, що становить $\frac{7}{12}$ зменшуваного.

507.* 1) Один із двох доданків дорівнює 42, що становить $\frac{6}{23}$ другого доданка. Знайдіть їхню суму.

2) Знайдіть різницю двох чисел, якщо зменшуване дорівнює 90 і становить $\frac{9}{5}$ від'ємника.

508.* У 1746 р. в Єлисаветграді¹ при фортеці було відкрито казенну школу, де вивчали Закон Божий, німецьку й французьку мови, арифметику, училися малювати, співати, танцювати. Школу відвідувало 60 дівчат, що становило $\frac{3}{4}$ кількості хлопчиків.

Скільки всього учнів було в цій школі?

509.* Одна зі сторін прямокутника дорівнює $2\frac{5}{8}$ дм, що становить $\frac{7}{6}$ довжини сусідньої сторони. Знайдіть периметр і площу прямокутника.

510.* Довжина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 45 см, ширина становить $\frac{4}{9}$ довжини і $\frac{12}{7}$ висоти.

Обчисліть об'єм прямокутного паралелепіпеда.

511.* Периметр трикутника дорівнює 56 см. Довжина однієї з його сторін становить $\frac{5}{14}$ периметра і $\frac{15}{8}$ довжини другої сторони. Знайдіть сторони трикутника.

512.* Периметр прямокутника дорівнює $15\frac{1}{3}$ см, що становить $\frac{23}{6}$ довжини прямокутника. Знайдіть ширину прямокутника.

513.* Учні посадили біля школи дерева. Фруктові дерева становлять $\frac{11}{15}$ посаджених дерев. Вишні становлять $\frac{4}{11}$ фруктових дерев. Скільки всього дерев посадили учні, якщо вишень посадили 12?

¹ Сьогодні це місто Кіровоград.

514.* На птахофермі вирощують курчат, качок та індичок. Качки становлять 0,42 усіх птахів, а індички — $\frac{9}{28}$ качок. Скільки всього птахів на фермі, якщо індичок — 54?

515.* У дитячий санаторій привезли апельсини, мандарини та яблука. Апельсини становили $\frac{7}{18}$ маси всіх фруктів, мандарини — $\frac{5}{12}$, а яблука — решту 28 кг. Скільки кілограмів фруктів привезли в санаторій?

516.* Відомо, що $\frac{7}{20}$ армії царя Гороха становили стрілецькі полки, $\frac{13}{30}$ — драгунські полки, а решту 26 полків — козацькі. Скільки полків було в армії царя Гороха?

517.* Петро, Федір та Іван збирали яблука. Іван зібрав 23 % маси яблук, Петро — 39 %, а Федір — решту 190 кг. Скільки кілограмів яблук вони зібрали разом?

518.* Скільки кілограмів овочів привезли в магазин, якщо огірки становили 27 % маси овочів, картопля — 42 %, а капуста — решту 496 кг?

519.* Готуючись до олімпіади з математики, Максим у суботу та неділю розв'язував задачі. У суботу він розв'язав $\frac{7}{18}$ усіх задач, а в неділю — $\frac{2}{9}$ усіх задач і решту 14 задач. Скільки всього задач розв'язав Максим за два дні?

520.* Готуючись до олімпіади з англійської мови, Галина перекладала текст. За один день вона переклала $\frac{5}{12}$ сторінок тексту й ще 10 сторінок,

після чого їй залишилося перекласти $\frac{3}{8}$ сторінок тексту. Скільки сторінок містив текст для перекладу?

- 521.* Розповідають, що на запитання, скільки учнів навчається в його школі, видатний давньогрецький учений Піфагор відповів: «Половина вивчає математику, чверть — музику, сьома частина проводить час у мовчазних роздумах, крім того, є ще три жінки». Скільки учнів було в школі Піфагора?



Піфагор (біля 580 – біля 500 до н. е.)

- 522.* Знайдіть число, $\frac{10}{13}$ якого дорівнюють $\frac{11}{14}$ числа 280.

- 523.* Знайдіть $\frac{7}{24}$ числа, $\frac{3}{8}$ якого становлять 36.

- 524.** Буратіно витратив $\frac{13}{28}$ своїх грошей на купівлю підручників, а на купівлю цукерок — $\frac{11}{18}$ решти. Після цього в нього залишилося 35 сольдо. Скільки сольдо було в Буратіно спочатку?

- 525.** Троє мишенят знайшли головку сиру. Одне мишеня з'їло $\frac{7}{12}$ головки, друге — $\frac{7}{15}$ залишку, а третє — решту $1\frac{2}{3}$ кг сиру. Якою була маса головки сиру?



526.* За перший день у магазині продали $\frac{5}{9}$ завезеної тканини, за другий — 35 % залишку, а за третій — решту 52 м. Скільки метрів тканини завезли в магазин?

527.* За перший місяць відремонтували 55 % дороги, за другий — $\frac{3}{8}$ залишку, а за третій — решту 45 км. Скільки кілометрів дороги відремонтували за три місяці?

528.* Альпіністи за перший день подолали $\frac{1}{3}$ висоти гори, за другий — $\frac{1}{3}$ висоти, що залишилася, за третій — знову $\frac{1}{3}$ висоти, що залишилася, а за четвертий день альпіністи подолали решту 800 м і досягли вершини. Знайдіть висоту цієї гори.



Вправи для повторення

529. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{5}{9} + \frac{4}{9} \cdot 3\frac{1}{6} \cdot \left(\frac{4}{19} + 1\frac{5}{38} - \frac{75}{76} \right);$$

$$2) \left(1\frac{5}{54} - \frac{11}{36}\right) \cdot 3\frac{3}{5} \cdot 2\frac{2}{7} - 1\frac{2}{7} \cdot 1\frac{5}{9}.$$

530. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{2}{3}x = 1;$$

$$3) 4x = \frac{1}{4};$$

$$2) 5x = \frac{1}{6};$$

$$4) 7x = 20.$$

531. Знайдіть координату точки А (рис. 11).

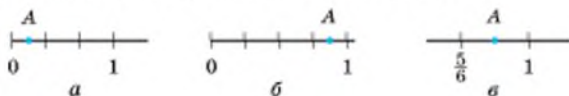


Рис. 11

532. Замість зірочок поставте такі цифри, щоб трицифрове число $*8*$ ділилося націло на 9. Знайдіть усі можливі розв'язки.

Готуємося до вивчення нової теми

533. Із чисел 20, 45, 50, 125, 64, 505 виберіть такі, розклади яких на прості множники містять лише числа 2 і 5.

534. Чи можна нескоротний дріб зі знаменником 3 звести до дробу зі знаменником 10? 100? 1000? Відповідь обґрунтуйте.



Задача від Мудрої Сови

535. Після того як шматок мила, який має форму прямокутного паралелепіпеда, використали для прання 7 разів, його довжина, ширина та висота зменшилися вдвічі. Скільки ще разів можна використати для прання шматок мила, що залишився?

16. Перетворення звичайних дробів у десяткові

Нагадаємо, що для звичайних дробів зі знаменниками 10, 100, 1000 і т. д. знайдено «одноповерхову» форму запису — десяткові дроби. Наприклад, $\frac{7}{10} = 0,7$;

$$\frac{23}{100} = 0,23; \quad \frac{19}{1000} = 0,019.$$

Будь-який десятковий дріб легко перетворити у звичайний дріб, наприклад:

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}; \quad 2,75 = 2 \frac{75}{100} = 2 \frac{3}{4} = \frac{11}{4}.$$

За допомогою основної властивості дробу нескладно, наприклад, дроб $\frac{1}{2}$, $\frac{23}{50}$ перетворити в десяткові:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = 0,5;$$

$$\frac{23}{50} = \frac{23 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{46}{100} = 0,46.$$

Щоб нескоротний дріб $\frac{a}{b}$ перетворити в десятковий, треба звести його до одного зі знаменників 10, 100, 1000 і т. д.

Який же із цих знаменників вибрати? Зазначимо, що при зведенні нескоротного дробу до нового знаменника «старий» знаменник є дільником нового. Тому знаменник дробу $\frac{a}{b}$ має бути дільником одного із чисел 10, 100, 1000 і т. д.

Наприклад, перетворимо дріб $\frac{3}{40}$ у десятковий.

Числа 10 і 100 не діляться націло на 40, тому вони не підходять для знаменника. А ось число 1000 ділиться націло на 40 ($1000 : 40 = 25$).

Звідси

$$\frac{3^{\frac{125}{40}}}{40} = \frac{75}{1000} = 0,075.$$

Проте не кожний нескоротний звичайний дріб можна записати у вигляді десяткового.

Розглянемо, наприклад, дріб $\frac{5}{9}$. Жодне із чисел 10, 100, 1000 і т. д. націло на 9 не ділиться. Отже, дріб $\frac{5}{9}$ перетворити в десятковий не вдасться.

А як розпізнавати нескоротні дроби, які можна подати у вигляді десяткових?

Зауважимо, що кожне із чисел 10, 100, 1000 і т. д. має тільки два простих дільники: 2 і 5. Дійсно, $10 = 2 \cdot 5$, $100 = 2^2 \cdot 5^2$, $1000 = 2^3 \cdot 5^3$ і т. д. Тому можна зробити такий висновок.

Нескоротний дріб $\frac{a}{b}$ можна перетворити в десятковий лише тоді, коли розклад знаменника b на прості множники не містить чисел, відмінних від 2 і 5.

Нагадаємо, що звичайні дроби можна перетворювати в десяткові й у інший спосіб. Перетворимо, наприклад, дріб $\frac{3}{16}$ у десятковий. Маємо: $\frac{3}{16} = 3:16$.

Тепер виконаємо ділення куточком:

$$\begin{array}{r} 3,0 \quad | 16 \\ -16 \quad | 0,1875 \\ \hline 140 \\ -128 \\ \hline 120 \\ -112 \\ \hline 80 \\ -80 \\ \hline 0 \end{array}$$

Отже, $\frac{3}{16} = 0,1875$.

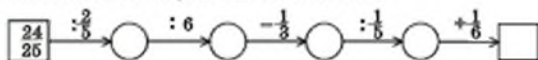
Щоб перетворити звичайний дріб у десятковий, можна його чисельник поділити на знаменник.



1. У якому випадку нескоротний дріб можна перетворити в десятковий?
2. Як перетворити звичайний дріб у десятковий?

Розв'язуємо усно

1. Заповніть ланцюжок обчислень:



2. Виконайте ділення:

1) $2 : 5$; 2) $1 : 2$; 3) $3 : 4$; 4) $8 : 5$.

3. Тракторист зорав $\frac{2}{3}$ поля за $\frac{4}{5}$ год. За який час він зорав усе поле, працюючи з тією самою продуктивністю?

Вправи

- 536.* Чи можна даний звичайний дріб перетворити в десятковий:

1) $\frac{4}{5}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{7}{8}$; 4) $\frac{13}{400}$; 5) $\frac{9}{125}$; 6) $\frac{18}{150}$?

- 537.* Які з даних звичайних дробів можна перетворити в десяткові:

1) $\frac{11}{16}$; 2) $\frac{17}{200}$; 3) $\frac{5}{12}$; 4) $\frac{14}{625}$; 5) $\frac{23}{600}$; 6) $\frac{84}{140}$?

- 538.* Перетворіть у десятковий дріб:

1) $\frac{13}{20}$; 2) $\frac{3}{25}$; 3) $\frac{9}{40}$; 4) $\frac{7}{16}$; 5) $\frac{97}{80}$; 6) $\frac{42}{15}$.

- 539.* Перетворіть у десятковий дріб:

1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{32}{125}$; 3) $\frac{159}{200}$; 4) $\frac{1}{25}$; 5) $\frac{53}{50}$; 6) $\frac{56}{175}$.

540.* Перетворіть звичайні дроби в десяткові та обчисліть:

1) $0,29 + \frac{6}{25}$;

3) $8,22 - 4\frac{7}{50}$;

2) $4\frac{5}{8} - 3,94$;

4) $15,63 + 1\frac{9}{16}$.

541.* Перетворіть звичайні дроби в десяткові та обчисліть:

1) $\frac{6}{25} - 0,238$;

3) $0,35 + 1\frac{7}{8}$;

2) $\frac{237}{250} + 0,052$;

4) $9\frac{329}{500} - 8,658$.



Вправи для повторення

542. Знайдіть значення виразу

$$\left(0,5 : 1,25 + 1,4 \cdot \frac{7}{11} - \frac{3}{11}\right) \cdot 4\frac{1}{8}.$$

543. Одна сторона трикутника дорівнює 32 см, друга становить 45 % першої, а третя — $\frac{11}{16}$ першої. Обчисліть периметр трикутника.

Готуємося до вивчення нової теми

544. Порівняйте:

1) 6,4 і 6,42; 2) 0,4 і 0,08; 3) 0,075 і 0,1.



Задача від Мудрої Сови

545. Кожну грань куба пофарбовано в білий або чорний колір. Доведіть, що знайдуться дві грані зі спільним ребром, які пофарбовано в один колір.

17. Нескінченні періодичні десяткові дроби

Як ви вже знаєте, дріб $\frac{5}{11}$ перетворити в десятковий не можна, тобто якщо 5 поділити на 11, то десятковий дріб не отримаємо. Цікаво, а якщо все ж таки спробувати поділити:

$$\begin{array}{r}
 5,0 \overline{) 11} \\
 \underline{44} \\
 60 \\
 \underline{55} \\
 50 \\
 \underline{44} \\
 60 \\
 \underline{55} \\
 5
 \end{array}$$

Бачимо, що це ділення можна продовжувати нескінченно. Частка має вигляд $0,454545\dots$. У цьому записі крапки означають, що цифри 4 і 5, які стоять поряд, *періодично* повторюються безліч разів.

Число $0,454545\dots$ називають **нескінченим періодичним десятковим дробом**, або **періодичним дробом**.

Отриманий періодичний дріб прийнято записувати так: $0,(45)$ і читати: «нуль цілих і сорок п'ять у періоді». Групу цифр (45) називають **періодом** дробу $0,(45)$.

Можна записати: $\frac{5}{11} = 0,454545\dots = 0,(45)$.

Зауважимо, що до цього прикладу ми розглядали тільки ті десяткові дроби, у записі яких після коми стоїть скінченна кількість цифр. Тому їх називають **скінченими десятковими дробами**.

Коли говорять, що дріб $\frac{5}{11}$ перетворити в десятковий неможливо, то мають на увазі, що цей дріб неможливо записати у вигляді скінченного десяткового дробу.

Тепер можна дійти такого висновку:

при діленні натурального числа на натуральне число можна отримати один із трьох результатів: натуральне число, скінченний десятковий дріб або нескінченний періодичний десятковий дріб.

ПРИКЛАД 1 Перетворіть дріб $\frac{7}{12}$ у періодичний дріб.

Розв'язання. Виконаємо ділення числа 7 на число 12:

$$\begin{array}{r}
 7,0 \quad | \quad 12 \\
 - 60 \quad | \quad 0,58333 \dots \\
 \hline
 100 \\
 - 96 \\
 \hline
 40 \\
 - 36 \\
 \hline
 40 \\
 - 36 \\
 \hline
 40 \\
 - 36 \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

Отже, $\frac{7}{12} = 0,58333\dots = 0,58(3)$. (Дріб $0,58(3)$ читають:

«нуль цілих п'ятдесят вісім сотих і три в періоді».) ◀

ПРИКЛАД 2 Порівняйте $\frac{3}{11}$ і $0,273$, записавши попередньо звичайний дріб $\frac{3}{11}$ у вигляді періодичного дробу.

Розв'язання. Маємо: $\frac{3}{11} = 0,272727\dots$. Порівнюючи дроби $0,272727\dots$ і $0,273$, бачимо, що в розрядах одиниць, десятих і сотих відповідні цифри однакові. Далі, у розряді тисячних у записі першого числа стоїть 2, а в записі другого — 3. Отже, $0,272727\dots < 0,273$, тобто $\frac{3}{11} < 0,273$. ◀



Що може бути результатом ділення одного натурального числа на інше?

Розв'язуємо усно

1. Не виконуючи ділення, укажіть, які з дробів $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{14}{28}$, $\frac{41}{42}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{47}{80}$, $\frac{9}{75}$, $\frac{10}{75}$, $\frac{1}{200}$ можна записати у вигляді скінченного десяткового дробу.
2. Виконайте дії:
- 1) $\frac{3}{5} + 4,6$; 2) $4\frac{1}{4} - 2,75$; 3) $0,6 \cdot 1\frac{1}{2}$.

Вправи

- 546.* Прочитайте періодичний дріб і назвіть його період:
- 1) 0,(5); 5) 1,(976); 9) 0,567567...;
2) 2,4(3); 6) 9,0(45); 10) 0,137474...;
3) 0,0(2); 7) 0,444...; 11) 4,101010...;
4) 0,(32); 8) 3,424242...; 12) 2,1231212... .
- 547.* Запишіть у вигляді нескінченного періодичного десяткового дробу частку:
- 1) $1 : 9$; 2) $4 : 11$; 3) $47 : 12$; 4) $12,4 : 27$.
- 548.* Запишіть у вигляді нескінченного періодичного десяткового дробу частку:
- 1) $5 : 6$; 2) $19 : 11$; 3) $86 : 15$; 4) $6,32 : 18$.
- 549.* Перетворіть звичайний дріб у нескінченний періодичний десятковий дріб і вкажіть його період:
- 1) $\frac{7}{9}$; 2) $\frac{11}{30}$; 3) $\frac{13}{18}$; 4) $\frac{31}{33}$; 5) $\frac{49}{54}$.
- 550.* Перетворіть звичайний дріб у нескінченний періодичний десятковий дріб і вкажіть його період:
- 1) $\frac{5}{12}$; 2) $\frac{11}{15}$; 3) $\frac{9}{11}$; 4) $\frac{19}{36}$; 5) $\frac{39}{44}$.
- 551.* Порівняйте дроби, записавши попередньо звичайні дроби у вигляді скінченного десяткового дробу або нескінченного періодичного десяткового дробу:
- 1) $\frac{1}{6}$ і 0,2; 2) $\frac{4}{7}$ і $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{22}{7}$ і 3,14; 4) $\frac{5}{13}$ і $\frac{387}{1000}$.

552.* Порівняйте дроби, записавши попередньо звичайні дроби у вигляді скінченного десяткового дробу або нескінченного періодичного десяткового дробу:

1) $\frac{3}{11}$ і 0,269; 2) $\frac{7}{9}$ і $\frac{77}{100}$; 3) $\frac{11}{12}$ і $\frac{19}{20}$; 4) $\frac{47}{15}$ і $\frac{119}{36}$.



Вправи для повторення

553. Знайдіть значення виразу:

1) $\frac{5}{16} : 1,25 \cdot 0,36 : 1\frac{4}{5}$; 2) $\frac{7}{8} : \left(0,75 \cdot \frac{14}{15} : 1,2\right)$.

554. Із двох міст, відстань між якими дорівнює 108 верст, одночасно назустріч один одному вирушили цар Салтан і царевич Гвідон. Карета царя Салтана їхала зі швидкістю 10 верст/год, що становило $\frac{5}{7}$ швидкості, з якою їхав верхи царевич Гвідон. Через скільки годин після виїзду вони зустрінуться?

Готуємося до вивчення нової теми

555. Округліть дроби:

- 1) 9,486; 12,78; 0,5498; 10,333; 1,89 до десятих;
2) 3,405; 4,326; 82,2048; 0,2349; 0,999 до сотих;
3) 0,6372; 2,2981; 6,55555; 4,6767 до тисячних.



Задача від Мудрої Сови

556. На дошці записано числа 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0. Дозволяється до будь-яких двох записаних чисел додати одне й те саме натуральне число. Чи можна, виконавши таку операцію кілька разів, досягти того, щоб усі записані числа були рівними?

18. Десяткове наближення звичайного дробу

Ви вмієте округляти десяткові дробу. Наприклад:

$$0,2415 \approx 0,2 \text{ (округлення до десятих);}$$

$$0,2415 \approx 0,24 \text{ (округлення до сотих);}$$

$$0,2415 \approx 0,242 \text{ (округлення до тисячних).}$$

Округляти можна й нескінченні періодичні десяткові дробу, «відрубуючи» в певному місці «нескінченний хвіст». Наприклад:

$$0,(6) = 0,6 \mid 66... \approx 0,7 \text{ (округлення до десятих);}$$

$$1,3(4) = 1,34 \mid 44... \approx 1,34 \text{ (округлення до сотих);}$$

$$2,(17) = 2,171 \mid 717... \approx 2,172 \text{ (округлення до тисячних).}$$

Перетворимо звичайний дріб $\frac{26}{45}$ у періодичний:

$$\frac{26}{45} = 0,5777... \text{ . Округлимо отриманий періодичний дріб}$$

до сотих: $0,5777... \approx 0,58$. Отримане число 0,58 нази-

вають десятковим наближенням до сотих дробу $\frac{26}{45}$

і записують $\frac{26}{45} \approx 0,58$.

Зрозуміло, що можна знайти й інші десяткові наближення даного звичайного дробу:

$$\frac{26}{45} \approx 0,6 \text{ (десяткове наближення до десятих);}$$

$$\frac{26}{45} \approx 0,578 \text{ (десяткове наближення до тисячних) і т. д.}$$

Розглянуті приклади ілюструють таке правило.

Щоб знайти десяткове наближення звичайного дробу до потрібного розряду, треба:

1) виконати ділення чисельника на знаменник до наступного розряду;

2) отриманий скінченний десятковий дріб або нескінченний періодичний десятковий дріб округлити до потрібного розряду.



Як знайти десяткове наближення звичайного дробу до потрібного розряду?

Розв'язуємо усно

- Прочитайте періодичний дріб і назвіть його період:
 1) $0,(8)$; 4) $5,7(126)$; 7) $12,1646464\dots$;
 2) $0,(14)$; 5) $0,1111\dots$; 8) $3,27321321321\dots$;
 3) $2,(6)$; 6) $0,8424242\dots$;
- Чому дорівнює корінь рівняння:
 1) $\frac{1}{4}x = \frac{1}{2}$; 3) $7y = 3$;
 2) $\frac{2}{9}x = 0$; 4) $6y = 4$?
- На одній шальці терезів лежить кавун, а на другій — третина такого самого кавуна та кілька гир загальною масою 6 кг. Терези перебувають у рівновазі. Яка маса кавуна?

Вправи


- 557.* Знайдіть десяткове наближення до сотих дробу:
 1) $\frac{1}{16}$; 2) $\frac{6}{17}$; 3) $\frac{9}{40}$; 4) $2\frac{1}{3}$; 5) $5\frac{4}{11}$; 6) $1\frac{17}{200}$.
- 558.* Знайдіть десяткове наближення до тисячних дробу:
 1) $\frac{12}{23}$; 2) $\frac{6}{43}$; 3) $\frac{8}{9}$; 4) $5\frac{5}{16}$; 5) $1\frac{2}{7}$; 6) $3\frac{1}{625}$.
- 559.* Знайдіть десяткове наближення частки до вказаного розряду:
 1) $36,8 : 7$ — до десятих;
 2) $24,16 : 11$ — до десятих;
 3) $29 : 6$ — до сотих;
 4) $5 : 13$ — до сотих;
 5) $2 : 3$ — до тисячних;

- 6) $26,7 : 14$ — до сотих;
7) $52 : 15$ — до тисячних;
8) $10 : 17$ — до десятитисячних.

560.* Знайдіть десяткове наближення частки до вказаного розряду:

- 1) $43,3 : 9$ — до десятих;
2) $78,32 : 18$ — до десятих;
3) $38 : 11$ — до сотих;
4) $10 : 18$ — до сотих;
5) $5 : 9$ — до тисячних;
6) $64,45 : 19$ — до сотих;
7) $90 : 22$ — до тисячних;
8) $65 : 23$ — до десятитисячних.

561.* У 7 пакетів розважили порівну 16 кг цукру. Скільки кілограмів цукру в кожному пакеті? Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до сотих.

 **562.*** Середня відстань від Сонця до найближчої до нього планети Меркурій становить 57,9 млн км, а до найвіддаленішої планети Нептун — 4504,4 млн км. У скільки разів Меркурій розташований ближче до Сонця, ніж Нептун? Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до одиниць.

563.* У 9 слоїв розлили порівну 25 кг меду. Скільки кілограмів меду налили в кожний слоїк? Відповідь запишіть у вигляді десяткового наближення до десятих.

564.* Знайдіть десяткове наближення до сотих кореня рівняння:

- 1) $9x = 5$; 2) $8 : x = 125$; 3) $3x = 4$; 4) $\frac{2}{7}x = 1\frac{1}{6}$.

565.* Знайдіть десяткове наближення до сотих кореня рівняння:

- 1) $12x = 7$; 2) $5 : x = 8$; 3) $7x = 16$; 4) $\frac{3}{8}x = 1\frac{9}{16}$.

566.* Перетворіть звичайні дроби в десяткові, округліть їх до сотих і виконайте обчислення:

1) $\frac{3}{7} + 0,69$;

2) $4\frac{7}{9} - 3\frac{5}{12} + 4,96$.

567.* Перетворіть звичайні дроби в десяткові, округліть їх до сотих і виконайте обчислення:

1) $\frac{6}{13} - 0,28$;

2) $12\frac{10}{19} - 4,54 - 5\frac{1}{6}$.



Вправи для повторення

568. Збільшиться чи зменшиться дріб і в скільки разів, якщо його чисельник збільшити в 4 рази, а знаменник зменшити в 3 рази?

569. Знайдіть значення виразу

$$\left(3,6 - 1\frac{2}{3}\right) : \left(4\frac{1}{15} - 2\frac{7}{9}\right) \cdot 2,6.$$

Готуємося до вивчення нової теми

570. Збільшиться чи зменшиться частка й у скільки разів, якщо:

- 1) ділене збільшити в 4 рази;
- 2) дільник зменшити в 3 рази;
- 3) ділене збільшити в 6 разів, а дільник — у 2 рази;
- 4) ділене зменшити в 10 разів, а дільник збільшити в 5 разів?



Задача від Мудрої Сови

571. Від натурального числа, яке не більше ніж 100, відняли суму його цифр. Від отриманого числа знову відняли суму його цифр і так робили кілька разів. Після 11 таких віднімань уперше отримали 0. Знайдіть початкове число.

ЗАВДАННЯ № 3 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

- Обчисліть значення виразу $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) : \frac{1}{8}$.
А) 2 Б) $\frac{1}{4}$ В) $\frac{1}{2}$ Г) 4
- Знайдіть значення виразу $\left(7 - 1\frac{5}{9} : \frac{7}{24}\right) \cdot 1\frac{7}{20}$.
А) $\frac{65}{108}$ Б) $\frac{9}{4}$ В) $\frac{3}{8}$ Г) $\frac{3}{56}$
- Розв'яжіть рівняння $\frac{5}{6}x = 30$.
А) 25 Б) 36 В) $\frac{1}{25}$ Г) $\frac{1}{36}$
- Розчин містить 4 % солі. Скільки грамів солі міститься в 350 г розчину?
А) 140 г Б) 1,4 г В) 0,14 г Г) 14 г
- У хлопчика було 32 зошити в клінку, що становило $\frac{4}{7}$ усіх зошитів. Скільки всього зошитів було у хлопчика?
А) 42 зошити Б) 48 зошитів В) 56 зошитів Г) 64 зошити
- Який із даних звичайних дробів можна подати у вигляді скінченного десяткового дробу?
А) $\frac{2}{3}$ Б) $\frac{5}{12}$ В) $\frac{14}{15}$ Г) $\frac{17}{200}$
- Ціна картоплі спочатку зросла на 10 %, а потім знизилася на 10 %. Як змінилася ціна картоплі порівняно з початковою?
А) знизилася на 1 % В) не змінилася
Б) зросла на 1 % Г) знизилася на 5 %
- Сила містить 18 % міді. Скільки кілограмів сили треба взяти, щоб він містив 27 кг міді?
А) 180 кг Б) 120 кг В) 150 кг Г) 90 кг
- Один пішохід долає шлях від пункту А до пункту В за 3 год, а другий пішохід від пункту В до пункту А — за 6 год. Через скільки годин пішоходи зустрінуться, якщо вирушать одночасно назустріч один одному з пунктів А і В?
А) 2 год Б) 2,5 год В) 3 год Г) 6 год
- Басейн можна наповнити за 3 год, а спустити з нього воду через зливний отвір — за 5 год. Скільки часу знадобиться для наповнення басейну, якщо не закривати зливний отвір?
А) 7,5 год Б) 8 год В) 10,5 год Г) 15 год

11. Петрик зловив 6 рибин і ще дві третини улову. Скільки рибин спіймав Петрик?
А) 10 рибин Б) 12 рибин В) 18 рибин Г) 24 рибини
12. У школі 50 % учнів займається в спортивних секціях, із них 30 % співає в хорі. Який відсоток учнів школи одночасно займається в спортивних секціях і співає в хорі?
А) 15 % Б) 20 % В) 25 % Г) 80 %

ГОЛОВНЕ В ПАРАГРАФІ 2

Основна властивість дробу

- Якщо чисельник і знаменник даного дробу помножити на одне й те саме натуральне число, то отримаємо дріб, що дорівнює даному.
- Якщо чисельник і знаменник даного дробу поділити на їхній спільний дільник, то отримаємо дріб, що дорівнює даному.

Скорочення дробу

Ділення чисельника та знаменника дробу на їхній спільний дільник, відмінний від 1, називають скороченням дробу.

Нескоротний дріб

Дріб, чисельник і знаменник якого — взаємно прості числа, називають нескоротним.

Властивість скорочення дробу

Якщо скоротити дріб на найбільший спільний дільник чисельника та знаменника, то отримаємо нескоротний дріб.

Спільний знаменник двох дробів

Спільний знаменник двох дробів — це спільне кратне їхніх знаменників.

Зведення дробів до найменшого спільного знаменника

Щоб звести дроби до найменшого спільного знаменника, треба:

- 1) знайти найменший спільний знаменник даних дробів;
- 2) знайти додаткові множники для кожного з дробів, поділивши спільний знаменник на знаменники даних дробів;
- 3) помножити чисельник і знаменник кожного дробу на його додатковий множник.

Порівняння дробів

Щоб порівняти два дроби з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило порівняння дробів з однаковими знаменниками.

Додавання і віднімання дробів

Щоб додати (відняти) два дроби з різними знаменниками, треба звести їх до спільного знаменника, а потім застосувати правило додавання (віднімання) дробів з однаковими знаменниками.

Множення дробів

- Щоб помножити дріб на натуральне число, треба його чисельник помножити на це число, а знаменник залишити без зміни.
- Добутком двох дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників, а знаменник дорівнює добутку знаменників даних дробів.

Знаходження дробу від числа

Щоб знайти дріб від числа, можна число помножити на цей дріб.

Знаходження відсотків від числа

Щоб знайти відсотки від числа, можна подати відсотки у вигляді дробу й помножити число на цей дріб.

Взаємно обернені числа

Два числа, добуток яких дорівнює 1, називають взаємно оберненими.

Ділення дробів

Щоб поділити один дріб на інший, треба ділене помножити на число, обернене до дільника.

Знаходження числа за заданим значенням його дробу

Щоб знайти число за заданим значенням його дробу, можна дане значення поділити на цей дріб.

Знаходження числа за його відсотками

Щоб знайти число за його відсотками, можна подати відсотки у вигляді дробу й поділити значення відсотків на цей дріб.

Перетворення звичайного дробу в десятковий

- Щоб нескоротний дріб $\frac{a}{b}$ перетворити в десятковий, треба звести його до одного зі знаменників 10, 100, 1000 і т. д.
- Нескоротний дріб $\frac{a}{b}$ можна перетворити в десятковий лише тоді, коли розклад знаменника b на прості множники не містить чисел, відмінних від 2 і 5.
- Щоб перетворити звичайний дріб у десятковий, можна його чисельник поділити на знаменник.

Результат ділення одного натурального числа на друге

При діленні натурального числа на натуральне число можна отримати один із трьох результатів: натуральне число, скінченний десятковий дріб або нескінченний періодичний десятковий дріб.

Знаходження десяткового наближення звичайного дробу

Щоб знайти десяткове наближення звичайного дробу до потрібного розряду, треба:

- 1) виконати ділення чисельника на знаменник до наступного розряду;
- 2) отриманий скінченний десятковий дріб або нескінченний періодичний десятковий дріб округлити до потрібного розряду.

§ 3. ВІДНОШЕННЯ І ПРОПОРЦІЇ

Опанувавши матеріал цього параграфа, ви дізнаєтеся, що називають відношенням двох чисел; яку рівність називають пропорцією; що таке відсоткове відношення двох чисел; які зв'язки між величинами називають прямою та оберненою пропорційними залежностями; як можна знайти ймовірність випадкової події.

Ви ознайомитеся з такими геометричними фігурами: коло, круг, циліндр, конус, сфера, куля. Навчитися знаходити довжину кола й площу круга.



19. Відношення

В українській мові багато синонімів. Наприклад, слова

урок і заняття,
думати і мислити,
учитель і педагог

близькі за значенням.

Прикладів, коли одне й те саме поняття має різні назви, чимало й у математиці:

другий степінь числа і квадрат числа,
 один процент величини, один відсоток
 і одна сота величини,
 промінь і півпряма —

уже знайомі вам «математичні синоніми».

Ось ще один такий приклад.

Частку двох чисел a і b , відмінних від нуля, називають відношенням чисел a і b , або відношенням числа a до числа b .

Наприклад:

$16 : 4$ — відношення числа 16 до числа 4;

$3 : 7$ — відношення числа 3 до числа 7;

$\frac{2}{3} : \frac{1}{7}$ — відношення числа $\frac{2}{3}$ до числа $\frac{1}{7}$;

$0,2 : 0,11$ — відношення числа 0,2 до числа 0,11.

У відношенні числа a до числа b числа a і b називають членами відношення, число a — попереднім членом відношення, а число b — наступним.

Відношення двох натуральних чисел a і b можна записати у вигляді дробу $\frac{a}{b}$. Також домовилися використовувати риску дробу й тоді, коли a і b — дробові числа. Наприклад, відношення $0,3 : 1,2$ записують і так: $\frac{0,3}{1,2}$.

Отже, відношення чисел a і b можна записати двома способами: $\frac{a}{b}$ або $a : b$.

Найчастіше вибір способу запису визначається його компактністю. Наприклад, запис відношення числа $\frac{5}{6}$

до числа $\frac{7}{2}$ у вигляді $\frac{\frac{5}{6}}{\frac{7}{2}}$ є незручним.

Якщо a і b — натуральні числа, то, записавши їхнє відношення у вигляді $\frac{a}{b}$, на підставі основної властивості дробу можна зробити такий висновок.

Відношення не зміниться, якщо його члени помножити або поділити на одне й те саме число, яке не дорівнює нулю.

Цю властивість називають **основною властивістю відношення**. Вона залишається справедливою й тоді, коли члени відношення — дробові числа.

Наприклад:

$$\begin{aligned}\frac{1,2}{2,5} &= \frac{1,2 \cdot 10}{2,5 \cdot 10} = \frac{12}{25}; \\ \frac{2}{3} : \frac{7}{9} &= \left(\frac{2}{3} \cdot 9\right) : \left(\frac{7}{9} \cdot 9\right) = 6 : 7; \\ 1\frac{1}{2} : 0,25 &= \left(1\frac{1}{2} \cdot 4\right) : (0,25 \cdot 4) = 6 : 1.\end{aligned}$$

Ці приклади ілюструють таке: *відношення дробових чисел можна замінити відношенням натуральних чисел.*

ПРИКЛАД 1 Знайдіть відношення 3,2 м до 16 см.

Розв'язання. Щоб знайти відношення даних величин, треба спочатку виразити їх в однакових одиницях виміру, а потім виконати ділення. Маємо: $3,2 \text{ м} : 16 \text{ см} = 320 \text{ см} : 16 \text{ см} = 20$.

Відповідь: 20. ◀

ПРИКЛАД 2 Замініть відношення $\frac{7}{15} : \frac{4}{9}$ відношенням натуральних чисел.

Розв'язання. Помноживши кожен із дробів $\frac{7}{15}$ і $\frac{4}{9}$ на їхній найменший спільний знаменник — число 45, отримаємо: $\frac{7}{15} : \frac{4}{9} = \left(\frac{7}{15} \cdot 45\right) : \left(\frac{4}{9} \cdot 45\right) = 21 : 20$.

Відповідь: 21 : 20. ◀

Часто відношення використовують тоді, коли треба порівняти дві величини. На рисунку 12 зображено два відрізки: $AB = 5$ см, $CD = 2$ см. Відношення довжини відрізка AB до довжини відрізка CD дорівнює $5 : 2$ або $2,5$. Це відношення показує, що довжина відрізка AB у $2,5$ рази більша за довжину відрізка CD або що довжина відрізка AB становить $\frac{5}{2}$ довжини відрізка CD .

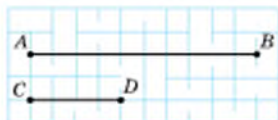


Рис. 12

Відношення довжини відрізка CD до довжини відрізка AB дорівнює $2 : 5$. Це відношення показує, що довжина відрізка CD становить $\frac{2}{5}$ довжини відрізка AB .

Відношення чисел a і b показує, у скільки разів число a більше за число b , або яку частину число a становить від числа b .

Наведемо ще приклади використання відношень:

- *швидкість* — відношення довжини пройденого шляху до часу, за який пройдено цей шлях;
- *ціна* — відношення вартості товару до кількості одиниць його виміру (кілограмів, літрів, метрів, коробок тощо);
- *густина* — відношення маси речовини до її об'єму;
- *продуктивність праці* — відношення обсягу виконаної роботи до часу, за який було виконано цю роботу.

При складанні планів та географічних карт ділянки земної поверхні зображують на папері у зменшеному вигляді. Важливо, щоби при цьому отриманий рисунок давав уявлення про реальні розміри зображеної на ньому місцевості. Для цього на карті (плані) записують

відношення, яке показує, у скільки разів довжина відрізка на рисунку менша від довжини відповідного відрізка на місцевості. Це відношення називають масштабом карти (плану).

На форзаці зображено карту України, масштаб якої дорівнює $1 : 10\,000\,000$. Це означає, що 1 см на карті відповідає 10 000 000 см на місцевості, що дорівнює 100 км. Щоб за допомогою карти визначити відстань від Києва до Харкова, треба виміряти відстань між точками, які зображують ці міста. Отриману величину (4,5 см) потрібно помножити на 10 000 000. Тоді шукана відстань буде 45 000 000 см = 450 км.



1. Що називають відношенням двох чисел?
2. Як можна записати відношення чисел a і b ?
3. Назвіть у відношенні $m : n$ наступний і попередній члени.
4. У чому полягає основна властивість відношення?
5. Що показує відношення двох чисел?
6. Які ви знаєте величини, що є відношенням двох інших величин?
7. Поясніть, що таке масштаб.

Розв'язуємо усно

1. Чому дорівнює частка чисел:
1) 54 і 6; 3) $\frac{3}{14}$ і $\frac{2}{7}$; 5) 8 і 11;
2) 0,4 і 5; 4) 6 і 9; 6) 3 і $\frac{1}{3}$?
2. У скільки разів:
1) 24 більше за 3; 2) 0,2 менше від 1,8?
3. Яку частину:
1) число 7 становить від числа 21;
2) число 0,3 становить від числа 6?

4. Замініть дріб $\frac{3}{5}$ дробом, що йому дорівнює:

- 1) зі знаменником 10; 25; 45;
- 2) із чисельником 6; 15; 36.

Вправи

572.* Запишіть за допомогою знака ділення «:» відношення чисел:

- 1) 7 і 3; 2) 4 і 28; 3) 2,1 і 3,4; 4) $2\frac{1}{3}$ і $7\frac{3}{5}$.

573.* Запишіть за допомогою риси дробу відношення чисел:

- 1) 13 і 50; 2) 5 і 2; 3) 8 і 4,6; 4) $\frac{7}{9}$ і $\frac{2}{3}$.

574.* Знайдіть відношення:

- 1) 1,8 : 5,4; 5) 3 дм : 5 см; 9) 360 г : 5,4 кг;
2) 2,4 : 0,08; 6) 8 м : 1 км; 10) 14,4 дм : 160 см;
3) 3,5 : 49; 7) 12 м : 1,8 км; 11) 1 год : 24 хв;
4) 9,6 : 0,16; 8) 24 кг : 480 г; 12) $78 \text{ см}^2 : 2,6 \text{ дм}^2$.

575.* Знайдіть відношення:

- 1) 45 до 5; 3) $2\frac{1}{7}$ до $1\frac{11}{14}$; 5) 1,8 м до 30 см;
2) 4 до 24; 4) 4,8 до 0,12; 6) 1 кг до 125 г.

576.* У спортивних змаганнях взяли участь 72 школярі, серед яких було 18 дівчат. У скільки разів усіх учасників змагань було більше, ніж дівчат? Яку частину всіх учасників становили дівчата?

577.* У сплаві, маса якого дорівнює 250 кг, міститься 20 кг міді. У скільки разів маса сплаву більша за масу міді, яку він містить? Яку частину сплаву становить мідь?

578.* Чи рівні відношення:

- 1) 16 : 4 і 0,8 : 0,2; 3) $0,3 : 0,06$ і $1\frac{1}{7} : \frac{4}{21}$;
2) $\frac{34}{85}$ і $\frac{27}{45}$; 4) $\frac{4,2}{0,7}$ і $\frac{9}{1,5}$?

- 579.*** У скільки разів відстань на карті менша від відстані на місцевості, якщо масштаб карти 1 : 200 000?
- 580.*** У скільки разів відстань на місцевості більша за відстань на карті, якщо масштаб карти 1 : 40 000?
- 581.*** Відстань між Ужгородом і Житомиром на карті, масштаб якої 1 : 5 000 000, дорівнює 12,8 см. Обчисліть відстань між Ужгородом і Житомиром на місцевості.
- 582.*** Відстань між містами Париж і Тулуза на карті, масштаб якої 1 : 9 000 000, дорівнює 6,7 см. Обчисліть відстань між цими містами на місцевості.
- 583.*** Відстань між містами Яблунове та Грушеве дорівнює 240 км. Якою буде відстань між цими містами на карті з масштабом 1 : 600 000?
- 584.*** Відстань між містами Райдужне та Променисте дорівнює 320 км. Якою буде відстань між цими містами на карті з масштабом 1 : 4 000 000?
- 585.*** Відстань між двома містами на місцевості дорівнює 435 км, а на карті — 14,5 см. Знайдіть масштаб карти.
- 586.*** Відстань між двома містами на місцевості дорівнює 120 км, а на карті — 7,5 см. Знайдіть масштаб карти.
- 587.*** Користуючись картою України, зображеною на форзаці, знайдіть відстань між містами: 1) Київ і Одеса; 2) Київ і Чернівці.
- 588.*** Користуючись картою України, зображеною на форзаці, знайдіть відстань між містами: 1) Полтава й Херсон; 2) Запоріжжя та Чернігів.
- 589.*** Замініть дане відношення відношенням натуральних чисел:

$$1) 1\frac{3}{8}; \quad 2) \frac{5}{12} : \frac{17}{18}; \quad 3) \frac{3}{4} : \frac{5}{18}; \quad 4) 1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3}.$$

590.* Замініть відношення дробових чисел відношенням натуральних чисел:

1) $\frac{4}{9} : \frac{11}{9}$; 2) $0,8 : 0,03$; 3) $2\frac{5}{8} : 3\frac{1}{6}$; 4) $3\frac{1}{2} : 3,6$.

591.* Збільшиться чи зменшиться відношення та в скільки разів, якщо:

- 1) попередній член збільшити в 4 рази;
- 2) наступний член збільшити у 2,4 раза;
- 3) попередній і наступний члени збільшити в 10 разів;
- 4) наступний член збільшити в 7 разів, а попередній зменшити в 3 рази;
- 5) попередній член зменшити в 9 разів, а наступний — у 4,5 раза?

592.* Збільшиться чи зменшиться відношення та в скільки разів, якщо:

- 1) попередній член зменшити в 5 разів;
- 2) наступний член зменшити в 6 разів;
- 3) попередній член збільшити в 9 разів, а наступний зменшити у 2 рази;
- 4) наступний і попередній члени збільшити відповідно в 4 і 12 разів?

593.* Розміри ділянки прямокутної форми становлять 48 м і 30 м. Накресліть у зошиті план цієї ділянки в масштабі 1 : 600.

594.* На плані, масштаб якого дорівнює 1 : 15 000, довжина прямокутної ділянки дорівнює 12 см, а ширина — 8 см. Скільки тонн насіння потрібно, щоб засіяти цю ділянку, якщо на 1 га землі висівають 0,24 т?



Вправи для повторення

595. Число 414 кратно числу 18. Знайдіть:

- 1) три наступних за 414 числа, які кратні 18;
- 2) два попередніх до 414 числа, які кратні 18.

596. Петрик і Дмитрик можуть прополоти город, працюючи разом, за 2,4 год. Петрик може зробити це самостійно за 4 год. Скільки часу потрібно Дмитрику, щоб самостійно прополоти город?

597. Знайдіть значення виразу

$$\left(2,04 : \frac{1}{25} - 36,1 : \frac{19}{20}\right) \cdot \frac{5}{13} - 0,6 : 0,9.$$



Задача від Мудрої Сови

598. Віктор купив зошит обсягом 96 аркушів і пронумерував усі сторінки поспіль від 1 до 192. Василь вирвав із цього зошита 35 аркушів і додав усі 70 чисел, які на них були написані. Чи могла отримана сума дорівнювати 3500?

20. Пропорції

Оскільки $3,6 : 0,9 = 4$ і $1,2 : 0,3 = 4$, то справедливою є рівність $3,6 : 0,9 = 1,2 : 0,3$, яку називають **пропорцією** (від лат. *proportio* — «сумірність»).

Якщо відношення $a : b$ дорівнює відношенню $c : d$, то рівність $a : b = c : d$ називають пропорцією.

Пропорцію можна записати також у вигляді

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Наведені записи читають: «відношення a до b дорівнює відношенню c до d » або « a відноситься до b , як c відноситься до d ».

Числа a і d називають **крайніми членами пропорції**, а числа b і c — **середніми членами пропорції**.

У пропорції $3,6 : 0,9 = 1,2 : 0,3$ числа 3,6 і 0,3 — крайні члени, числа 0,9 і 1,2 — середні члени.

Зауважимо, наприклад, що відношення $2 : 4$ і $3 : 9$ не рівні, тому утворити пропорцію вони не можуть.

Середні члени пропорції

$$a : b = c : d$$

Крайні члени пропорції

Крайні члени пропорції

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Середні члени пропорції

Для пропорції $\frac{1,5}{2} = \frac{3}{4}$ розглянемо добуток крайніх членів $1,5 \cdot 4$ і добуток середніх членів $2 \cdot 3$. Ці добутки рівні. Така властивість притаманна будь-якій пропорції.

Добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів.

Це означає:

$$\text{якщо } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ то } ad = bc$$

Цю властивість називають **основною властивістю пропорції**.

Правильним є і таке твердження:

якщо a, b, c і d — числа, які не дорівнюють нулю, і $ad = bc$, то відношення $\frac{a}{b}$ і $\frac{c}{d}$ рівні й можуть утворити пропорцію $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Наведена властивість дає змогу встановлювати рівність двох відношень, не знаходячи їхніх значень. Наприклад, щоб установити, чи утворюють відношення $0,25 : \frac{50}{7}$ і $1,4 : 40$ пропорцію, досить перевірити, чи рівні добутки $0,25 \cdot 40$ і $\frac{50}{7} \cdot 1,4$.

Отримуємо: $0,25 \cdot 40 = 10$; $\frac{50}{7} \cdot 1,4 = 10$. Отже, маємо пропорцію $0,25 : \frac{50}{7} = 1,4 : 40$.

Зазначимо, що з рівності $ad = bc$ також випливають інші пропорції, наприклад: $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$, $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

ПРИКЛАД 1 Знайдіть невідомий член пропорції $9 : x = 3 : 7$.

Розв'язання. Використовуючи основну властивість пропорції, маємо: $3 \cdot x = 9 \cdot 7$.

$$\text{Звідси } x = \frac{9 \cdot 7}{3} = 21.$$

Відповідь: 21. ◀

ПРИКЛАД 2 Скільки коштують 3,2 м тканини, якщо за 4,2 м цієї тканини заплатили 63 грн?

Розв'язання. Нехай 3,2 м тканини коштують x грн. Запишемо коротко умову задачі в такому вигляді:

$$3,2 \text{ м} — x \text{ грн};$$

$$4,2 \text{ м} — 63 \text{ грн}.$$

Відношення $\frac{x}{3,2}$ і $\frac{63}{4,2}$ рівні, оскільки кожне з них показує, скільки коштує 1 м тканини.

$$\text{Тоді складемо пропорцію: } \frac{x}{3,2} = \frac{63}{4,2}.$$

$$\text{Звідси } x = \frac{3,2 \cdot 63}{4,2} = \frac{3,2 \cdot 3}{0,2} = 16 \cdot 3 = 48.$$

Відповідь: 48 грн. ◀

ПРИКЛАД 3 Олово виробляють з мінералу, який називають каситеритом. Скільки тонн олова отримають із 25 т каситериту, якщо він містить 78 % олова?

Розв'язання. Нехай отримають x т олова. Узявши масу мінералу за 100 %, запишемо коротко умову задачі:

$$\begin{aligned}25 \text{ т} &— 100 \% ; \\ x \text{ т} &— 78 \% .\end{aligned}$$

Відношення $\frac{25}{100}$ і $\frac{x}{78}$ рівні, оскільки кожне з них показує, скільки тонн становить 1 %.

Тоді складемо пропорцію: $\frac{25}{100} = \frac{x}{78}$.

Звідси $x = \frac{78 \cdot 25}{100} = 19,5$.

Відповідь: 19,5 т. ◀

Звернемо увагу, що складання пропорцій — ще один спосіб розв'язування задач на відсотки.



1. Що називають пропорцією?
2. Як у рівності $m : n = k : p$ називають числа m і p ? n і k ?
3. У чому полягає основна властивість пропорції?
4. Як перевірити, чи утворюють відношення $\frac{a}{b}$ і $\frac{c}{d}$ пропорцію?

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть відношення:
1) 14 : 7; 3) 0,6 : 0,5; 5) 4 м : 80 см;
2) 7 : 14; 4) 0,5 : 0,6; 6) 1,5 год : 40 хв.
2. Чи рівні відношення:
1) 9 : 4,5 і 21 : 10,5; 2) 6 : 18 і 8 : 24?
3. Скільки пачок сиру отримали, якщо $8\frac{1}{2}$ кг сиру розфасували в пачки по $\frac{1}{4}$ кг?
4. Назвіть три дробу, кожний з яких дорівнює:
1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{4}{7}$.
5. Турист пройшов половину всього шляху й ще 3 км. Після цього йому залишилося пройти 2 км. Скільки всього кілометрів мав пройти турист?

Вправи

599.* Прочитайте пропорцію, назвіть її крайні та середні члени:

- 1) $5 : 3 = 20 : 12$; 4) $\frac{16}{12} = \frac{68}{51}$;
2) $13 : 4 = 39 : 12$; 5) $x : 9 = 2 : 23$;
3) $\frac{18}{63} = \frac{16}{56}$; 6) $\frac{8}{y} = \frac{64}{15}$.

600.* Запишіть у вигляді пропорції твердження:

- 1) 2 відноситься до 7, як 6 відноситься до 21;
2) відношення 7,2 до 0,8 дорівнює відношенню 0,09 до 0,01;
3) $\frac{2}{3}$ відносяться до $1\frac{1}{9}$, як $\frac{4}{21}$ відносяться до $\frac{20}{63}$.

601.* Обчисливши дані відношення, установіть, чи можна з них скласти пропорцію, і в разі ствердної відповіді запишіть цю пропорцію:

- 1) $2,8 : 0,7$ і $152 : 38$; 2) $\frac{6}{11} : \frac{3}{22}$ і $\frac{12}{17} : \frac{5}{34}$.

602.* Обчисливши дані відношення, установіть, чи можна з них скласти пропорцію, і в разі ствердної відповіді запишіть цю пропорцію:

- 1) $15 : 1,8$ і $\frac{15}{16} : \frac{3}{20}$; 2) $5\frac{1}{4} : 3\frac{1}{16}$ і $1\frac{11}{19} : \frac{35}{38}$.

603.* Не обчислюючи даних відношень, установіть, чи можна з них скласти пропорцію, і в разі ствердної відповіді запишіть цю пропорцію:

- 1) $1,6 : 3,6$ і $0,5 : 1,125$; 2) $2\frac{7}{16} : \frac{5}{13}$ і $1\frac{41}{50} : \frac{24}{65}$.

604.* Не обчислюючи даних відношень, установіть, чи можна з них скласти пропорцію, і в разі ствердної відповіді запишіть цю пропорцію:

- 1) $3,8 : 2,7$ і $5,7 : 4,6$; 2) $3 : 1\frac{7}{8}$ і $\frac{2}{3} : \frac{5}{12}$.

605. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $6 : x = 36 : 30$; 4) $\frac{x}{21} = \frac{9}{14}$;
2) $12 : 7 = 3 : x$; 5) $\frac{x}{16} = \frac{3}{8}$;
3) $4,9 : 0,35 = x : 35$; 6) $\frac{108}{90} = \frac{42}{b}$.


606. Знайдіть невідомий член пропорції:

- 1) $x : 5 = 21 : 15$; 3) $4,5 : 0,6 = x : 2,4$;
2) $\frac{12}{x} = \frac{8}{18}$; 4) $\frac{3,4}{5,1} = \frac{1,4}{x}$.

 **607.** Розв'яжіть за допомогою пропорції задачу.

- Для виготовлення 8 однакових приладів потрібно 18 кг металу. Скільки таких приладів можна виготовити з 27 кг металу?
- За 5 год турист пройшов 24 км. Яку відстань він пройде за 8 год з тією самою швидкістю?
- Із 140 кг свіжих вишень отримують 21 кг сушених. Скільки кілограмів сушених вишень отримають із 160 кг свіжих? Скільки кілограмів свіжих вишень потрібно, щоб отримати 31,5 кг сушених?
- Об'єм бруска, виготовленого з деревини вишні, дорівнює 800 см^3 , а його маса — 528 г. Яка маса бруска, виготовленого із цього самого матеріалу, якщо його об'єм дорівнює 1500 см^3 ?
- Із 45 т залізної руди виплавляють 25 т заліза. Скільки тонн руди потрібно, щоб виплавити 10 т заліза?
- Площа поля дорівнює 480 га. Пшеницею засіяли 24 % площі поля. Скільки гектарів землі засіяли пшеницею?
- За першу годину автомобіль проїхав 70 км, що становило 14 % усього шляху. Скільки кілометрів становить увесь шлях?

- 8) Сплав містить 12 % цинку. Скільки кілограмів цинку міститься у 80 кг сплаву?

 **608.*** Розв'яжіть за допомогою пропорції задачу.

- 1) На пошиття 14 однакових костюмів витратили 49 м тканини. Скільки таких костюмів можна пошити з 84 м цієї тканини?
- 2) За 7 год у басейн налилося 224 л води. За який час у нього наллється 288 л води?
- 3) Із 150 кг картоплі отримують 27 кг крохмалю. Скільки кілограмів крохмалю отримають із 420 кг картоплі? Скільки кілограмів картоплі потрібно, щоб отримати 30,6 кг крохмалю?
- 4) У саду ростуть 320 дерев, з яких 40 % становлять яблуні. Скільки яблунь росте в саду?
- 5) Маса солі становить 24 % маси розчину. Скільки кілограмів розчину треба взяти, щоб він містив 96 кг солі?

609.* Відстань між селищами Прирічне та Приозерне на місцевості становить 288 км, а на карті — 9,6 см. Яка відстань між селищами Кленове та Калинове на цій самій карті, якщо відстань на місцевості між ними дорівнює 324 км?

610.* Відстань між селами Калинівка та Вільшанка на місцевості дорівнює 98 км, а на карті — 4,9 см. Відстань між селами Кропивня й Очеретяне на цій самій карті дорівнює 7,6 см. Яка відстань між селами Кропивня й Очеретяне на місцевості?

611.* Використовуючи дані числа, складіть пропорцію:

- 1) 12; 7; 42; 2; 2) 0,2; 1,6; 0,72; 0,09.

612.* Складіть усі можливі пропорції, які випливають з рівності $4 \cdot 9 = 18 \cdot 2$.

613.* Використовуючи пропорцію $2 : 14 = 5 : 35$, запишіть ще три пропорції.

614.* Знайдіть відношення a до b , якщо:

- 1) $\frac{b}{a} = \frac{3}{7}$; 2) $\frac{16}{b} = \frac{9}{a}$.

615.* Знайдіть відношення a до b , якщо:

1) $\frac{a}{39} = \frac{b}{8}$;

2) $\frac{7}{a} = \frac{6}{b}$.

616.* Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{3}{4} : x = 1\frac{1}{5} : 1\frac{1}{3}$;

4) $\frac{3}{4} = \frac{x-1}{3,2}$;

2) $\frac{2}{x-0,4} = \frac{1}{0,4}$;

5) $2,5x : 14 = \frac{1}{7} : 30$;

3) $\frac{2x-1}{3} = \frac{1}{2}$;

6) $36 : 35 = \frac{1}{5}x : \frac{1}{12}$.

617.* Розв'яжіть рівняння:

1) $7\frac{1}{2} : 4\frac{1}{2} = x : \frac{3}{25}$;

3) $\frac{y-5}{6} = \frac{4}{3}$;


5) $\frac{5}{6} = \frac{15}{2x-3}$;

2) $\frac{24}{x+2} = \frac{1}{5}$;

4) $\frac{2}{5} = \frac{6}{x+3}$;

6) $12 : \frac{4x}{5} = 20 : \frac{1}{4}$.

618.* Цукровий буряк, який є найсолодшою коренеплідною рослиною в Україні, накопичує до 25 % цукру, тоді як цукрова тростина — лише 18 %. Скільки тонн цукрової тростини треба переробити, щоб отримати стільки ж цукру, як із 3600 т цукрових буряків?

 **619.*** Щоб зварити 4 порції манної каші, узяли 220 г манних крупів, 960 г молока та 50 г цукру. Скільки грамів кожного із цих продуктів потрібно взяти, щоб зварити 18 порцій каші?

620.* Щоб отримати 120 кг мельхіору, треба сплавити 18 кг нікелю, 24 кг цинку, а решту — міді. Скільки кілограмів кожного металу треба взяти, щоб отримати 164 кг мельхіору?

621.** Чи порушиться пропорція, якщо:

1) обидва члени одного з відношень помножити на 8;

2) обидва члени одного з відношень поділити на 2, а обидва члени другого відношення помножити на 5;

3) обидва середніх члени поділити на 3,6?

622.* Чи порушиться пропорція, якщо:

- 1) обидва члени одного з відношень поділити на 4;
- 2) обидва крайніх члени помножити на 10;
- 3) один з її крайніх членів і один із середніх членів помножити на 6?

623.* Доведіть, що коли $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то:

$$1) \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}; \quad 2) \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}.$$

624.* Дев'ять кокосів коштують стільки дублонів, скільки кокосів можна купити за один дублон. Скільки дублонів коштують 15 кокосів?



Вправи для повторення

625. У скільки разів число: 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{3}{5}$; 3) 0,6 менше від оберненого до нього числа?

626. Із сіл Каптанівка та Калинівка одночасно назустріч один одному вийшли два хлопчики й зустрілися через 10 хв після початку руху. Потім хлопчики продовжили рух у тих самих напрямках, і один із них прийшов у Калинівку через 8 хв після зустрічі. Через скільки хвилин після свого виходу із Калинівки другий хлопчик прийде в Каптанівку?

627. Знайдіть значення виразу:

$$1) \left(3\frac{1}{3} + 2,5\right) \cdot \left(4,6 - 2\frac{1}{3}\right); \quad 2) \left(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} - 6,75\right) \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^3.$$

Готуємося до вивчення нової теми

628. У саду ростуть 56 дерев, із них 14 дерев — яблуні. Яку частину дерев саду становлять яблуні?

629. У саду ростуть 56 дерев, із них 14 дерев — яблуні, а решта — груші. Яку частину від кількості груш становить кількість яблунь?



Задача від Мудрої Сови

630. На столі лежать чотири чорні палички різної довжини, причому сума їхніх довжин дорівнює 40 см, і п'ять білих паличок, сума довжин яких також дорівнює 40 см. Чи можна розрізати ті й інші палички так, щоб потім розташувати їх парами, у кожній з яких довжини паличок будуть однаковими, а кольори — різними?

21. Відсоткове відношення двох чисел

Усім нам доводилося пити чай із чашок різного розміру, при цьому цукор кожен додає за своїм смаком, добиваючись звичного відчуття солодкості незалежно від місткості посуду. Наприклад, якщо ви щоранку випиваєте 250 г чаю, у якому розчинено 3 ложки цукру, тобто 30 г, то відношення $\frac{30}{250}$, яке дорівнює $\frac{3}{25}$, і буде характеризувати ваш «цукровий смак».

Число $\frac{3}{25}$ показує, яку частину маси напою становить маса цукру. А якщо ви захочете випити 400 г чаю, то, щоб він мав звичний для вас смак, у ньому має бути розчинено $400 \cdot \frac{3}{25} = 48$ (г) цукру.

Виразимо відношення $\frac{3}{25}$ у відсотках: $\frac{3}{25} = 0,12 = 12\%$. Число 12 показує, скільки відсотків у вашому

чай становить цукор. Це число називають **відсотковим відношенням** маси цукру до маси чаю.

Відсоткове відношення двох чисел — це їхнє відношення, виражене у відсотках.

Відсоткове відношення показує, скільки відсотків одне число становить від другого.

Так, якщо в класі вчать 12 дівчат і 20 хлопців, то відсоткове відношення кількості дівчат до кількості хлопців дорівнює $\frac{12}{20} \cdot 100 = 60$ (%). Воно показує, що кількість дівчат становить 60 % від кількості хлопців.

Число $\frac{20}{12} \cdot 100 = 166\frac{2}{3}$ (%) показує, що кількість хлопців становить $166\frac{2}{3}$ % від кількості дівчат.

Число $\frac{30}{32} \cdot 100 = 62,5$ (%) показує, який відсоток становлять хлопці від кількості учнів усього класу.

Щоб знайти відсоткове відношення двох чисел, треба їхнє відношення помножити на 100 й до результату дописати знак відсотка.

При розв'язуванні задач на відсоткове відношення, крім цього правила, зручно використовувати пропорції.

ПРИКЛАД 1 У парку ростуть 400 дерев, із них 96 — ялинки. Скільки відсотків усіх дерев парку становлять ялинки?

Розв'язання. Нехай ялинки становлять x %. Запишемо коротко умову задачі в такому вигляді:

400 дерев — 100 %;

96 дерев — x %.

Відношення $\frac{400}{100}$ і $\frac{96}{x}$ рівні, оскільки кожне з них показує, скільки дерев становить 1 %.

$$\text{Тоді } \frac{96}{x} = \frac{400}{100}; \quad x = \frac{96 \cdot 100}{400} = 24.$$

Відповідь: 24 %. ◀

ПРИКЛАД 2 Ціна товару зросла зі 150 грн до 240 грн. На скільки відсотків збільшилася ціна товару?

Розв'язання. Нехай нова ціна товару становить x % початкової ціни. Тоді коротко умову задачі можна записати так:

$$\begin{array}{l} 150 \text{ грн} — 100 \% ; \\ 240 \text{ грн} — x \% . \end{array}$$

$$\text{Тоді } \frac{240}{x} = \frac{150}{100}; \quad x = \frac{240 \cdot 100}{150} = 160.$$

Отримуємо $160 - 100 = 60$ (%) — становить збільшення ціни товару.

Відповідь: 60 %. ◀




1. Що таке відсоткове відношення двох чисел?
2. Що показує відсоткове відношення двох чисел?
3. Сформулюйте правило знаходження відсоткового відношення двох чисел.

Розв'язуємо усно

1. Виразіть у відсотках:
1) 0,02; 2) 0,2; 3) 2; 4) 0,002.
2. У магазині було 600 кг капусти. Продали 40 % капусти.
1) Скільки кілограмів капусти продали?
2) Скільки відсотків усієї капусти залишилося в магазині?
3. У коробці лежать 20 куль, з яких 8 куль білі, а решта — сині. Яку частину всіх куль становлять:
1) білі кулі; 2) сині кулі? Яку частину кількості білих куль становить від кількості синіх? Яку частину кількості синіх куль становить від кількості білих?

4. У Сашка та Юрка було по 12 яблук. Спочатку Сашко віддав Юркові 50 % своїх яблук, а потім Юрко віддав Сашкові 50 % яблук, що стало в нього. Хто з хлопчиків має тепер більше яблук і на скільки?

Вправи

- 631.* Скільки відсотків числа становить його: 1) половина; 2) чверть; 3) десята частина; 4) п'ята частина?
- 632.* Скільки відсотків становить:
- 1) число 4 від числа 8;
 - 2) число 2 від числа 10;
 - 3) число 12 від числа 48;
 - 4) число 45 від числа 300;
 - 5) число 64 від числа 400;
 - 6) число 138 від числа 120?
- 633.* Скільки відсотків число 40 становить від числа:
- 1) 100; 2) 80; 3) 160; 4) 10?
- 634.* 1) Віра прочитала 169 сторінок книжки, у якій 260 сторінок. Скільки відсотків сторінок книжки прочитала Віра?
- 2) У Марічки було 34 грн. За 23,8 грн вона купила подарунок матері. Який відсоток грошей витратила Марічка на подарунок?
 - 3) Знайдіть відсоток вмісту олова в руді, якщо 80 т цієї руди містять 6,4 т олова.
 - 4) За канікули Петрик планував розв'язати 60 задач з математики, а розв'язав 102. На скільки відсотків виконав Петрик «план з розв'язування задач»?
 - 5) Визначте відсоток вмісту цукру в розчині, якщо 250 г розчину містять 115 г цукру.
-  635.* 1) Із 36 учнів класу 9 учнів отримали за контрольну роботу з математики оцінку «10». Скільки відсотків учнів отримало оцінку «10»?

2) Знайдіть відсоток вмісту солі в розчині, якщо 400 г розчину містять 34 г солі.

3) Посіяли 240 насінин, з яких зійшло 228. Знайдіть відсоток схожості насіння.

636.* На скільки відсотків змінилося значення величини при зміні:

1) від 3 кг до 6 кг;

4) від 80 м до 72 м;

2) від 2 м до 3 м;

5) від 100 грн до 115 грн;

3) від 40 к. до 70 к.;


6) від 60 хв до 42 хв?

637.* 1) Ціна товару зросла зі 140 грн до 175 грн. На скільки відсотків підвищилася ціна товару?

2) Ціна товару знизилася зі 175 грн до 140 грн. На скільки відсотків знизилася ціна товару?


638.* Відомо, що 380 кг руди першого виду містять 68,4 кг заліза, а 420 кг руди другого виду — 96,6 кг заліза. У якій руді, першого чи другого виду, вищий відсотковий вміст заліза?

639.* Відомо, що 280 г першого розчину містять 98 г солі, а 220 г другого розчину — 88 г солі. У якому розчині, першому чи другому, вищий відсотковий вміст солі?

 **640.*** За даними Державної служби статистики, станом на 1 січня 2012 року в Україні постійно проживало 45,45 млн людей, із них 31,13 млн — жителі міст. Скільки відсотків усього населення в Україні становить міське населення? Відповідь округліть до десятих.

641.* Костюм коштував 1600 грн. Спочатку його ціну підвищили на 20 %, а потім нову ціну знизили на 10 %. Якою стала ціна костюма після цих змін? На скільки відсотків змінилася початкова ціна?

642.* Шафа коштувала 2400 грн. Спочатку її ціну знизили на 10 %, а потім нову ціну підвищили на 25 %. Якою стала ціна шафи після цих змін? На скільки відсотків змінилася початкова ціна шафи?

-  **643.*** За роки, що минули після перепису населення 1989 року, кількість міст в Україні збільшилася на 20, і на дату перепису 2001 року їх уже було 454. На скільки відсотків збільшилася кількість міст за час між цими двома переписами? Відповідь округліть до десятих.
- 644.*** До сплаву масою 600 г, що містить 20 % міді, додали 40 г міді. Яким став відсотковий вміст міді в новому сплаві?
- 645.*** Було 300 г шестивідсоткового розчину солі. Через деякий час 60 г води випарувалось. Яким став відсотковий вміст солі в розчині?
- 646.*** До 620 г сорокавідсоткового розчину солі долили 180 г води. Знайдіть відсотковий вміст солі в новому розчині.
- 647.**** Кількість кленів становить 40 % від кількості дубів, що ростуть у парку. Скільки відсотків становить кількість дубів від кількості кленів?
- 648.**** На скільки відсотків збільшиться число, якщо збільшити його у 2,4 раза?
- 649.**** На скільки відсотків зменшиться число, якщо зменшити його у 2,5 раза?
- 650.**** Перша книжка на 50 % дорожча за другу. На скільки відсотків друга книжка дешевша від першої?
- 651.**** Число x становить 1 % від числа y . Як треба змінити число y , щоб число x становило від нього 2 %?
- 652.**** На кондитерській фабриці виробляли шоколадні цукерки та карамель. Шоколадні цукерки спочатку становили 80 % продукції, а через деякий час — 90 %. На скільки відсотків при цьому зменшилося виробництво карамелі?

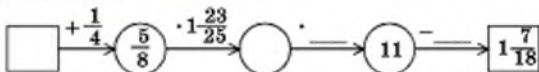
653.* До чисел 100 і 1000 дописали праворуч цифру 1. Яке із чисел збільшилося на більшу кількість відсотків?

654.* До деякого числа додали 10 % цього числа, а потім відняли 10 % суми й отримали 990. Знайдіть це число.



Вправи для повторення

655. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:



656. Із міст Сонячне та Квіткове одночасно назустріч один одному вирушили пішохід і велосипедист, які зустрілися через 2 год після початку руху. Через 4 год після зустрічі пішохід прибув у місто Квіткове. Скільки часу витратив велосипедист на шлях із Квіткового до Сонячного?

Готуємося до вивчення нової теми

657. Сторона першого квадрата дорівнює 3 см, а другого — 6 см. У скільки разів:

- 1) сторона другого квадрата більша за сторону першого;
- 2) периметр другого квадрата більший за периметр першого;
- 3) площа другого квадрата більша за площу першого?

658. Обчисліть значення y за формулою $y = 0,2x$, якщо:

- 1) $x = 5$; 2) $x = 1,2$. Знайдіть, використовуючи дану формулу, значення x , якщо $y = 4$.



Задача від Мудрої Сови

659. Із пункту A о 6 год ранку вийшов турист. Увечері він дійшов до пункту B і, переночувавши, знову о 6 год ранку вирушив до пункту A . Доведіть, що на маршруті є такий пункт C , у якому турист опинився в один і той самий час як першого, так і другого дня (швидкість туриста на маршруті могла змінюватися).



Коли зроблено уроки

Як знайти «золоту середину»

Уявіть собі, що з нашого життя зникли дробові числа. Як тоді вимірювати відрізки, знаходити площу, об'єм, масу? Адже не всі величини можна виміряти, користуючись лише натуральними числами. Зараз важко в це повірити, але вчені Стародавньої Греції свідомо відмовилися від дробів.

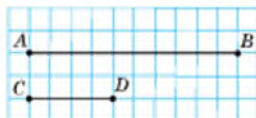


Рис. 13

Порівнюючи відрізки AB і CD (рис. 13), ви, наприклад, можете сказати, що відрізок AB у 2,5 раза більший за відрізок CD . Заборона на дроби не дає можливості порівнювати відрізки таким чином: адже число 2,5 ніби не існує. У Стародавній Греції робили так: підбирали такий відрізок MN , який ціле число разів укладався як у відрізок AB , так і у відрізок CD (рис. 14). Із цього робили висновок: довжини відрізків AB і CD відносяться як 5 до 2. При цьому відношення не вважали числом, а розглядали як самостійний об'єкт.



Рис. 14

Недоліки цього підходу очевидні. Ви, звісно, розумієте, що не для будь-яких відрізків AB і CD легко відшукати відрізок MN , який має описану вище властивість. Але це півбіди. У старших класах ви дізнаєтеся, що не для будь-якої пари відрізків існує третій відрізок, який укладається в кожному з перших двох ціле число разів. Два відрізки, для яких такого третього відрізка не існує, називають неsumірними.

У 8 класі ви зможете довести, що коли $ABCD$ — квадрат (рис. 15), то відрізки AB і AC є неsumірними. Відрізки на рисунку 14 є сумірними, оскільки відрізок MN укладається у відрізках AB і CD цілу кількість разів. Пропорція $AB : CD = 5 : 2$ означає, що відрізки AB і CD сумірні. Нагадаємо, що слово «пропорція» походить від латинського *proportio*, що означає «сумірність».

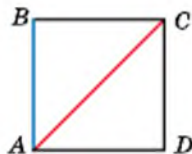


Рис. 15

Із числами можна виконувати арифметичні дії. Якщо ж відношення не вважати числами, то все одно треба навчитись якось ними оперувати. Так у Стародавній Греції виникло вчення про відношення, а отже, і про пропорції.

Цю теорію було розвинено досить глибоко. Наприклад, із пропорції $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ давньогрецькі математики вміли отримувати такі пропорції:

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}; \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}; \quad \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}; \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}.$$

Людей завжди цікавило, що є основою краси, порядку, гармонії, чому деякі предмети, створені як природою, так і людиною, привертають увагу, милують око й навіть викликають захоплення.

Приблизно сто років тому провели такий експеримент. Намалювали десять різних прямокутників. Кожному опитуваному запропонували обрати серед них один найприємніший для очей. У цьому «конкурсі краси» з великим відривом «переміг» прямокутник, відношення сторін якого наближено дорівнює 0,618 (рис. 16). І це не випадково! Адже ще в давнину із цим відношенням люди пов'язували своє уявлення про красу й гармонію. Грецькі скульптори добре знали про відповідність правильних пропорцій людського тіла цьому магічному числу. І недаремно античні зодчі використовували його у своїх безсмертних творіннях. Так, відношення висоти Парфенона — храму в Афінах, побудованого в V ст. до н. е., до його довжини наближено дорівнює 0,618 (рис. 17).



Рис. 16



Рис. 17

Геній епохи Відродження Леонардо да Вінчі вважав, що з багатьох відношень, які використовує Творець, існує одне, єдине й неповторне. Саме його він назвав «золотим перерізом».

На відрізку AB (рис. 18) точку M позначено так, що має місце пропорція $\frac{AM}{AB} = \frac{MB}{AM}$, тобто довжина

більшої частини відрізка відноситься до довжини всього відрізка так, як довжина меншої частини до довжини більшої. Виявляється, що кожне з відношень, які входять у цю пропорцію, приблизно дорівнює 0,618. Точка M не ділить відрізок AB навпіл, проте саме її називають «золотою серединою».



Рис. 18

22. Пряма та обернена пропорційні залежності

Периметр P квадрата зі стороною a обчислюють за формулою $P = 4a$. Наприклад, якщо $a = 2$ см, то $P = 4 \cdot 2 = 8$ (см).

Якщо змінюється довжина сторони квадрата, то змінюється і його периметр. У таких випадках говорять, що периметр і сторона квадрата є змінними

величинами, причому величина P (периметр) залежить від величини a (довжина сторони). Цю залежність наочно відображено на рисунку 19.

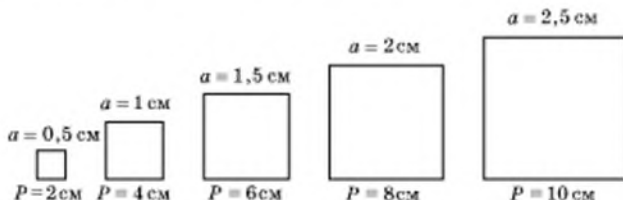


Рис. 19

Зауважимо, що коли збільшити сторону квадрата, наприклад, у 2 рази, то його периметр також збільшиться у 2 рази; зменшення сторони квадрата в 3 рази зумовить зменшення периметра в 3 рази й т. п. Зрозуміло, що збільшення (зменшення) периметра в кілька разів приводить до відповідного збільшення (зменшення) сторони квадрата.

Дві змінні величини називають прямо пропорційними, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї з них у кілька разів друга збільшується (зменшується) у стільки ж разів.

Так, величини P і a прямо пропорційні. Можна також сказати, що величина P прямо пропорційна величині a або залежність між величинами P і a є прямою пропорційністю.

Наведемо приклад ще однієї прямої пропорційної залежності.

Нехай турист іде зі швидкістю 5 км/год. Тоді шлях s , пройдений за час t , обчислюють за формулою $s = 5t$. Величини s і t прямо пропорційні. Цей факт підтверджує таблиця відповідних значень часу та шляху, пройденого туристом:

t — час руху туриста, год	1	1,5	2	2,2	3	3,4
s — шлях, пройдений за час t , км	5	7,5	10	11	15	17

Розглянемо відношення $5 : 1$; $7,5 : 1,5$; $10 : 2$; $11 : 2,2$; $15 : 3$; $17 : 3,4$. Кожне з них дорівнює 5, тобто

$$\frac{5}{1} = \frac{7,5}{1,5} = \frac{10}{2} = \frac{11}{2,2} = \frac{15}{3} = \frac{17}{3,4} = 5.$$

Ці рівності ілюструють властивість змінних величин, які знаходяться в прямо пропорційній залежності:

якщо дві змінні величини прямо пропорційні, то відношення відповідних значень цих величин дорівнює одному й тому самому, сталому для цих величин, числу.

У розглядуваних прикладах для величин P і a це число дорівнює 4, а для величин s і t дорівнює 5. Отже, відповідні значення величин P і a задовольняють рів-

ність $\frac{P}{a} = 4$, для величин s і t маємо $\frac{s}{t} = 5$.

Розглянемо приклад. Нехай шлях з одного села до іншого велосипедист проїхав за 2 год зі швидкістю 7 км/год, а на зворотний шлях витратив 1 год, рухаючись зі швидкістю 14 км/год. Бачимо, що збільшення швидкості у 2 рази привело до зменшення витраченого часу також у 2 рази. Очевидно, що якби велосипедист збільшив швидкість в 1,5 раза, у 2,5 раза, у 3 рази, у 4 рази, то час руху зменшився б відповідно в 1,5 раза, у 2,5 раза, у 3 рази, у 4 рази. І навпаки, якби велосипедист зменшив швидкість руху в кілька разів, то в стільки ж разів збільшився б час руху.

У таких випадках говорять, що швидкість і час руху є обернено пропорційними величинами або за-

лежність між швидкістю і часом руху є оберненою пропорційністю.

Дві змінні величини називають обернено пропорційними, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї із цих величин друга зменшується (збільшується) у стільки ж разів.

Наведемо ще приклад оберненої пропорційної залежності.

Нехай сторони прямокутника дорівнюють a см і b см, а його площа — 24 см^2 . Величини a і b обернено пропорційні. Справді, якщо одну зі сторін прямокутника збільшити (зменшити) в кілька разів, то, щоб площа його не змінилася, сусідню сторону треба зменшити (збільшити) у стільки ж разів.

Сказане підтверджує така таблиця:

a , см	1	2	3	4	5	6	8
b , см	24	12	8	6	4,8	4	3
Площа, см^2	24	24	24	24	24	24	24

Цей приклад ілюструє властивість змінних величин, які знаходяться в оберненій пропорційній залежності.

Якщо дві змінні величини обернено пропорційні, то добуток відповідних значень цих величин дорівнює одному й тому самому для даних величин числу.

Так, у розглянутому прикладі для величин a і b маємо: $ab = 24$.

Зазначимо, що не кожна залежність між змінними величинами є прямою або оберненою пропорційністю. Наприклад, площа квадрата зі стороною 2 см дорівнює 4 см^2 , а зі стороною 6 см — 36 см^2 . Отже, при збільшенні сторони в 3 рази площа квадрата збільшилася в 9 разів. Таким чином, залежність між стороною квадрата і його площею не є ні прямою пропорційністю, ні оберненою пропорційністю.

ПРИКЛАД 1 Заповніть таблицю, якщо величина y прямо пропорційна величині x :

x	0,4	0,6	
y	1,6		2

Розв'язання. Знайдемо відношення відомої пари відповідних значень величин x і y . Маємо: $\frac{y}{x} = \frac{1,6}{0,4} = 4$.

Щоб заповнити другий стовпчик таблиці, помножимо 0,6 на 4, а щоб заповнити третій — поділимо 2 на 4. Таблиця набуде вигляду:

x	0,4	0,6	0,5
y	1,6	2,4	2

ПРИКЛАД 2 Для перевезення вантажу потрібно 20 автомобілів вантажопідйомністю 3 т. Скільки потрібно автомобілів вантажопідйомністю 5 т, щоб перевезти цей вантаж?

Розв'язання. У скільки разів збільшується вантажопідйомність одного автомобіля, у стільки ж разів може бути зменшена їхня кількість за умови, що маса вантажу, який потрібно перевезти, не змінюється. Тому вантажопідйомність одного автомобіля й кількість автомобілів є обернено пропорційними величинами. Вантажопідйомність одного автомобіля збільшилася в $5:3 = \frac{5}{3}$ разів. Тоді кількість автомобілів має

зменшитися в стільки ж разів, тобто в $\frac{5}{3}$ разів. Маємо:

$$20 : \frac{5}{3} = 20 \cdot \frac{3}{5} = 12 \text{ (автомобілів).}$$

Відповідь: 12 автомобілів. ◀



1. Які дві величини називають прямо пропорційними?
2. Як пов'язані відповідні значення прямо пропорційних величин?
3. Наведіть приклади прямо пропорційних величин.
4. Які дві величини називають обернено пропорційними?
5. Як пов'язані відповідні значення обернено пропорційних величин?
6. Наведіть приклади обернено пропорційних величин.
7. Наведіть приклади величин, які не є ні прямо пропорційними, ні обернено пропорційними.

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть значення виразу $7\frac{1}{2} : a$ при $a = \frac{1}{2}$; 3; 4,5.
2. Яку частину числа 8 становить число 2? Скільки відсотків числа 8 становить число 2?
3. Скільки відсотків число $\frac{1}{4}$ становить від числа, оберненого до нього?
4. Скільки відсотків число 10 становить від числа, що є його: 1) квадратом; 2) кубом?


Вправи

- 660.*** За деякий час поїзд пройшов 320 км. Яку відстань пройде поїзд за той самий час, якщо його швидкість:
- 1) збільшити в 3 рази; 2) зменшити в 4 рази?
- 661.*** Площа прямокутника дорівнює 60 см^2 . Якою стане його площа, якщо ширину залишити такою самою, а довжину:
- 1) збільшити в 5 разів; 2) зменшити у 12 разів?
- 662.*** За кілька метрів тканини заплатили 96 грн. Скільки треба було б заплатити за таку саму тканину, якби її купили:
- 1) у 6 разів менше; 2) у 2 рази більше?

663.* Двоє робітників виготовили за деякий час 24 деталі.

- 1) Скільком робітникам треба працювати, щоб за той самий час виготовити 48 деталей? 120 деталей?
- 2) Скільки деталей виготовлять ці двоє робітників за час, у 3 рази більший? у 4 рази менший?

Дайте відповіді на поставлені запитання, вважаючи, що продуктивність праці всіх робітників однакова.

 **664.*** У таблиці наведено відповідні значення величин x і y . Установіть, чи є ці величини прямо пропорційними.

1)

x	2	6	7	9
y	6	18	21	27

3)

x	1,2	2,4	6	9
y	1	2	5	6

2)

x	0,4	1,6	2,3	3,1
y	0,8	3,6	4,6	6,2

4)

x	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{16}$
y	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{8}$

665.* Автомобіль проїжджає певну відстань за 10 год. За який час він проїде цю відстань, якщо його швидкість: 1) збільшиться у 2 рази; 2) зменшиться в 1,2 рази?

666.* За певну суму грошей купили 40 м тканини. Скільки метрів тканини купили б за цю суму, якби ціна 1 м тканини: 1) зменшилася в 1,2 рази; 2) збільшилася в 1,6 рази?

667.* Довжина прямокутника дорівнює 30 см. Якою стане його довжина, якщо при незмінній площі ширину прямокутника: 1) збільшити в 1,5 рази; 2) зменшити в 3,2 рази?

668.* Заповніть таблицю, якщо величина y прямо пропорційна величині x :

x	0,3	8	3,2		
y			9,6	2,7	42

669.* Заповніть таблицю, якщо величина y прямо пропорційна величині x :

x	15		4		1,2
y		8	1,6	20	

670.* За m кг цукерок заплатили p грн. Користуючись таблицею, визначте ціну 1 кг цукерок. Заповніть таблицю.

m , кг	3	8		1,2	
p , грн	225		300		60

Задайте формулою залежність p від m .

671.* Поїзд рухається зі швидкістю 60 км/год. Заповніть таблицю, у першому рядку якої вказано час руху t , а в другому — пройдений шлях s .

t , год	2	0,5		3,2		
s , км			90		240	156

Задайте формулою залежність s від t .

672.* Турист пройшов 24 км. Заповніть таблицю, у першому рядку якої вказано швидкість, а в другому — час руху.

v , км/год	5		2,4	4,5	
t , год		6			$6\frac{2}{3}$

Задайте формулою залежність t від v .

673.* Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює 48 см^3 . Заповніть таблицю, у першому рядку якої вказано площу його основи, а в другому — висоту.

$S, \text{ см}^2$	16		9,6	240	
$h, \text{ см}$		8			4,8

Задайте формулою залежність h від S .

674.* Бригада з 15 робітників може відремонтувати школу за 46 днів. Скільки потрібно робітників, щоб відремонтувати цю школу за 30 днів, якщо продуктивність праці всіх робітників однакова?

675.* Геракл заготував для 240 коней царя Авгія кормів на 19 днів. На скільки днів вистачить цих кормів, якщо коней у царя Авгія стане 304, а всі коні споживають однакову кількість корму?



Вправи для повторення

676. Знайдіть число:

1) половина якого дорівнює $\frac{1}{6}$;

2) третина якого дорівнює $\frac{1}{2}$;

3) $\frac{2}{3}$ якого дорівнюють $\frac{2}{3}$;

4) $\frac{1}{4}$ якого дорівнює $\frac{1}{8}$.

677. Маса Землі становить 182 % маси Меркурія, а маса Сатурна — 9401 % маси Землі. Скільки відсотків маси Меркурія становить маса Сатурна?

678. Є чотири квітки: троянда, мальва, гладіолус і тюльпан. Скільки є способів скласти букет із трьох квіток?



Задача від Мудрої Сови

679. Андрійко задумав натуральне число й помножив його на 19. Сергійко закреслив останню цифру числа, яке отримав Андрійко, і в результаті отримав 32. Яке число задумав Андрійко?

23. Поділ числа в заданому відношенні

Розглянемо таку задачу.

Сплав масою 520 кг складається з міді та цинку¹. Маса міді відноситься до маси цинку як 8 : 5. Знайдіть маси міді та цинку, що містяться в цьому сплаві.

Розв'язання. Вважатимемо, що сплав складається з $8 + 5 = 13$ (частин), які мають однакові маси. Тоді маса однієї частини дорівнює $520 : 13 = 40$ (кг).

Оскільки мідь у сплаві становить 8 частин, а цинк — 5 частин, то маса міді дорівнює $8 \cdot 40 = 320$ (кг), а маса цинку дорівнює $5 \cdot 40 = 200$ (кг).

Відповідь: 320 кг, 200 кг. ◀

Із розв'язання задачі випливає, що число 520 можна подати у вигляді суми двох доданків — 320 і 200, відношення яких дорівнює 8 : 5.

У таких випадках говорять, що число 520 поділили у відношенні 8 : 5. Також можна сказати, що число 520 подали у вигляді суми двох доданків, пропорційних числам 8 і 5.

Цю задачу можна розв'язати й у інший спосіб.

Нехай маса однієї частини сплаву становить x кг. Тоді маси міді й цинку становлять відповідно $8x$ кг і $5x$ кг. Оскільки маса всього сплаву дорівнює 520 кг, то отримуємо рівняння: $8x + 5x = 520$.

¹ Сплав міді із цинком має назву *латунь*. Це найпоширеніший сплав міді.

Звідси $13x = 520$; $x = 40$. Тоді маси міді й цинку дорівнюють відповідно $8 \cdot 40 = 320$ (кг) і $5 \cdot 40 = 200$ (кг).

Розглянемо ще один приклад.

Потрібно обробити 96 деталей. Перший робітник обробляє за одну годину 9 деталей, другий — 8 деталей, а третій — 7. Як потрібно розподілити між ними роботу, щоб усі троє робітників працювали однаковий час?

Розв'язання. Вважатимемо, що все завдання (96 деталей) складається з $9 + 8 + 7 = 24$ (частин). Кожна з частин містить однакову кількість деталей. Тоді одна частина містить $96 : 24 = 4$ (деталі). Отже, деталі між робітниками треба розподілити так: першому робітникові дати для оброблення $9 \cdot 4 = 36$ (деталей), другому — $8 \cdot 4 = 32$ (деталі), а третьому — $7 \cdot 4 = 28$ (деталей).

Відповідь: 36 деталей, 32 деталі, 28 деталей. ◀

Розв'язуючи цю задачу, ми число 96 поділили на три доданки, пропорційні числам 9, 8 і 7. Також говорять, що число 96 поділили у відношенні $9 : 8 : 7$ (читають: «дев'ять до восьми й до семи»).

Розв'язуємо усно

1. Маса 10 см^3 заліза дорівнює 78 г. Знайдіть масу 5 см^3 заліза.
2. Із 100 кг цукрових буряків можна отримати 7 кг цукру. Скільки кілограмів буряків потрібно, щоб отримати: 1) 28 кг цукру; 2) 3,5 кг цукру?
3. Замініть дане відношення відношенням натуральних чисел:
1) $2 : \frac{4}{7}$; 2) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$; 3) $3\frac{1}{3} : 1\frac{1}{9}$.
4. Змішали 6 кг води та 4 кг солі. Знайдіть відсотковий вміст солі в розчині.

5. У ящику було 40 куль. Із кожних п'яти куль три були зеленого кольору, а решта — синього. Скільки куль кожного кольору було в ящику?
6. У саду ростуть 56 дерев. Із кожних восьми дерев п'ять — яблуні, а решта — вишні. Скільки яблунь і скільки вишень росте в саду?

Вправи

680.* Поділіть:

- 1) число 138 у відношенні $18 : 5$;
- 2) число 70 у відношенні $3 : 6 : 8 : 11$.

681.* Поділіть:

- 1) число 72 у відношенні $7 : 11$;
- 2) число 92 у відношенні $2 : 3 : 5$.

682.* Для виготовлення соку ведмежата Гаммі беруть 12 частин ягід і 17 частин води (усі частини мають однакову масу). Скільки кілограмів ягід їм треба взяти, щоб отримати 232 кг соку?

683.* Для царя Гороха виготовили нову корону зі сплаву, який складався із 7 частин золота й 5 частин платини (усі частини мають однакову масу). Скільки грамів кожного металу взяли, якщо маса корони дорівнює 2 кг 460 г?

684.* Периметр трикутника дорівнює 48 см, а його сторони відносяться як $7 : 9 : 8$. Знайдіть сторони трикутника.

685.* Сторони трикутника відносяться як $5 : 7 : 11$, а сума найбільшої і найменшої сторін дорівнює 80 см. Обчисліть периметр трикутника.

686.* Накресліть розгорнутий кут ABC і проведіть промінь BD так, щоб градусні міри кутів ABD і CBD відносились як $5 : 13$.

687.* Накресліть кут MKE , градусна міра якого дорівнює 130° . Між сторонами цього кута проведіть

промінь KO так, щоб градусні міри кутів MKO і EKO відносились як $19 : 7$.

- 688.* Знайдіть такі значення x і y , щоб числа x , y і 24 були відповідно пропорційні числам: 1) 3, 5 і 6;
2) $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{36}$ і $\frac{1}{9}$.

- 689.* Знайдіть такі значення a і b , щоб числа a , 10 і b були відповідно пропорційні числам 2 , $\frac{1}{6}$ і $\frac{3}{4}$.

- 690.* Троє мулярів працювали з однаковою продуктивністю й отримали за свою роботу 4000 грн. Скільки гривень має отримати кожний муляр, якщо перший із них працював 16 год, другий — 24 год, а третій — 40 год?

- 691.* Як треба поділити 540 т сіна між трьома фермами, якщо на першій фермі 28 корів, на другій — 42 корови, а на третій — 65 корів?

- 692.* Подайте число 219 у вигляді суми трьох доданків x , y і z так, щоб $x : y = 4 : 9$, а $y : z = 15 : 2\frac{2}{3}$.

- 693.* Сума чотирьох чисел дорівнює 386. Знайдіть ці числа, якщо перше відноситься до другого як $2 : 5$, друге до третього — як $3 : 4$, а третє до четвертого — як $6 : 7$.



Вправи для повторення

694. Перша бригада відремонтувала 20 км дороги, а друга — 14 км. На скільки відсотків довжини дороги друга бригада відремонтувала менше, ніж перша?

695. Знайдіть значення виразу

$$\left(1\frac{1}{12} + 1\frac{1}{4}\right) \cdot 1\frac{19}{56} + 2\frac{5}{8} \cdot 1\frac{3}{7} \cdot 1\frac{1}{9}.$$

Готуємося до вивчення нової теми

696. Накресліть пряму й позначте на ній довільну точку O . Знайдіть на прямій усі точки, які віддалені від точки O на 3 см.
697. Позначте на площині довільну точку O . Позначте чотири точки, які віддалені від точки O на 2 см. Скільки ще можна позначити таких точок?



Задача від Мудрої Сови

698. На дошці записано число 23. Щохвилини число стирають і записують на його місці нове число, яке дорівнює добутку цифр старого числа, збільшеному на 12. Яке число буде записане на дошці через годину?

24. Коло і круг

Колесо — один із найзначніших винаходів людини. Неможливо уявити світ без колеса. Секрет його чудових можливостей криється у властивостях дивовижної лінії — кола (рис. 20).



Недаремно стародавні греки вважали коло найдоконалішою та «найкруглішою» фігурою. І за наших днів у деяких ситуаціях, коли хочуть дати особливу оцінку, вживають слово «круглий», яке вважають синонімом слова «цілковитий»: круглий відмінник, круглий сирота тощо.

Коло можна легко накреслити за допомогою циркуля (рис. 21). Установіть вістря циркуля на папір. Тоді інша ніжка циркуля при обертанні опише коло. Точку, у яку впирається вістря циркуля, називають центром кола. На рисунку 20 точка O — центр кола.

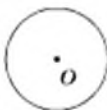


Рис. 20

Усі точки кола віддалені від його центра на однакову відстань.

Саме тому будь-який транспортний засіб на колесах їде «рівненько»: центр колеса при обертанні перебуває на однаковій відстані від землі (рис. 22).



Рис. 21



Рис. 22

Відрізок, який сполучає центр кола з будь-якою його точкою, називають **радіусом**. На рисунку 23 відрізки OA , OB , OM — радіуси кола.

Усі радіуси одного кола рівні між собою. Наприклад, на рисунку 23 $OA = OB = OM$.

Довжина радіуса OA дорівнює 1,5 см. Прийнято також говорити, що **радіус кола дорівнює 1,5 см**.

Часто радіус кола позначають буквою r . Для кола, зображеного на рисунку 23, можна записати: $r = 1,5$ см.

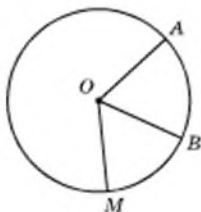


Рис. 23

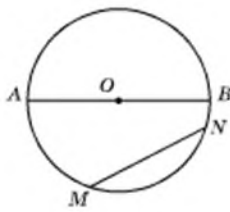


Рис. 24

Відрізок, який сполучає будь-які дві точки кола, називають **хордою**. На рисунку 24 відрізки AB і MN —

хорди. Зауважимо, що тут хорда AB проходить через центр кола. Таку хорду називають **діаметром** кола.

Діаметр складається з двох радіусів. Тому діаметр у 2 рази більший за радіус.

Часто діаметр кола позначають буквою d . Можна записати:

$$d = 2r$$

Точки A і B (рис. 25) поділяють коло на дві частини, які на рисунку виділено різними кольорами. Кожну з них називають **дугою** кола.

Коло обмежує частину площини (рис. 26). Цю частину площини разом з колом називають **кругом**.

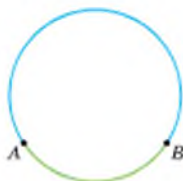


Рис. 25



Рис. 26

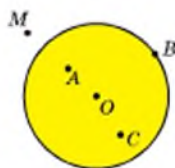


Рис. 27

Круг має **центр**, **радіус**, **діаметр**, **хорду** — це відповідно центр, радіус, діаметр, хорда кола, яке обмежує круг.

На рисунку 27 точка O — центр круга. Точки O , A , B і C належать кругу, а точка M не належить. При цьому лише точка M віддалена від центра круга на відстань, більшу за радіус.

Якщо точка віддалена від центра круга на відстань, яка менша від радіуса круга або дорівнює йому, то ця точка належить кругу.

Якщо у крузі із центром O провести два радіуси OA і OB (рис. 28), то вони поділять круг на дві частини, які на рисунку виділено різними кольорами. Кожну з них називають **сектором**.

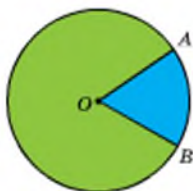


Рис. 28



Рис. 29

На рисунку 29 діаметр AB поділяє круг на дві рівні частини, кожен з яких називають **півкругом**.

ПРИКЛАД За допомогою лінійки та циркуля побудуйте трикутник ABC зі сторонами $AC = 2$ см, $BC = 3$ см і $AB = 4$ см.

Розв'язання. Спочатку за допомогою лінійки будемо відрізок AB завдовжки 4 см. Третя вершина C трикутника має бути віддалена від точки A на 2 см, а від точки B — на 3 см. Оскільки всі точки, віддалені від точки A на 2 см, лежать на колі радіуса 2 см із центром A , а всі точки, віддалені від точки B на 3 см, — на колі радіуса 3 см із центром B , то точка C є точкою перетину цих кіл (рис. 30).

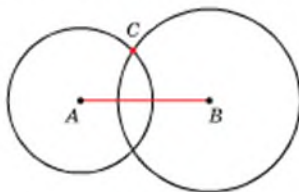


Рис. 30

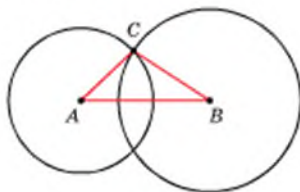


Рис. 31

Сполучивши точку C з точками A і B , отримаємо шуканий трикутник ABC (рис. 31).

Звернемо увагу на те, що побудовані кола мають ще одну спільну точку C_1 (рис. 32), яку також можна було взяти за вершину трикутника. У цьому випадку ми одержимо ще один трикутник ABC_1 зі сторонами вказаної довжини, який дорівнює трикутнику ABC . ◀

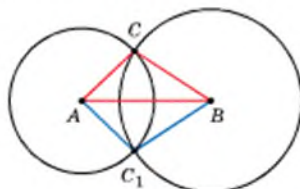


Рис. 32



1. Як розташовані точки кола відносно його центра?
2. Який відрізок називають радіусом кола?
3. Який відрізок називають хордою кола?
4. Яку хорду називають діаметром кола?
5. Як пов'язані між собою діаметр і радіус кола?
6. Як називають частини, на які дві точки поділяють коло?
7. Як називають коло і частину площини, яку воно обмежує?
8. Як називають частини, на які два радіуси поділяють круг?
9. Яку фігуру називають півкругом?

Розв'язуємо усно

1. Яке число треба поставити замість зірочки, щоб отримати правильну рівність:
 - 1) $6,4 : 16 = * - 0,6$; 2) $* \cdot 0,7 = 10 - 4,4$?
2. Знайдіть:
 - 1) $\frac{3}{4}$ від 2 грн 40 к.; 3) $\frac{5}{11}$ від 3 год 40 хв;
 - 2) $\frac{2}{7}$ від 4 м 20 см; 4) $\frac{4}{9}$ від 5 кг 400 г.

3. У сонячний день квасу продають на 50% більше, ніж у похмурий. У скільки разів менше квасу продають у похмурий день, ніж у сонячний?

Вправи

- 699.* Укажіть радіус, хорду та діаметр кола із центром B , зображеного на рисунку 33. Скільки радіусів і скільки хорд зображено на цьому рисунку?

- 700.* Які з точок, позначених на рисунку 34:

- | | |
|--------------------|-----------------------|
| 1) лежать на колі; | 3) не лежать на колі; |
| 2) належать кругу; | 4) не належать кругу? |

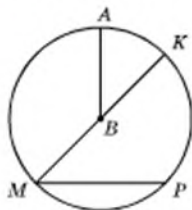


Рис. 33

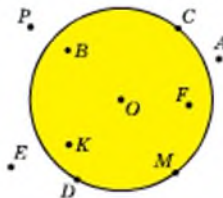



Рис. 34

- 701.* Знайдіть діаметр кола, радіус якого дорівнює:
1) 14 см; 2) 4 см 5 мм; 3) 3,6 дм.
- 702.* Знайдіть радіус кола, діаметр якого дорівнює:
1) 8 см; 2) 5 см; 3) 9,2 дм.
- 703.* Накресліть коло радіуса 2 см 5 мм із центром M . Обчисліть діаметр цього кола.
- 704.* Накресліть коло радіуса 3 см 2 мм із центром K . Обчисліть діаметр цього кола.
- 705.* Позначте дві довільні точки A і B , виміряйте відстань між ними. Побудуйте коло із центром A , яке проходить через точку B , і коло із центром B , яке проходить через точку A . Чому дорівнює радіус кожного з побудованих кіл? Позначте точки перетину кіл. Яка відстань від цих точок до центрів кіл?

706.* Накресліть відрізок AB завдовжки 5 см. Побудуйте коло радіуса 3 см із центром A та коло радіуса 4 см із центром B . Скільки існує точок перетину кіл? Чому дорівнює відстань від кожної із цих точок до точки A ? до точки B ?

 **707.*** Накресліть довільний відрізок AB . Побудуйте коло так, щоб цей відрізок був його діаметром.

708.* Знайдіть периметр чотирикутника O_1AO_2B (рис. 35), якщо радіуси кіл дорівнюють 5 см і 3 см.

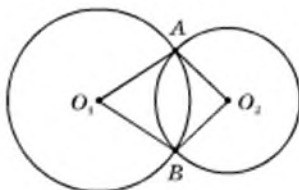




Рис. 35

 **709.*** Накресліть три кола, які мають спільний центр і радіуси яких відповідно дорівнюють 2 см, 3 см і 4 см.

710.* Накресліть коло, діаметр якого дорівнює 7 см. Позначте на колі точку A . Знайдіть на колі точки, віддалені від точки A на 4 см.

711.* Накресліть коло й позначте на ньому три точки A , B і C . Скільки дуг при цьому утворилося?

712.* Накресліть коло радіуса 3 см із центром O . Проведіть промінь з початком у точці O та позначте на ньому точку A , віддалену від точки O на 5 см. Проведіть коло із центром у точці A , радіус якого: 1) 2 см; 2) 2 см 5 мм; 3) 1 см 5 мм. Скільки спільних точок мають кола в кожному із цих випадків?

 **713.*** Накресліть коло та трикутник так, щоб сторони трикутника були хордами кола.

714.* Накресліть коло, проведіть його діаметр AB , позначте на колі точки C і D . Сполучіть точки C і D з кінцями діаметра AB і знайдіть градусні міри кутів ACB і ADB .

715.* Радіус кола із центром A дорівнює 9 см, а радіус кола із центром B — 2 см (рис. 36). Знайдіть відстань між центрами цих кіл.

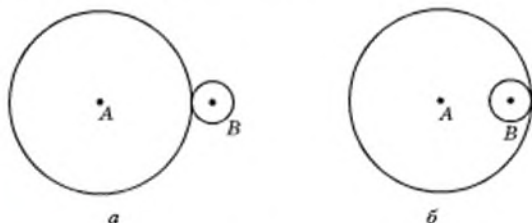


Рис. 36

716.* На рисунку 37 $OC = 6$ см, $BD = 2,5$ см. Знайдіть довжину відрізка OK .

717.* Накресліть довільний трикутник. Проведіть три кола так, щоб сторони трикутника були їхніми діаметрами.

718.* Накресліть квадрат зі стороною 3 см. Проведіть чотири кола так, щоб сторони квадрата були їхніми діаметрами.

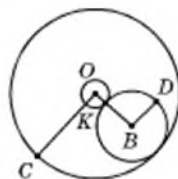


Рис. 37

719.* 1) Накресліть відрізок AB завдовжки 3 см. Знайдіть точку, віддалену від кожного з кінців відрізка AB на 2 см. Скільки існує таких точок?

2) Накресліть відрізок CD завдовжки 3 см 5 мм. Знайдіть точку, віддалену від точки C на 2 см 5 мм, а від точки D — на 3 см. Скільки існує таких точок?

720.* За допомогою циркуля та лінійки побудуйте трикутник зі сторонами:

- 1) 3 см, 3 см і 4 см; 2) 3 см, 4 см і 5 см.

721.* За допомогою циркуля та лінійки побудуйте трикутник зі сторонами:

- 1) 5 см, 6 см і 4 см; 2) 2 см, 2 см і 2 см.

722.** Установіть, чи можна побудувати трикутник зі сторонами:

- 1) 2 см, 6 см і 7 см; 3) 2 см, 6 см і 9 см.
2) 2 см, 6 см і 8 см;

Зробіть висновок.

723.* У крузі із центром O позначили точку M . Як розрізати цей круг: 1) на три частини; 2) на дві частини так, щоб із них можна було скласти новий круг, у якому позначена точка M була б його центром?

724.* На торті кондитер розмістив 7 троянд із крему (рис. 38). Як трьома прямолінійними розрізами поділити торт на 7 порцій, на кожній з яких була б одна троянда?



Рис. 38



Вправи для повторення

725. Обчисліть:

- 1) 7^2 ; 2) $0,4^2$; 3) $1,2^2$; 4) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; 5) $\left(2\frac{2}{9}\right)^2$.

726. Першого дня продали 500 кг яблук, а другого — 420 кг. На скільки відсотків менше продали яблук другого дня, ніж першого?

727. Обчисліть: $\left(6,8 - 5\frac{5}{9}\right) : \left(2\frac{13}{30} - 2\frac{1}{12}\right) \cdot 3,6$.

728. Командирів підпорядковані троє солдатів. Скільки існує способів розставити їх на три пости?

Готуємося до вивчення нової теми

729. Діагональ AC квадрата $ABCD$ збільшили в 3 рази й побудували квадрат $AMKN$ (рис. 39). У скільки разів периметр квадрата $AMKN$ більший за периметр квадрата $ABCD$?

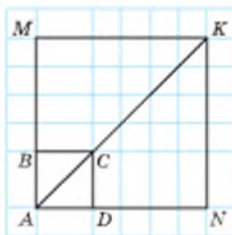


Рис. 39



Задача від Мудрої Сови

730. Діти збирали в лісі гриби. Вийшовши з лісу, вони стали парами — хлопчик з дівчинкою, причому в хлопчика було грибів або вдвічі більше, або вдвічі менше, ніж у дівчинки. Чи могло так статися, що всі діти разом зібрали 500 грибів?

25. Довжина кола. Площа круга

Як виміряти довжину кола?

Винахідливий розум людини придумав багато способів розв'язання цієї задачі. Природним є бажання «надрізати» коло, а потім «спрямити» його у відрізок. Так можна виміряти, наприклад, довжину металевого кільця (рис. 40, а).

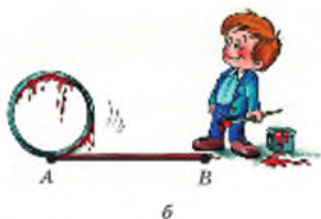


Рис. 40

Проте довжину кільця можна виміряти й у інший спосіб: пофарбувати його та прокотити по рівній поверхні, зробивши повний оберт (рис. 40, б). Тоді довжина відрізка AB дорівнюватиме довжині кільця.

Довжина l кола залежить від довжини його діаметра d , а саме: чим більший діаметр, тим більша довжина кола (рис. 41).

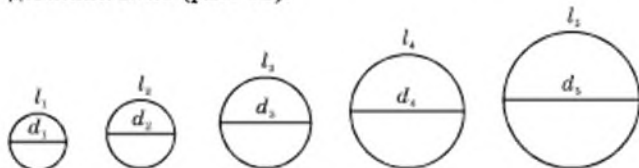


Рис. 41

Можливо, інтуїція вам підкаже, що коли діаметр збільшити, наприклад, у 2 рази, то й довжина кола збільшиться у 2 рази; якщо ж діаметр зменшити, наприклад, у 5 разів, то те саме відбудеться з довжиною кола.

Математика підтверджує ваші здогадки: *довжина кола прямо пропорційна його діаметру.*

Інакше кажучи, *для всіх кіл відношення довжини кола до його діаметра є одним і тим самим числом.*

Це число позначають грецькою буквою π (читають: «пі»). Отже, $\frac{l}{d} = \pi$. Звідси

$$l = \pi d$$

Оскільки $d = 2r$, де r — радіус кола, то можна отримати ще одну формулу для обчислення довжини кола:

$$l = 2\pi r$$

Математики завжди намагалися якомога точніше знайти значення числа π . Ще в давнину встановили,

що $\pi \approx \frac{22}{7}$. Видатний давньогрецький учений Архімед

(III ст. до н. е.) показав, що $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$.

У XVIII ст. математики встановили, що число π не можна подати у вигляді скінченного десяткового дробу або нескінченного періодичного десяткового дробу. Воно виражається нескінченим неперіодичним десятковим дробом (такі числа ви вивчатимете у 8 класі).

За допомогою сучасних комп'ютерів можна обчислити число π з величезною точністю. Наведемо запис числа π із 36 цифрами після коми:

$$\pi = 3,141592653589793238462643383279502884\dots$$

У 1992 р. обчислили 1 011 196 691 цифру числа π після коми. Цей факт було занесено до Книги рекордів Гіннеса. Саме число в книзі не наведене, оскільки для цього потрібно було б понад тисячу сторінок.

Для обчислень ми найчастіше будемо використовувати десяткове наближення числа π до сотих:

$$\pi \approx 3,14$$

Площа круга залежить від його радіуса. Однак ця залежність уже не є прямою пропорційністю.

Установлено, що площа S круга радіуса r обчислюється за формулою

$$S = \pi r^2$$

1. Яке число позначають буквою π ?
2. За якими формулами обчислюють довжину кола?
3. За якою формулою обчислюють площу круга?
4. Назвіть десяткове наближення числа π до сотих.

Розв'язуємо усно

1. Чому дорівнює діаметр кола, якщо він на 5,2 см більший за радіус цього кола?
2. Периметр квадрата дорівнює 15 см. Чому дорівнюватиме периметр квадрата, якщо кожен з його сторін:
1) збільшити в 4 рази; 2) зменшити в 3 рази?
3. Площа квадрата дорівнює 36 см^2 . Якою стане площа квадрата, якщо кожен з його сторін:
1) збільшити в 10 разів; 2) зменшити у 2 рази?
4. Обчисліть значення виразу $0,5a^2$ при $a = 2$; 10 ; $\frac{1}{2}$.

Вправи

- 731.* Обчисліть довжину кола, діаметр якого — 3,2 см.
- 732.* Обчисліть довжину кола, радіус якого — 6 см.
- 733.* Обчисліть площу круга, радіус якого — 8 см.
- 734.* Обчисліть площу круга, діаметр якого дорівнює 18 см.
- 735.* Обчисліть радіус кола, довжина якого дорівнює 18,84 см.
- 736.* Знайдіть радіус круга, площа якого дорівнює 314 см^2 .
- 737.* Колесо проїхало 400 м, зробивши при цьому 150 обертів. Знайдіть радіус кола в сантиметрах. Відповідь округліть до одиниць.
- 738.* Довжина кола дорівнює 100,48 см. Знайдіть площу круга, обмеженого цим колом.
- 739.* Виконайте необхідні вимірювання та обчисліть площу заштрихованого кільця (рис. 42).



Рис. 42

740.* 1) Радіус першого кола дорівнює 6 см, а радіус другого — 2 см. У скільки разів довжина першого кола більша за довжину другого?

2) Радіус першого кола в 4 рази більший за радіус другого. У скільки разів довжина першого кола більша за довжину другого?

741.* Найбільший оптичний телескоп (рефлектор) в Україні знаходиться в Кримській астрономічній обсерваторії. Діаметр обода його дзеркала дорівнює 2,6 м. Найбільший у світі оптичний телескоп знаходиться в обсерваторії Каліфорнійського університету на Гавайях (США). Діаметр обода його дзеркала дорівнює 10 м. Знайдіть відношення довжин ободів дзеркал американського й українського телескопів. Відповідь округліть до десятих.

742.* Радіус кола збільшили на 1 см. На скільки збільшилася при цьому довжина кола?

743.* Як зміниться радіус кола, якщо довжину кола збільшити на 9,42 см?

744.* Знайдіть довжину дуги, що становить $0,6$ кола, радіус якого дорівнює 3,5 см.

745.* Знайдіть довжину дуги, що становить $\frac{5}{12}$ кола, радіус якого дорівнює 36 дм.

746.* Обчисліть довжину червоної лінії, зображеної на рисунку 43.

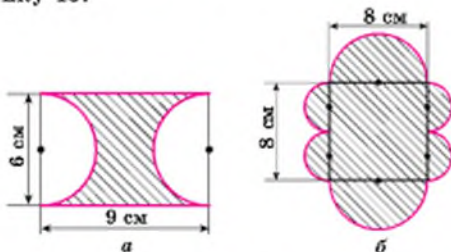


Рис. 43

- 747.* Знайдіть площу круга, якщо $\frac{2}{3}$ довжини кола цього круга дорівнюють 24,8 см (число π округліть до десятих).



Рис. 44

- 748.* На скільки площа квадрата більша за площу круга (рис. 44), якщо сторона квадрата дорівнює 8 см?

- 749.* Накресліть прямокутник зі сторонами 3 см і 4 см. Проведіть діагоналі прямокутника. Узявши точку перетину діагоналей за центр кола, а половину діагоналі — за радіус, проведіть це коло. Виміряйте лінійкою діаметр утвореного кола (у сантиметрах, з точністю до одиниць). На скільки площа круга, обмеженого цим колом, більша за площу прямокутника?

- 750.* Обчисліть площу заштрихованої фігури, зображеної на рисунку 45.

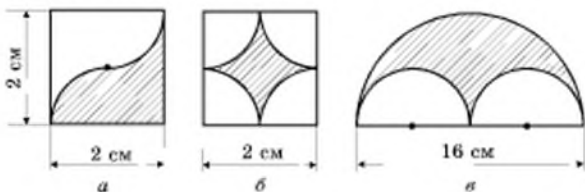


Рис. 45

- 751.* Обчисліть площу заштрихованої фігури (рис. 46), якщо довжина сторони клітинки дорівнює 1 см.

- 752.* Піца, діаметр якої дорівнює 30 см, коштує стільки ж, скільки дві піци, діаметр яких 20 см. У якому випадку Дмитрик з'їсть більше піци: коли придбає одну велику чи дві менші, якщо всі піци мають однакову товщину?

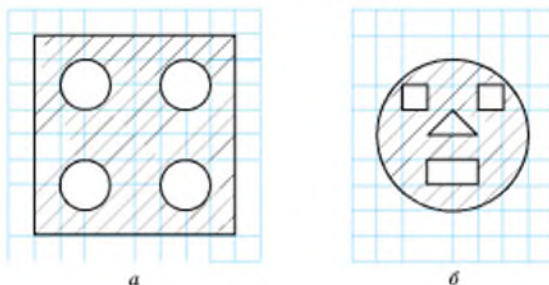


Рис. 46

753.* Діаметр колеса автомобіля дорівнює 65 см. Автомобіль їде з такою швидкістю, що колеса роблять 6 обертів щосекунди. Знайдіть швидкість автомобіля в кілометрах за годину. Відповідь округліть до десятих.

754.* Діаметр колеса вагона метрополітену дорівнює 78 см. За 2,5 хв колесо робить 1000 обертів. Знайдіть швидкість поїзда метро в кілометрах за годину. Відповідь округліть до десятих.

755.* Знайдіть довжину дуги, яку описує годинна стрілка завдовжки 6 см за 1 год.

756.* Знайдіть довжину дуги, яку описує хвилинна стрілка завдовжки 24 см за 40 хв.

757.* Обчисліть площу заштрихованої фігури, зображеної на рисунку 47.

758.* Усі вершини квадрата (рис. 48), діагональ якого дорівнює 6 см, лежать на колі. Обчисліть площу квадрата, не вимірюючи його сторони. На скільки площа квадрата менша від площі круга, обмеженого даним колом?

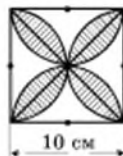


Рис. 47



Рис. 48

- 759.* Доведіть, що на рисунку 49 сума довжин червоних дуг дорівнює сумі довжин зелених дуг.

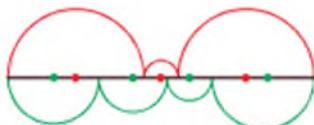


Рис. 49

- 760.* *Задача Гипократа*¹. Доведіть, що на рисунку 50 сума площ зафарбованих фігур («серпиків») дорівнює площі прямокутника.



Рис. 50

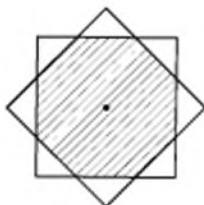


Рис. 51

- 761.* Два квадрати зі стороною 1 см мають спільний центр² (рис. 51). Доведіть, що площа їхньої спільної частини більша за $\frac{\pi}{4}$.
- 762.* На рисунку 52 проілюстровано старовинний спосіб обчислення площі круга. Поясніть, чому добуток nI наближено дорівнює площі круга.

¹ Гіппократ Хіоський — давньогрецький геометр (V ст. до н. е.).

² Центр квадрата — точка перетину його діагоналей.

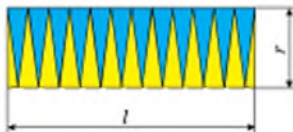


Рис. 52



Вправи для повторення

763. Маса сплаву міді й срібла дорівнює 7,2 кг. Маса срібла становить 80 % маси міді. Скільки кілограмів міді міститься в сплаві?

764. Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x = \frac{21}{40}; \quad 2) \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{8}x = \frac{39}{56}.$$

765. Ціну товару двічі підвищували, кожного разу на 50 %. Якою стала ціна товару, якщо спочатку вона становила 16 грн?



Задача від Мудрої Сови

766. У кожну клітинку таблиці розміром 3×3 клітинки записують деяке число. Таблицю, у якій усі записані числа є різними, а суми чисел у всіх рядках, стовпчиках і по діагоналях є однаковими, називають **магічним квадратом**. Наприклад, таблиця, зображена на рисунку 53, є магічним квадратом. Чи існує магічний квадрат, заповнений числами, оберненими до натуральних?

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Рис. 53

26. Циліндр. Конус. Куля

На рисунку 54 зображено хокейну шайбу, консервну банку, бочку. Ці предмети мають низку характеристик, наприклад: матеріал, з якого їх виготовлено, маса, форма, розміри, колір тощо. З усіх названих якостей математика цікавлять лише форма та розміри. Математик скаже: «На рисунку 54 зображено геометричні тіла, які мають форму **циліндра**».



Рис. 54

Уявимо, що прямокутник OO_1A_1A обертається навколо сторони OO_1 (рис. 55). Тоді в результаті обертання утворюється фігура, яку називають циліндром. При обертанні сторін OA і O_1A_1 утворюються два рівних кола. Їх називають **основами циліндра**. При обертанні сторони AA_1 утворюється **бічна поверхня циліндра**.

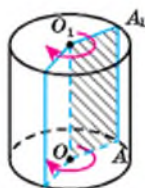


Рис. 55

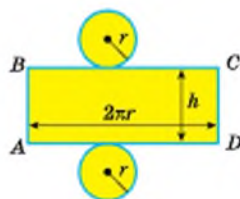


Рис. 56

Довжину відрізка OO_1 називають **висотою циліндра**.
Відрізок AA_1 називають **твірною циліндра**.

У курсі математики 5 класу ви дізналися, що моделі прямокутного паралелепіпеда та піраміди можна виготовити за допомогою їхніх розгорток.

На рисунку 56 зображено розгортку циліндра. Вона складається з прямокутника та двох рівних кругів. Сторона AD прямокутника дорівнює довжині кола, яке обмежує основу циліндра. Сторона AB дорівнює висоті циліндра. Якщо радіус основи циліндра дорівнює r , то $AD = 2\pi r$. Площа прямокутника $ABCD$ дорівнює площі бічної поверхні циліндра. Маємо: $S_{\text{бічн}} = AD \cdot AB$, де $S_{\text{бічн}}$ — площа бічної поверхні циліндра.

Якщо висота циліндра дорівнює h , тобто $AB = h$, а радіус його основи дорівнює r , то площу бічної поверхні цього циліндра обчислюють за формулою

$$S_{\text{бічн}} = 2\pi rh$$

На рисунку 57 зображено предмети, що мають форму конуса. Конус — ще один приклад геометричного тіла.



Рис. 57

Уявимо, що прямокутний трикутник AOB з прямим кутом O обертається навколо сторони AO (рис. 58). Тоді утворюється фігура, яку називають конусом.

При обертанні сторони OB утворюється круг. Його називають основою конуса. При обертанні сторони AB утворюється бічна поверхня конуса. Відрізок AO називають висотою конуса, відрізок AB — твірною конуса, точку A — вершиною конуса.



Рис. 58

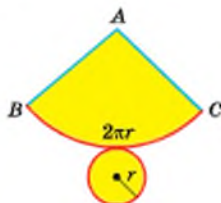


Рис. 59

На рисунку 59 зображено розгортку конуса. Вона складається із сектора та круга. Відрізок AB дорівнює твірній конуса, довжина дуги сектора дорівнює довжині кола, яке обмежує основу конуса.

Про такі предмети, як кавун, м'яч, глобус, говорять, що вони мають форму кулі (рис. 60).



Рис. 60

Уявимо, що півкруг обертається навколо діаметра AB (рис. 61). Тоді утворюється фігура, яку називають кулею.

При обертанні півкола утворюється поверхня кулі — фігура, яку називають **сферою**. Сфера обмежує кулю.

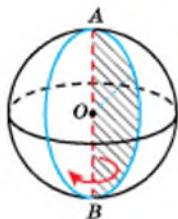


Рис. 61



Рис. 62

Центр, діаметр, радіус півкруга — це відповідно центр, діаметр, радіус кулі та сфери, що її обмежує.

Мабуть, вам доводилося бачити, як для приготування їжі нарізають овочі чи фрукти. Від напрямку розрізу залежить форма перерізу (рис. 62). Куля відзначається тим, що її перерізом площиною завжди є круг (рис. 63). Якщо площина перерізу проходить через центр кулі, то в перерізі утворюється круг, радіус якого дорівнює радіусу кулі (рис. 64).



Рис. 63

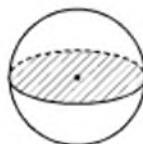


Рис. 64

У 5 класі ви ознайомилися з окремим видом геометричних тіл — многогранниками. Іншим окремим видом геометричних тіл є тіла **обертання**. Циліндр, конус і куля — приклади тіл обертання.



1. Як можна отримати циліндр у результаті обертання прямокутника?
2. Поясніть, що називають основою, бічною поверхнею, висотою, твірною циліндра.
3. З яких фігур складається розгортка циліндра?
4. За якою формулою обчислюють площу бічної поверхні циліндра?
5. Як можна отримати конус у результаті обертання прямокутного трикутника?
6. Поясніть, що називають основою, бічною поверхнею, висотою, твірною, вершиною конуса.
7. З яких фігур складається розгортка конуса?
8. Як можна отримати кулю в результаті обертання півкруга?
9. Як називають поверхню кулі?
10. Поясніть, що називають центром, діаметром, радіусом кулі.
11. Яка фігура є перерізом кулі?
12. Які тіла обертання ви знаєте?

Розв'язуємо усно

1. Довжина кола дорівнює 18π см. Якою стане довжина кола, якщо його радіус:
1) зменшити в 9 разів; 2) збільшити в 5 разів?
2. Знайдіть площу круга, якщо довжина його кола дорівнює 10π см.
3. Знайдіть довжину кола, яке обмежує круг площею 16π см².
4. Розв'яжіть рівняння:
1) $3x + 5x + 7x = 60$; 3) $8x + 3x + 1,6 = 1,93$;
2) $19x - 12x = 4,9$; 4) $14x - 4x - 2,8 = 11,2$.

Вправи

767. Наведіть приклади предметів, які мають форму:
1) циліндра; 2) конуса; 3) кулі.

- 768.*** На рисунку 65 зображено циліндр. Укажіть: 1) твірну циліндра; 2) радіус нижньої основи циліндра; 3) радіус верхньої основи циліндра.

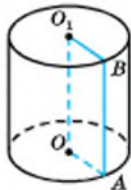


Рис. 65

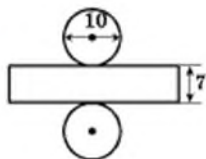


Рис. 66



Рис. 67

- 769.*** Радіус основи циліндра дорівнює 6 см, а його твірна — 8 см. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра.
- 770.*** Знайдіть площу бічної поверхні циліндра, розгортку якого зображено на рисунку 66 (довжини відрізків подано в сантиметрах).
- 771.*** На рисунку 67 зображено конус. Укажіть: 1) вершину конуса; 2) центр його основи; 3) твірну конуса; 4) радіус основи конуса; 5) висоту конуса.
- 772.*** Радіус кулі дорівнює 6 см. Знайдіть площу перерізу кулі площиною, яка проходить через центр кулі.
- 773.*** Довжина кола, яке обмежує переріз кулі площиною, що проходить через її центр, дорівнює 12,56 см. Чому дорівнює радіус кулі?
- 774.*** Які найменші розміри, виражені цілим числом сантиметрів, повинен мати прямокутний аркуш паперу, щоб ним можна було обклеїти бічну поверхню циліндра з радіусом основи 5 см і висотою, яка дорівнює діаметру основи?
- 775.*** Діаметр отвору труби дорівнює 40 см, а товщина її стінок — 2 см. Чи вистачить 2,5 кг фарби, щоб пофарбувати зовні 10 м цієї труби, якщо на 1 м^2 її поверхні витрачається 200 г фарби?

- 776." Прямокутник, площа якого дорівнює 40 см^2 , обертають навколо однієї з його сторін. Обчисліть площу бічної поверхні утвореного циліндра.



Вправи для повторення

777. Чи вистачить купленої килимової доріжки для трьох коридорів завдовжки 22,6 м, 24,7 м і 12,8 м, якщо купили 2 куски доріжки по 15,8 м і 2 куски по 14,6 м?
778. Оля мешкає у квартирі № 189 дванадцятиповерхового будинку. У якому під'їзді та на якому поверсі мешкає Оля, якщо в її будинку на кожному поверсі розміщено по 4 квартири?
779. Відомо, що a і b — різні прості числа. Запишіть усі дільники числа m , якщо:
- 1) $m = ab$; 2) $m = a^2b$; 3) $m = a^2b^2$.

Готуємося до вивчення нової теми

780. Нехай стовпчик, висота якого дорівнює стороні клітинки зошита, відповідає 1 року життя людини. Нарисуй стовпчик, висота якого відповідає твоєму віку.
781. Зобразіть круг, поділіть його двома діаметрами на 4 рівні сектори. Скільки відсотків площі круга становить площа одного сектора?



Задача від Мудрої Сови

782. Використовуючи тільки цифри 1, 2, 3, 4, записали два нерівних чотирицифрових числа, у кожного з яких усі цифри різні. Чи може одне із цих чисел ділитися націло на друге?

27. Діаграми

Класний керівник 6 класу веде облік відвідування учнями занять. Наприкінці тижня його записи мали такий вигляд:

День тижня	Понеділок	Вівторок	Середа	Четвер	П'ятниця
Кількість відсутніх	3	2	5	4	7

Ці дані можна подати більш наочно у вигляді стовпчастої діаграми (рис. 68). Висота стовпчика показує кількість відсутніх учнів у певний день тижня.

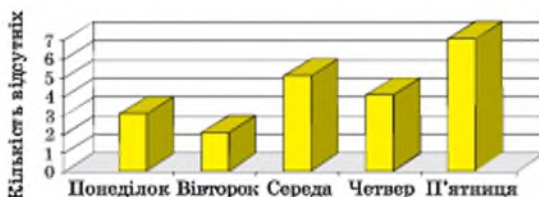


Рис. 68

Однак не тільки таку інформацію можна отримати із цієї діаграми. Вона також дає змогу відстежити, як змінювалася кількість відсутніх учнів упродовж усього тижня.

Інформацію, подану в такому вигляді, легко сприймати, а тому її зручно обробляти й аналізувати.

На рисунку 69 зображено стовпчасту діаграму результатів письмової роботи з математики у трьох шкільних класах.

Із діаграми видно, що, наприклад, оцінки «1» і «4» не отримав жоден учень, а оцінку «7» отримала найбільша кількість учнів — 14.

Наочно відображують інформацію також **кругові** діаграми.

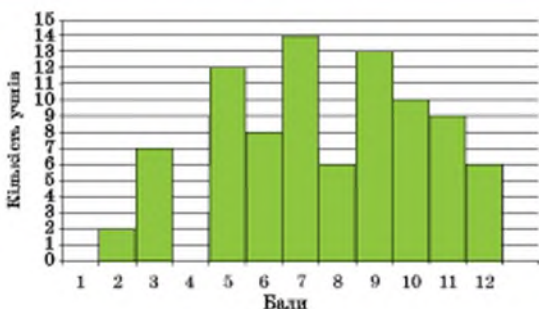


Рис. 69

На рисунку 70 зображено кругову діаграму відвідування спортивних секцій учнями однієї зі шкіл.



Рис. 70



Рис. 71

Із діаграми на рисунку 71 видно, яку частину поверхні Землі займає суходіл, а яку — вода.

У яких випадках буває зручно подавати інформацію у вигляді стовпчастих діаграм, а в яких — у вигляді кругових?

Вам, мабуть, неодноразово доводилося чути вислів «діаграми зростання». Якщо хочуть продемонструвати, як із плином часу змінюється деяка величина, то більш наочними є стовпчасті діаграми.

Кругові діаграми частіше застосовують тоді, коли хочуть порівняти частини якоїсь величини.

Зверніть увагу на різноманітне оформлення діаграм у задачах цього пункту. Наприклад, стовпчаста

діаграма може складатися не тільки з вертикальних стовпчиків, а й з горизонтальних смужок (рис. 72).

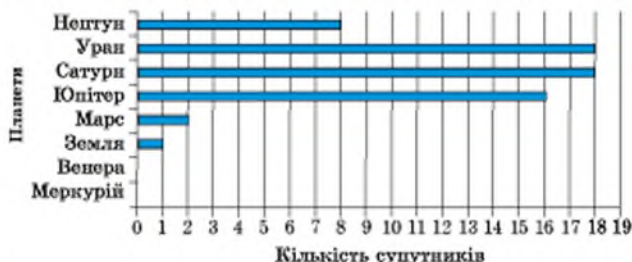


Рис. 72

1. Які види діаграм ви знаєте?
2. У яких випадках використовують стовпчасті діаграми, а в яких — кругові?

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:

$$\boxed{0,8} \xrightarrow{\cdot} \textcircled{64} \xrightarrow{:} \textcircled{2\frac{2}{3}} \xrightarrow{-} \textcircled{1\frac{8}{9}} \xrightarrow{+} \boxed{10}$$

2. Довжина прямокутника дорівнює 48 см. Якою буде його довжина на кресленні, виконаному в масштабі:
 - 1) $1 : 3$;
 - 2) $1 : 10$;
 - 3) $1 : 5$?
3. Огірками засадили $\frac{1}{3}$ площі городу, а помідорами — 30 % його площі. Якими овочами, огірками чи помідорами, засадили більшу площу?
4. Бригада із семи робітників може відремонтувати школу за 36 днів. Скільки треба робітників, щоб відремонтувати школу за 12 днів, якщо продуктивність праці всіх робітників однакова?

Вправи

783. На діаграмі (рис. 72) показано кількість супутників у планет Сонячної системи. Користуючись діаграмою, визначте:

- 1) у якої планети найбільша кількість супутників;
- 2) чи є планети, які не мають супутників;
- 3) у скільки разів у Юпітера більше супутників, ніж у Нептуна;
- 4) на скільки у Землі менше супутників, ніж в Урана.

784. На діаграмі (рис. 73) наведено вибірку інформацію про природно-заповідний фонд України. Користуючись діаграмою, визначте:

- 1) скільки в Україні ботанічних садів; зоологічних парків;
- 2) на скільки більше заповідників, ніж національних природних парків;

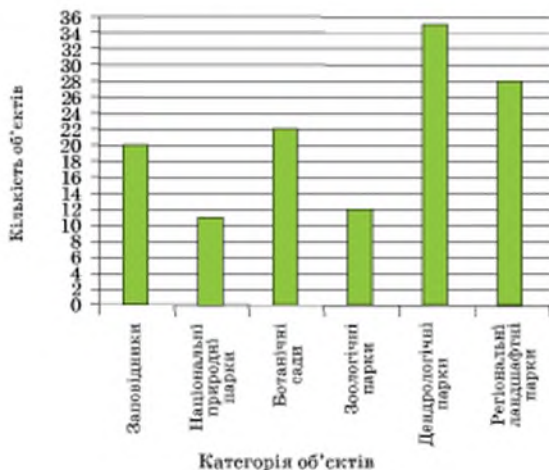


Рис. 73

- 3) у скільки разів менше регіональних ландшафтних парків, ніж дендрологічних.

785.* Користуючись діаграмою, на якій наведено інформацію про площу найбільших водосховищ України (рис. 74), установіть:

- 1) яке з наведених водосховищ має найбільшу площу;
- 2) яке з наведених водосховищ має найменшу площу;
- 3) площа якого з водосховищ, Київського чи Канівського, більша.

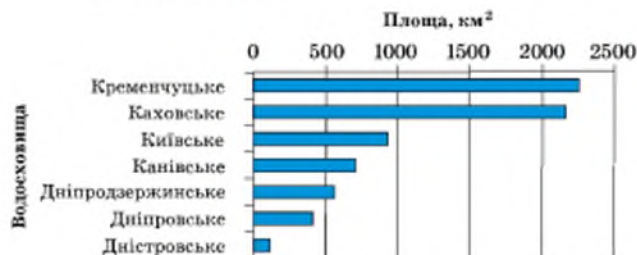


Рис. 74

786.* Користуючись діаграмою, на якій зображено відсотковий вміст солі у воді деяких водойм (рис. 75), установіть:

- 1) у якій з наведених водойм найсолоніша вода;
- 2) у якій з наведених водойм найменш солоня вода;
- 3) у якому з морів, Середземному чи Червоному, вода солоніша.

787.* На рисунку 76 наведено діаграму кількості користувачів Інтернету у світі у відсотках відносно загальної кількості населення з 1995 по 2012 рік. Протягом якого року відбувся найменший приріст користувачів? найбільший приріст?

788.* На круговій діаграмі (рис. 77) наведено результати виборів мера Сонячного міста (у відсотках). Користуючись діаграмою, визначте:

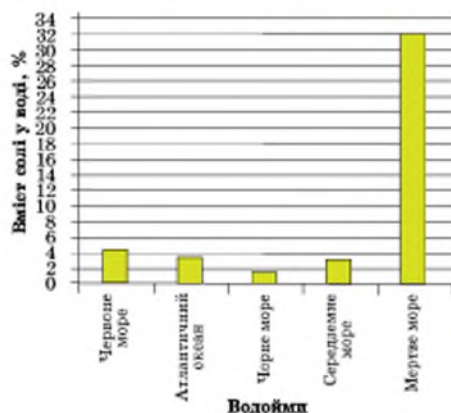


Рис. 75

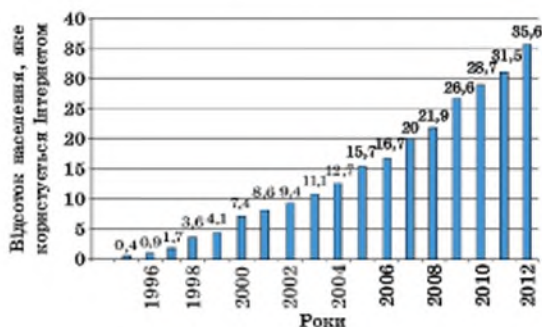


Рис. 76

- 1) скільки відсотків виборців брали участь у голосуванні;
- 2) на скільки відсотків більше виборців проголосувало за Знайка, ніж за Незнайка;
- 3) скільки відсотків виборців проголосувало проти Незнайка.



Рис. 77

789.* На круговій діаграмі (рис. 78) наведено розподіл використання вільного від навчання часу учнем 6 класу Петром Іваненком. Визначте:

- 1) скільки відсотків вільного часу Петро проводить на свіжому повітрі;
- 2) скільки відсотків вільного часу він проводить з користю для здоров'я;
- 3) у скільки разів більше часу він витрачає на перегляд телевізійних програм і гру на комп'ютері, ніж на допомогу батькам.

Чи порадили б ви Петру щось змінити в розподілі вільного часу?



Рис. 78

790.* На діаграмі, зображеній на рисунку 79, показано розподіл за секціями учнів спортивної школи.

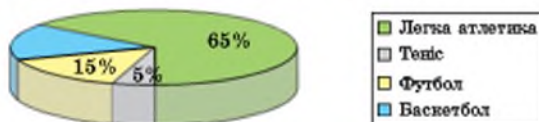


Рис. 79

- 1) Скільки відсотків учнів спортивної школи становлять баскетболісти?
- 2) Скільки легкоатлетів у цій школі, якщо загальна кількість учнів становить 300?

791.* Учні 6-х класів відвідують різні спортивні секції. Використовуючи діаграму (рис. 80), визначте:

- 1) яку секцію відвідує найбільше шестикласників;
- 2) які секції відвідує однакова кількість шестикласників;
- 3) яку частину від кількості футболістів становить кількість легкоатлетів;
- 4) скільки відсотків кількості гандболістів становить від кількості баскетболістів.

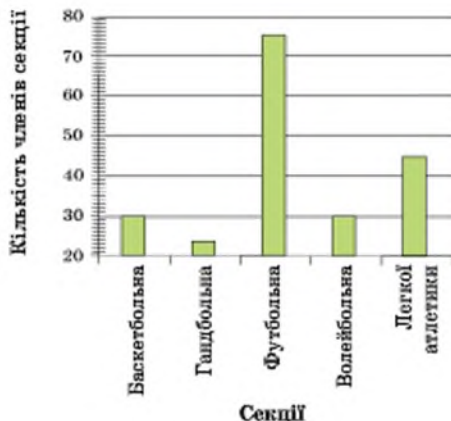




Рис. 80


792.* Користуючись таблицею середніх річних температур повітря в окремих регіонах України, побудуйте відповідну стовпчасту діаграму.

Місто	Температура, °C	Місто	Температура, °C
Львів	7,5	Черкаси	7,3
Ужгород	9,3	Полтава	6,8
Київ	6,9	Донецьк	7,5
Суми	6,0	Луганськ	9,2
Одеса	9,4	Ялта	13,1


-  **793.*** Користуючись таблицею розвитку Київського метрополітену, побудуйте діаграму зростання довжини його ліній.

Рік	Кількість станцій	Довжина ліній, км	Рік	Кількість станцій	Довжина ліній, км
1960	5	5,2	1992	35	43,3
1965	10	12,7	2000	39	51,7
1971	14	18,2	2004	42	56,6
1976	17	20,5	2008	47	61,1
1981	23	28,2	2012	51	66,1
1987	28	32,8			


-  **794.*** Користуючись таблицею розвитку Київського метрополітену, побудуйте діаграму збільшення кількості його станцій.

-  **795.*** За допомогою таблиці, яка відображає зростання кількості користувачів Інтернету у світі, побудуйте відповідну стовпчасту діаграму, округливши попередньо кількість користувачів до десятків мільйонів і взявши для зображення 10 млн осіб відрізок завдовжки 1 мм.

Дата	Кількість користувачів, млн	Дата	Кількість користувачів, млн
Грудень 1998	147	Червень 2006	1043
Грудень 2000	451	Червень 2008	1463
Вересень 2002	587	Червень 2010	1967
Жовтень 2004	812	Червень 2012	2405

 **796.*** У таблиці наведено найвищі вершини деяких гірських систем Європи. Округліть висоту кожної вершини до сотень метрів. Для зображення 100 м висоти візьміть відрізок завдовжки 1 мм і побудуйте стовпчасту діаграму висот наведених вершин гірських систем.

Гірська система	Назва вершини	Висота, м
Альпи	Монблан	4807
Андалузські гори	Муласен	3478
Апенніни	Корно	2914
Кавказ	Ельбрус	5642
Масив Ріла (Балкани)	Мусала	2925
Масив Татри	Герлаховські-Штіт	2655
Піреней	Пік Ането	3404
Скандинавські гори	Гальхенгіген	2470

 **797.*** У таблиці наведено поширеність деяких хімічних елементів у земній корі. Побудуйте стовпчасту діаграму поширеності наведених елементів, узявши для зображення 0,1 % відрізок, довжина якого дорівнює 1 мм.

Назва елемента	Маса земної кори, % (з точністю до десятих)
Алюміній	7,5
Залізо	5,1
Кальцій	3,4
Натрій	2,6
Калій	2,4
Магній	1,9
Титан	0,6



Вправи для повторення

- 798.** Максимальна маса білого ведмедя 800 кг, що становить $\frac{2}{15}$ максимальної маси індійського слона або 640 % максимальної маси лева. Знайдіть максимальну масу: 1) індійського слона; 2) лева.
- 799.** У Київському національному університеті імені Тараса Шевченка навчається близько 20 000 студентів. Кількість студентів Кембриджського університету (Велика Британія) становить 60 % кількості студентів Київського університету або $\frac{3}{7}$ кількості студентів Геттінгенського університету (Німеччина). Скільки студентів навчається в Геттінгенському університеті?



Київський національний
університет ім. Тараса Шевченка



Геттінгенський університет
(Німеччина)



Кембриджський університет (Велика Британія)

800. Використовуючи цифри 4, 5, 6, записали два різних трицифрових числа. Чи може добуток цих чисел дорівнювати числу, записаному за допомогою тільки цифр 0, 2, 3, 5, 6, 8? (У записі чисел цифри не повторюються.)



Задача від Мудрої Сови

801. У США дату зазвичай записують так: місяць, число, рік. Наприклад, дату народження Великого Кобзаря американець записав би так: 3.9.1814. У Європі ж спочатку записують число, потім місяць і рік. Скільки в році днів, дату яких не можна прочитати однозначно, не знаючи, яким способом вона записана?

28. Випадкові події.

Ймовірність випадкової події

Пролунав шкільний дзвоник, випав сніг, на уроці математики тебе викликали до дошки, чорний кіт перебіг дорогу — усе це події. Кожна із цих подій за одних і тих самих умов могла відбутися, а могла й не відбутися (сніг міг не випасти, дзвоник не пролунали й т. ін.). Тому можна говорити, що ми навели приклади випадкових подій.

Уявимо собі, що випущено 1 000 000 лотерейних білетів і розігрується один автомобіль. Чи можна, придбавши один лотерейний білет, виграти цей приз? Звісно, можна, хоча ця подія *малоймовірна*. А якщо розіграватимуться 10 автомобілів? Зрозуміло, що ймовірність виграшу збільшиться. Якщо ж уявити, що розігруються 999 999 автомобілів, то ймовірність виграшу стає дуже великою.

Отже, ймовірності випадкових подій — це величини, які можна порівнювати. Однак для цього слід домовитися, як оцінювати кількісно можливість появи тієї чи іншої події.

Придбавши один білет, вважають, що ймовірність виграшу при розіграші одного автомобіля дорівнює

$$\frac{1}{1\,000\,000}, \text{ при розіграші } 10 \text{ автомобілів — } \frac{10}{1\,000\,000} = \\ = \frac{1}{100\,000}, 999\,999 \text{ автомобілів — } \frac{999\,999}{1\,000\,000}. \text{ Цими дробами ми оцінюємо шанси настання випадкової події,}$$

яка нас цікавить.

Науку, що займається оцінюванням ймовірностей випадкових подій, називають *теорією ймовірностей*.

Якщо уявити собі таку фантастичну ситуацію, у якій кожний лотерейний білет є призовим, то виграш гарантований. Тоді подію «виграш автомобіля» називають *вірогідною* та вважають, що її ймовірність дорівнює 1.

Якщо в лотереї немає жодного призового білета, то виграти автомобіль неможливо. У цьому випадку подію «виграш автомобіля» називають *неможливою* та вважають, що її ймовірність дорівнює 0.

Ймовірність випадкової події може бути будь-яким числом від 0 до 1.

Зрозуміло, що якби половина білетів тиражу виявилася призовою, то події «виграш» і «невиграш» автомобіля стали б *рівноймовірними*. Ймовірність кожної з них дорівнювала б $\frac{1}{2}$.

Купівля лотерейного білета, підкидання грального кубика або монети, витягування екзаменаційного білета — це приклади експериментів з *випадковими наслідками (результатами)*. До такого роду експе-

риментів можна віднести різноманітні випробування, досліди, спостереження, результати яких заздалегідь передбачити неможливо.

Під час кидання грального кубика (рис. 81) можна отримати один із шести результатів: випаде 1, 2, 3, 4, 5 або 6 очок. Усі ці шість результатів рівноможливі. Тому природно вважати, що ймовірність кожного з них



Рис. 81

однакова й дорівнює $\frac{1}{6}$. Наприклад, ймовірність події «випадіння 5 очок» дорівнює $\frac{1}{6}$.

Знайдемо ймовірність того, що при киданні грального кубика випаде число, кратне 3. У цьому експерименті із шести рівноможливих результатів є тільки два, які нас задовольняють: коли випаде 3 або 6 очок. Ці два результати назвемо *сприятливими*.

Ймовірність того, що випаде число, кратне 3, дорівнює $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

У прикладі з лотереєю випробування полягає в тому, що купують один білет. У цьому експерименті існує 1 000 000 рівноможливих результатів: купили білет з номером 1, купили білет з номером 2 і т. д. Якщо виграшних білетів 10, то маємо 10 сприятливих результатів. Ймовірність виграшу при купівлі одного білета дорівнює $\frac{10}{1\,000\,000} = \frac{1}{100\,000}$.

Наведені приклади ілюструють таке. Якщо експеримент закінчується одним з n рівноможливих результатів, з яких m є сприятливими для настання даної події, то ймовірність цієї події дорівнює $\frac{m}{n}$.

ПРИКЛАД. У коробці лежать 2 синіх та 5 жовтих куль. Навмання виймають одну кулю. Яка ймовірність того, що ця куля виявиться: 1) синьою; 2) червоною?

Розв'язання. 1) Уявимо собі, що кулі пронумеровані числами від 1 до 7. При вийманні кулі можна отримати 7 рівноможливих результатів: вийняли кулю з номером 1, вийняли кулю з номером 2 і т. д. Із них сприятливих тільки 2 (адже в коробці тільки 2 синіх кулі). Тому шукана ймовірність дорівнює $\frac{2}{7}$.

2) Оскільки в коробці немає червоних куль, то подія, що розглядається, є неможливою, отже, її ймовірність дорівнює 0.

Відповідь: 1) $\frac{2}{7}$; 2) 0. ◀

Становлення та розвиток теорії ймовірностей пов'язані з працями таких видатних учених, як Якоб Бернуллі (1654–1705), П'єр Лаплас (1749–1827), Ріхард Мізес (1883–1953), Андрій Колмогоров (1903–1987).

Українська математична наука ХХ ст. подарувала світові плеяду видатних фахівців у галузі теорії ймовірностей. Імена Й. І. Гіхмана, Б. В. Гнеденка, А. В. Скорохода, М. Й. Ядренка відомі математикам у всьому світі.

М. Й. Ядренко значну частину своїх творчих сил віддавав педагогічній діяльності. Він багато працював з обдарованою молоддю, був фундатором Всеукраїнських олімпіад юних математиків.

Михайло Йосипович Ядренко
(1932–2004)

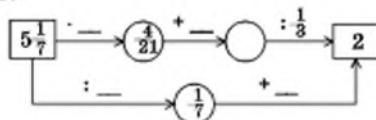




1. Які події називають випадковими?
2. Яка наука займається оцінкою ймовірностей випадкових подій?
3. Чому дорівнює ймовірність вірогідної події?
4. Чому дорівнює ймовірність неможливої події?
5. Як обчислити ймовірність випадкової події в експерименті з рівноможливими результатами?

Розв'язуємо усно

1. У коробці лежать 54 кулі, з яких 12 червоних, а решта — зелені. Яку частину всіх куль становлять червоні? зелені? Яку частину кількості зелених куль становлять червоні?
2. За чотири однакових набори кольорових олівців заплатили 82 грн. Скільки коштують 12 таких наборів?
3. Знайдіть числа, яких не вистачає в ланцюжку обчислень:




Вправи

- 802.* Наведіть приклади експериментів, результатами яких є випадкові події.
- 803.* Наведіть приклади експериментів, результатами яких є, на вашу думку, події: 1) малоімовірні; 2) дуже ймовірні.
- 804.* Наведіть приклади експериментів, результатами яких є: 1) вірогідні події; 2) неможливі події.
- 805.* Які з наведених подій є вірогідними, а які — неможливими:
 - 1) з кошика, у якому лежать тільки яблука, дістати персик;

- 2) додаючи два послідовних натуральних числа, отримати непарне число;
- 3) зазирнувши в календар, виявити, що в наступному році твій день народження припадає на середу?

806.* Наведіть приклади експериментів з рівноможливими результатами.

807.* Наведіть приклади експериментів з нерівноможливими результатами.

 **808.*** Яка ймовірність того, що при киданні грального кубика випаде кількість очок, що дорівнює: 1) двом; 2) п'яти; 3) непарному числу; 4) числу, яке кратне 6?

809.* Яка ймовірність того, що при киданні грального кубика випаде кількість очок, що дорівнює: 1) парному числу; 2) числу, яке не ділиться націло на 4; 3) числу, яке не ділиться націло на 3; 4) числу, яке кратне 7?

810.* Щоб скласти іспит з математики, треба вивчити 30 білетів. Учень вивчив 25 білетів. Яка ймовірність того, що він витягне білет, відповідь на який знає?

811.* Щоб скласти іспит з математики, треба вивчити 25 білетів. Учень не вивчив тільки один білет. Яка ймовірність того, що він витягне саме цей білет?

812.* У класі навчаються 12 дівчаток і 17 хлопчиків. Один учень цього класу спізнився до школи. Яка ймовірність того, що це: 1) був хлопчик; 2) була дівчинка?

813.* У лотереї 20 виграшних білетів і 480 білетів без виграшу. Яка ймовірність виграти в цю лотерею, якщо купити один білет?

814.* Три грані кубика пофарбували в червоний колір, а решту — у синій. Яка ймовірність того, що при киданні кубика випаде червона грань?

815.* Дві грані кубика пофарбували в чорний колір, а решту — у білий. Яка ймовірність того, що при киданні кубика випаде: 1) чорна грань; 2) біла грань?



816.* З коробки шахів випадково випала одна фігура. Яка ймовірність того, що ця фігура:

- | | |
|------------------|-------------------------|
| 1) білий король; | 6) біла фігура; |
| 2) король; | 7) не пішак; |
| 3) кінь; | 8) не король; |
| 4) білий пішак; | 9) не білий ферзь; |
| 5) пішак; | 10) не слон і не ферзь? |

817.* У коробці було 19 карток, пронумерованих числами від 1 до 19. Із коробки навмання взяли одну картку. Яка ймовірність того, що на ній записано число:

- | | |
|---|-------------------------------|
| 1) 12; | 6) кратне 7; |
| 2) 21; | 7) просте; |
| 3) парне; | 8) двоцифрове; |
| 4) непарне; | 9) у записі якого є цифра 9; |
| 5) кратне 3; | 10) у записі якого є цифра 1; |
| 11) у записі якого немає цифри 5; | |
| 12) сума цифр якого ділиться націло на 5; | |
| 13) при діленні якого на 7 остача дорівнює 5; | |
| 14) у записі якого немає цифри 1? | |

818.* У коробці лежать 5 червоних і 3 жовтих кулі. Яка ймовірність того, що вибрана навмання куля виявиться: 1) жовтою; 2) червоною; 3) синьою?

819.* У ящику було 45 куль, з яких 17 — білі. Загубили дві небілі кулі. Яка ймовірність того, що взята навмання куля буде білою?

820.** Картки з номерами 1, 2, 3 поклали в ряд. Яка ймовірність того, що картки з непарними номерами опиняться поруч?

821." У коробці лежать 2 синіх кулі та кілька червоних. Скільки червоних куль у коробці, якщо ймовірність того, що вибрана навмання куля:

1) виявиться синьою, дорівнює $\frac{2}{5}$;

2) виявиться червоною, дорівнює $\frac{4}{5}$?

822." Кожну з граней кубика пофарбовано в один із двох кольорів — синій або жовтий. Ймовірність того, що при киданні кубика випаде синя грань, дорівнює $\frac{2}{3}$. Скільки синіх і скільки жовтих граней у кубика?

823." У коробці лежать 3 зелених і 6 синіх куль. Яку найменшу кількість куль треба виняти навмання, щоб ймовірність того, що серед винятих куль хоча б одна буде зеленого кольору, дорівнювала 1?

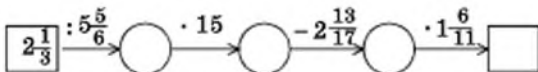


Вправи для повторення

824. Один тракторист може зорати поле за 18 год, а другий — за 12 год. Яку частину поля вони зорють, якщо перший працюватиме 5 год, а другий — 7 год?

825. Ціну товару спочатку збільшили на 50 %, а потім зменшили на 50 %. Якою стала ціна товару, якщо спочатку вона становила 16 грн?

826. Заповніть ланцюжок обчислень:



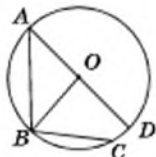


Задача від Мудрої Сови

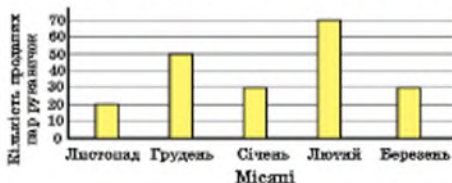
827. Футбольний м'яч щільно обтягнутий сіткою. Із кожного вузла сітки виходять 3 мотузки. Чи може в цій сітці бути 999 вузлів?

ЗАВДАННЯ № 4 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

- Знайдіть невідомий член пропорції $\frac{x}{12} = \frac{11}{30}$.
 А) 27,5 Б) 0,4 В) 2,2 Г) 4,4
- Із 12 м батисту пошили 8 блузок одного розміру й одного фасону. Скільки таких блузок можна пошити з 18 м батисту?
 А) 12 блузок Б) 16 блузок В) 10 блузок Г) 18 блузок
- Колоду розпиляли на дві колоди, довжини яких відносяться як 3 : 7. Яку частину колоди, що розпиляли, становить менша з отриманих колод?
 А) $\frac{3}{7}$ Б) $\frac{4}{7}$ В) $\frac{3}{10}$ Г) $\frac{1}{10}$
- Який відсотковий вміст солі в розчині, якщо в 400 г розчину містяться 36 г солі?
 А) 9 % Б) 10 % В) 12 % Г) 18 %
- Скільки відсотків години становлять 24 хв?
 А) 20 % Б) 30 % В) 40 % Г) 50 %
- Товар коштував 140 грн. Через деякий час його ціну збільшили на 35 грн. На скільки відсотків підвищилася ціна товару?
 А) на 10 % Б) на 15 % В) на 20 % Г) на 25 %
- Кількість яблунь, які ростуть у саду, відносяться до кількості вишень у цьому саду як 3 : 5. Укажіть число, яке може виражати загальну кількість яблунь і вишень.
 А) 25 Б) 30 В) 32 Г) 36
- На рисунку зображено коло із центром O . Скільки хорд цього кола зображено на рисунку?
 А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4
- Обчисліть довжину кола радіуса 2 см (число π округліть до сотих).
 А) 6,28 см Б) 12,56 см В) 9,42 см Г) 25,12 см



10. На діаграмі відображено обсяги продажу вовняних рукавичок протягом п'яти місяців в одній із крамниць. Скільки пар рукавичок у середньому продавали за один місяць?



- А) 30 пар Б) 40 пар В) 50 пар Г) 60 пар
11. У вазі стоять 5 білих, 4 червоних і 6 рожевих троянд. Яка ймовірність того, що навмання взята троянда буде рожевою?
- А) $\frac{2}{5}$ Б) $\frac{4}{15}$ В) $\frac{1}{3}$ Г) $\frac{3}{5}$
12. У коробці лежать 6 зелених куль і кілька синіх. Скільки синіх куль є в коробці, якщо ймовірність того, що навмання взята куля виявиться зеленою, дорівнює $\frac{3}{5}$?
- А) 10 куль Б) 8 куль В) 4 кулі Г) 2 кулі

ГОЛОВНЕ В ПАРАГРАФІ 3

Відношення

- Частку двох чисел a і b , відмінних від нуля, називають відношенням чисел a і b , або відношенням числа a до числа b .
- У відношенні числа a до числа b числа a і b називають членами відношення, число a — попереднім членом відношення, а число b — наступним.
- Відношення чисел a і b показує, у скільки разів число a більше за число b , або яку частину число a становить від числа b .

Основна властивість відношення

Відношення не зміниться, якщо його члени помножити або поділити на одне й те саме число, яке не дорівнює нулю.

Пропорція

Якщо відношення $a : b$ дорівнює відношенню $c : d$, то рівність $a : b = c : d$ називають пропорцією.

У пропорції $a : b = c : d$ (або $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$) числа a і d називають крайніми членами пропорції, а числа b і c — середніми членами пропорції.

Основна властивість пропорції

Добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів.

Відсоткове відношення двох чисел

- Відсоткове відношення двох чисел — це їхнє відношення, виражене у відсотках.
- Відсоткове відношення показує, скільки відсотків одне число становить від другого.

Правило знаходження відсоткового відношення двох чисел

Щоб знайти відсоткове відношення двох чисел, треба їхнє відношення помножити на 100 і до результату дописати знак відсотка.

Прямо пропорційні величини

Дві змінні величини називають прямо пропорційними, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї з них у кілька разів друга збільшується (зменшується) у стільки ж разів.

Властивість прямо пропорційних величин

Якщо дві змінні величини прямо пропорційні, то відношення відповідних значень цих величин дорівнює одному й тому самому, сталому для цих величин, числу.

Обернено пропорційні величини

Дві змінні величини називають обернено пропорційними, якщо при збільшенні (зменшенні) однієї із цих величин друга зменшується (збільшується) у стільки ж разів.

Властивість обернено пропорційних величин

Якщо дві змінні величини обернено пропорційні, то добуток відповідних значень цих величин дорівнює одному й тому самому для даних величин числу.

Число π

Число π — це відношення довжини кола до його діаметра.

Довжина кола

$l = 2\pi r$, де l — довжина кола, r — радіус кола.

Площа круга

$S = \pi r^2$, де S — площа круга, r — радіус круга.

Площа бічної поверхні циліндра

$S_{\text{б.п.}} = 2\pi rh$, де $S_{\text{б.п.}}$ — площа бічної поверхні циліндра, r — радіус його основи, h — висота циліндра.

Ймовірність випадкової події

Якщо експеримент закінчується одним з n рівноможливих результатів, з яких m є сприятливими для настання даної події, то ймовірність цієї події дорівнює $\frac{m}{n}$.

§ 4. РАЦІОНАЛЬНІ ЧИСЛА І ДІЇ З НИМИ

Вивчивши матеріал цього параграфу, ви дізнаєтесь, які числа називають цілими, а які — раціональними; що таке модуль числа; які прямі називають паралельними, а які — перпендикулярними.

Ви ознайомитеся з координатною прямою та координатною площиною, з новим способом розв'язування рівнянь.

Ви навчитеся порівнювати раціональні числа, виконувати арифметичні дії з раціональними числами, ознайомитеся з властивостями цих дій.



29. Додатні і від'ємні числа

Світ, що нас оточує, настільки складний і різноманітний, що для описування багатьох подій та явищ натуральних і дробових чисел не вистачає.

Розглянемо кілька прикладів.

Бізнесмен-початківець поклав на свій рахунок у банку 5000 грн. Через деякий час він зняв з рахунку ці гроші та взяв ще в кредит (у борг) 2000 грн. Яким числом тепер оцінити залишок на його рахунку в цьому банку?

Звісно, можна сказати, що бізнесмен заборгував банку 2000 грн. Однак є й інша оцінка: говорять, що на рахунку мінус 2000 грн. Пишуть: -2000 грн.

Стовпчик термометра, зображеного на рисунку 82, указує на п'яту з розташованих нижче нуля поділок. У такому разі говорять, що температура дорівнює мінус 5 градусів. Пишуть: -5°C . Також можна сказати, що термометр показує 5 градусів нижче нуля або 5 градусів морозу.

У 1998 році відбулася Перша національна українська експедиція на Еверест. Досягнувши позначки 8848 м над рівнем моря, наші альпіністи підкорили найвищу вершину Землі. Якщо колись нашим дослідникам вдасться спуститися на дно Маріанської западини, то в газетах напишуть: «Українцям підкорилося позначка $-11\,022$ м».

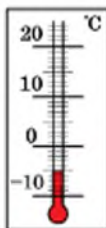


Рис. 82



Еверест — найвища вершина світу

Числа -2000 , -5 , -11022 — приклади від'ємних чисел. Як бачите, ці числа записують за допомогою знака « $-$ ».

Наведемо ще приклади від'ємних чисел: $-\frac{1}{3}$; $-2,4$; $-5\frac{2}{9}$ (читають відповідно: «мінус одна третя», «мінус дві цілих чотири десятих», «мінус п'ять цілих дві дев'ятих»).

Натуральні й дробові числа, які ви вивчали раніше, тепер будемо називати **додатними**. Так, 5 ; $\frac{1}{17}$; $8,3$ — приклади додатних чисел.

Число 0 особливе: його не відносять ні до додатних, ні до від'ємних чисел.

У тих випадках, коли може виникнути плутанина, додатне число позначають за допомогою знака « $+$ ». Наприклад, інформацію «термометр показує 1°C » можна уточнити: «термометр показує $+1^{\circ}\text{C}$ ».

Визначимо, що використовувати знак « $+$ » для позначення додатних чисел зовсім не обов'язково. Наприклад, $+12$ і 12 — це одне й те саме число, записане різними способами.

Якщо одне число додатне, а друге від'ємне, то про такі числа говорять, що вони *мають різні знаки*. А якщо обидва числа додатні або обидва від'ємні, то говорять, що вони *мають однакові знаки*.



1. За допомогою якого символу позначають від'ємні числа? додатні числа?
2. Яке число не відносять ні до додатних, ні до від'ємних чисел?
3. Про які два числа говорять, що вони мають різні знаки? однакові знаки?

Розв'язуємо усно

1. Андрій застудився, і ввечері його температура з $36,6^{\circ}$ підвищилася на $2,3^{\circ}$. Уранці температура знизилася на $1,8^{\circ}$. Якою була температура в Андрія: 1) увечері; 2) уранці?
2. Розв'яжіть рівняння:
1) $\frac{1}{3}x = 5$; 2) $3x = 5$; 3) $3x = \frac{1}{5}$; 4) $\frac{1}{3}x = \frac{1}{5}$.
3. Купили 20 кг овочів — картоплю та моркву. Картоплі купили 17 кг. Скільки відсотків маси овочів становила: 1) картопля; 2) морква?
4. На площині позначили 5 точок. Скільки можна провести відрізків, кінцями яких будуть ці точки?

Вправи

- 828.* Які із чисел 3; -6; $-2\frac{1}{3}$; 4,7; $\frac{9}{16}$; 0; -5,2; $-9\frac{3}{7}$; 10,14; $\frac{5}{8}$:
- 1) є додатними; 3) не є ні додатними, ні від'ємними?
2) є від'ємними;
- 829.* Запишіть за допомогою знаків «+» і «-» повідомлення гідрометцентру:
- 1) 18° тепла; 3) 12° нижче нуля;
2) 7° морозу; 4) 16° вище нуля.
- 830.* За допомогою додатних і від'ємних чисел запишіть висоти й глибини, наведені в таблиці:

г. Говерла (Карпати)	2061 м
Жолоб Пуерто-Ріко (Атлантичний океан)	8742 м
г. Канченджанга (Гімалаї)	8585 м
г. Ельбрус (Кавказ)	5642 м
Зондський жолоб (Індійський океан)	7729 м
Гренландське море	5527 м

831.* Запишіть 6 від'ємних дробів зі знаменником 5.

832.* Запишіть 4 від'ємних десяткових дробів з однією цифрою після коми.

833.* Запишіть покази термометрів, зображених на рисунку 83.

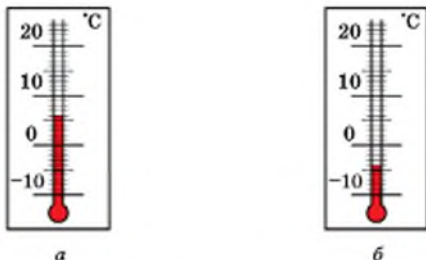


Рис. 83

834.* Яку температуру показуватиме термометр, зображений на рисунку 83, а, якщо:

- 1) його стовпчик опуститься на 8 поділок;
- 2) його стовпчик підніметься на 4 поділки;
- 3) температура підвищиться на 5°C ;
- 4) температура знизиться на 6°C ;
- 5) температура знизиться на 10°C ?

835.* Яку температуру показуватиме термометр, зображений на рисунку 83, б, якщо:

- 1) його стовпчик підніметься на 2 поділки;
- 2) його стовпчик опуститься на 3 поділки;
- 3) температура підвищиться на 6°C ;
- 4) температура знизиться на 5°C ?

836.* О 10 год термометр показував температуру -2°C . За дві години температура повітря змінилася на 5°C . Якою стала температура повітря?

837.* О 20 год термометр показував температуру -3°C . За три години температура повітря змінилася на 4°C . Якою стала температура повітря?



Вправи для повторення

838. У парку ростуть 150 кленів, дубів — на $\frac{2}{15}$ більше за кількість кленів, берези становлять $\frac{23}{34}$ кількості дубів, а липи — $\frac{20}{87}$ загальної кількості кленів, дубів і беріз. Скільки всього вказаних дерев росте в парку?

839. Знайдіть значення виразу

$$\left(1,02 : \frac{1}{50} - 7,26 : \frac{11}{70}\right) : 3\frac{1}{5} + 0,4 : 0,36.$$

Готуємося до вивчення нової теми

840. Які координати точок A, B, C, D, E на рисунку 84?

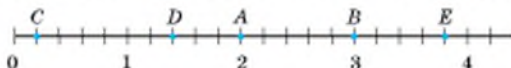


Рис. 84

841. Накресліть координатний промінь, одиничний відрізок якого дорівнює 3 см. Позначте на ньому точки $A(1)$, $B(2)$, $C\left(\frac{1}{6}\right)$, $D\left(1\frac{5}{6}\right)$, $E\left(2\frac{1}{3}\right)$, $F(1,5)$.

842. Накресліть горизонтальну пряму, позначте на ній точку O і точки M, N, K, P , які розташовані так:

- 1) точка M на 4 клітинки правіше від точки O ;
- 2) точка N на 3 клітинки лівіше від точки O ;
- 3) точка K на 7 клітинок лівіше від точки O ;
- 4) точка P на 5 клітинок правіше від точки O .



Задача від Мудрої Сови

843. Два хлопчики каталися річкою на човні. До них звернулася група туристів із проханням допомогти переправитися на другий берег. У човен вміщаються або двоє хлопчиків, або один турист. Чи зможуть хлопчики допомогти туристам?

30. Координатна пряма

У 5 класі ви навчилися зображувати на координатному промені додатні числа й нуль (рис. 85).

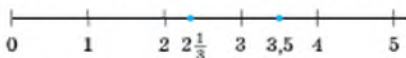


Рис. 85

Зрозуміло, що на цьому промені «бракує місця» для від'ємних чисел. Цей «недолік» координатного променя виправляє координатна пряма.

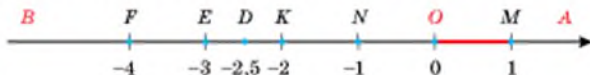


Рис. 86

Розглянемо горизонтальну пряму й позначимо на ній точку O , яку будемо називати початком відліку. Точка O зображує число 0. Вона розділяє пряму на два промені OA і OB (рис. 86). Позначимо на промені OA точку M , яка зображатиме число 1. На промені OA можна зобразити всі додатні числа.

На промені OB позначимо точку N так, що $ON = OM$. Будемо вважати, що точка N зображує число -1 . Щоб зобразити число -2 , треба на промені OB позначити точку K так, щоб $OK = 2ON$. Діючи аналогічно, можна позначити точки E і F , які зображують

відповідно числа -3 і -4 . Тепер зрозуміло, що на промені OB можна зобразити всі від'ємні числа. Наприклад, точка D зображує число $-2,5$.

Промінь OA задає додатний напрям на прямій AB , а промінь OB — від'ємний напрям. Додатний напрям указують стрілкою.

Пряму, на якій вибрано початок відліку, одиничний відрізок і напрям, називають координатною прямою.

Наприклад, на рисунку 86 зображено координатну пряму з початком відліку в точці O та одиничним відрізком OM . Точка N зображує число -1 , яке називають координатою точки N і записують: $N(-1)$. Аналогічно записують: $O(0)$, $M(1)$, $K(-2)$, $D(-2,5)$, $E(-3)$, $F(-4)$.

Часто замість слів «позначимо точку з координатою, що дорівнює...» коротко говорять «позначимо число...».

Усі додатні числа та нуль називають **невід'ємними числами**.

Усі від'ємні числа та нуль називають **недодатними числами**.



1. Яку пряму називають координатною?
2. Які два напрями існують на координатній прямій?
3. Які числа називають невід'ємними?
4. Які числа називають недодатними?

Розв'язуємо усно

1. Виконайте дії:

- | | | |
|--------------------|-----------------------------------|--|
| 1) $0,18 : 0,06$; | 4) $1,8 : 0,6$; | 7) $\frac{5}{7} \cdot \frac{14}{25}$; |
| 2) $0,18 : 0,6$; | 5) $\frac{3}{11} + \frac{3}{4}$; | 8) $\frac{9}{16} : \frac{3}{8}$. |
| 3) $1,8 : 0,06$; | 6) $\frac{9}{16} - \frac{3}{8}$; | |

2. За 3 год турист пройшов 9,6 км. Скільки кілометрів він пройде з тією самою швидкістю: 1) за 1,5 год; 2) за 6 год?
3. На скільки відсотків збільшиться площа квадрата, якщо кожную з його сторін збільшити у 2 рази?
4. На скільки відсотків зменшиться площа квадрата, якщо кожную з його сторін зменшити у 2 рази?

Вправи

- 844.* Запишіть координати точок A, B, C, D, E, F, M, K , зображених на рисунку 87.

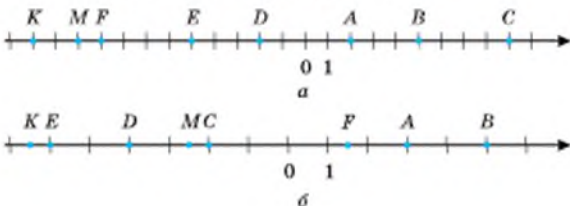


Рис. 87

- 845.* Запишіть координати точок A, B, C, D, E, F, M, K , зображених на рисунку 88.

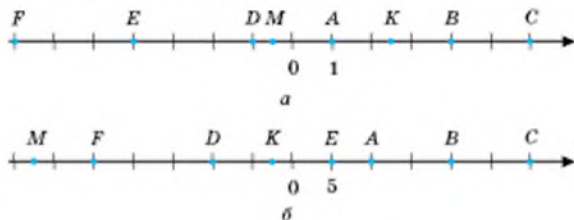




Рис. 88

- 846.* Накресліть координатну пряму й позначте на ній числа: 0; 1; 4; -3; 6; -2; -5; 2,5; -4,5.
- 847.* Накресліть координатну пряму й позначте на ній числа: 0; 1; -2; 7; 5; -4; -2,5; -5,5; -6.

 **848.*** Накресліть координатну пряму, узявши за одиничний такий відрізок, довжина якого в 6 разів більша за сторону клітинки зошита. Позначте точки $A(1)$, $B(-1)$, $C(-0,5)$, $D\left(\frac{2}{3}\right)$, $E\left(-1\frac{1}{6}\right)$, $F\left(2\frac{1}{3}\right)$, $M\left(-1\frac{2}{3}\right)$, $P\left(-2\frac{1}{6}\right)$, $R\left(-\frac{1}{3}\right)$.


 **849.*** Накресліть координатну пряму, узявши за одиничний такий відрізок, довжина якого в 4 рази більша за сторону клітинки зошита. Позначте точки $A(2)$, $B\left(\frac{1}{2}\right)$, $C\left(1\frac{1}{4}\right)$, $D(-2)$, $E\left(-\frac{1}{4}\right)$, $F(-1,75)$, $Q\left(-2\frac{1}{8}\right)$, $S(0,25)$, $T(-1,5)$, $N(1,25)$.


850.* Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 1 см. Чому дорівнює відстань між точками:

- 1) $A(2)$ і $B(6)$; 3) $M(-4)$ і $N(2)$?
2) $C(-3)$ і $D(-1)$;


851.* Довжина одиничного відрізка координатної прямої дорівнює 5 мм. Чому дорівнює відстань між точками:

- 1) $C(-5)$ і $O(0)$; 3) $D(-2)$ і $E(2)$?
2) $A(-10)$ і $B(-3)$;


 **852.*** Накресліть координатну пряму й позначте на ній точки $A(-1)$ і $B(5)$. Знайдіть на прямій точку, яка є серединою відрізка AB , і визначте її координату.

 **853.*** Накресліть координатну пряму й позначте на ній точки $M(-6)$ і $C(-2)$. Знайдіть на прямій точку N таку, що точка C є серединою відрізка MN , і визначте координату точки N .

854.* Накресліть координатну пряму й позначте на ній точки $K (-1)$ і $F (5)$. Знайдіть на прямій точку E таку, що точка K є серединою відрізка EF , і визначте координату точки E .

 **855.*** Накресліть координатну пряму, позначте на ній точку $B (-4)$. Позначте на цій прямій точку, віддалену від точки B :

- 1) у додатному напрямі на 8 одиниць;
- 2) у від'ємному напрямі на 3 одиниці;
- 3) на 6 одиниць.

 **856.*** Накресліть координатну пряму, позначте на ній точку $K (2)$. Позначте на цій прямій точку, віддалену від точки K :

- 1) у від'ємному напрямі на 2 одиниці;
- 2) у додатному напрямі на 4 одиниці;
- 3) на 7 одиниць.

857.* Запишіть будь-які три числа, що лежать на координатній прямій:

- 1) ліворуч від числа 2;
- 2) праворуч від числа 3,6;
- 3) ліворуч від числа -100 ;
- 4) праворуч від числа -25 .

858.* Запишіть будь-які чотири числа, що лежать на координатній прямій між числами -1 і 0 .

859.* Запишіть будь-які два числа, що лежать на координатній прямій:

- 1) ліворуч від числа -240 ;
- 2) праворуч від числа $-0,5$;
- 3) між числами -9 і -8 ;
- 4) між числами $-0,1$ і $0,1$.

860.* Запишіть числа, віддалені на 7 одиниць від числа:

- 1) 80; 2) 4; 3) 0; 4) -3 ; 5) -12 ; 6) -7 .

861.* На координатній прямій позначили числа -8 і 12 (рис. 89). Яка з точок A, B, C, D є початком відрітку?

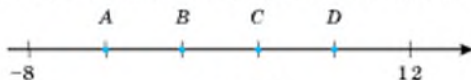


Рис. 89

862.* Знайдіть координату точки C на рисунку 90.

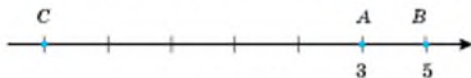


Рис. 90

863.* На координатній прямій позначили точки A (2) і B (8). Яку координату повинна мати точка M , щоб відрізок BM був у 2 рази довшим за відрізок AM ? Скільки розв'язків має задача?



Вправи для повторення

864. Накресліть два кола, радіуси яких дорівнюють 2 см, так, щоб вони: 1) мали дві спільні точки; 2) мали одну спільну точку; 3) не мали спільних точок.

865. Від деякого числа відняли $\frac{5}{17}$ цього числа й отримали 480. Знайдіть це число.

866. Усі учні 6 класу займаються або в секції з тенісу, або в секції з плавання. Деякі з них займаються і тенісом, і плаванням: $\frac{1}{6}$ тенісистів займаються плаванням, а $\frac{1}{5}$ плавців — тенісом. Кого в класі більше — тенісистів чи плавців?

867. Число 50 збільшили на 500 %. У скільки разів отримане число більше за 50?



Задача від Мудрої Сови

868. На столі стоять 7 склянок — усі догори дном. За один хід дозволяється перевернути будь-які 4 склянки. Чи можна за кілька ходів домогтися того, щоб усі склянки стояли правильно?

31. Цілі числа. Раціональні числа

На рисунку 91 точки M і N зображують числа 4 і -4 відповідно. Ці точки лежать по різні боки, але на однаковій відстані від початку відліку.

Така сама властивість притаманна кожному двом точкам, які зображують пари чисел $-\frac{1}{3}$ і $\frac{1}{3}$;

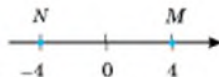


Рис. 91

$-2,6$ і $2,6$; -100 і 100 .

Числа -4 і 4 ; $-\frac{1}{3}$ і $\frac{1}{3}$; $-2,6$ і $2,6$; -100 і 100 називають **протилежними**.

Також можна говорити, що, наприклад, число -4 протилежне числу 4 , а число 4 протилежне числу -4 .

Число 0 вважають протилежним самому собі.

Вираз $-a$ означає, що записано число, протилежне числу a .

Приписавши знак « $-$ », наприклад, перед додатним числом 12 , отримуємо протилежне йому число -12 . Так само за допомогою знака « $-$ » з від'ємного числа -12 можна отримати протилежне йому число 12 , тобто $-(-12) = 12$.

Аналогічно, наприклад, $-(-2,7) = 2,7$; $-\left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{4}$.

Узагалі,

$$-(-a) = a$$

Підкреслимо, що при записі виразу $-(-a)$ використання дужок є обов'язковим. Запис $-a$ не застосовують.

Кожному натуральному числу відповідає єдине протилежне йому число:

$$\begin{array}{ccccccccccc} 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & \dots, & 100, & \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \\ -1, & -2, & -3, & -4, & -5, & \dots, & -100, & \dots \end{array}$$

Усі натуральні числа, протилежні їм числа та число 0 називають цілими числами.

Наприклад, -77 ; 0 ; 12 — цілі числа, а $\frac{1}{3}$; $2,6$; $-\frac{18}{5}$ не є цілими, їх називають дробовими числами.

Натуральні числа ще називають цілими додатними числами. Числа -1 ; -2 ; -3 ; ... називають цілими від'ємними числами.

Отже, об'єднавши натуральні числа із цілими від'ємними числами та нулем, отримуємо цілі числа:



Об'єднавши цілі числа з дробовими, отримаємо раціональні числа:



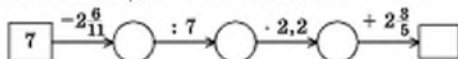
Наприклад, 1 ; 2 ; -10 ; $\frac{1}{2}$; 0 ; $-2,9$; $-\frac{3}{2}$; $5, (34)$ — раціональні числа.

Існують і числа, які не є раціональними. До таких чисел належить, наприклад, число π . З такими числами ви ознайомитесь у 8 класі.

1. Якщо число додатне, то додатним чи від'ємним є протилежне йому число?
2. Якщо число від'ємне, то додатним чи від'ємним є протилежне йому число?
3. Яке число є протилежним самому собі?
4. Які числа називають цілими?
5. Як інакше називають цілі додатні числа?
6. Чи кожне натуральне число є цілим?
7. Чи правильно, що коли число раціональне, то воно є цілим?
8. Чи кожне ціле число є раціональним?
9. Чи можна стверджувати, що коли раціональне число не є натуральним, то воно дробове?
10. Чи можна стверджувати, що коли раціональне число не є дробовим, то воно ціле?

Розв'яжемо усно

1. Укажіть, яке з даних чисел розміщене на координатній прямій ближче до числа 0:
1) 5 або 10; 3) 5 або -10; 5) -5 або 5;
2) -5 або 10; 4) -5 або -10; 6) -2 або -6.
2. Назвіть два числа, рівновіддалені на координатній прямій від числа 0. Назвіть ще 4 пари таких чисел.
3. Заповніть ланцюжок обчислень:



Вправи

869. Назвіть число, протилежне числу:
- 1) 6; 2) -7; 3) 0,9; 4) 0; 5) 7,2; 6) -23; 7) -13,4.

1) $x=7,9$; 2) $x=-0,15$; 3) $x=-10$; 4) $x=49$.

875.* Розв'яжіть рівняння:

$$1) -y = 11; 2) -y = -31; 3) -y = 0; 4) -y = -\left|-\frac{1}{3}\right|.$$

876.* Заповніть таблицю:

a	4	-5				-210			$\frac{1}{2}$	
$-a$			-2,1	72	-10		0,8	-0,01		$\frac{1}{7}$

877.* Запишіть усі цілі додатні числа, які менші від $5\frac{3}{7}$, і числа, які їм протилежні. Позначте всі ці числа на координатній прямій.

878.* Запишіть 6 цілих чисел, які не є натуральними.

879.* Запишіть цілі числа, розташовані на координатній прямій між числами:

$$1) 4 \text{ і } 9; \quad 3) -8,2 \text{ і } 0; \quad 5) -1,9 \text{ і } 2,1;$$

$$2) -4 \text{ і } 2; \quad 4) -3 \text{ і } 3; \quad 6) -\frac{8}{9} \text{ і } \frac{9}{8}.$$

880.* Скільки цілих чисел розташовано на координатній прямій між числами:

$$1) -22 \text{ і } 43; \quad 2) -54 \text{ і } 16?$$

881.* Додатним чи від'ємним є число a , якщо число $-a$ є:

$$1) \text{ додатним}; \quad 2) \text{ від'ємним}; \quad 3) \text{ нулем?}$$

882.* Чи може число a дорівнювати числу $-a$?

883.* Яке із чисел, a чи $-a$, розташоване праворуч від нуля на координатній прямій?



884.* Укажіть які-небудь три значення a , для яких між числами $-a$ і a на координатній прямій розташоване тільки одне ціле число.

885.* Чи існує таке значення a , при якому між числами $-a$ і a на координатній прямій розташована тисяча цілих чисел?



Вправи для повторення

886. Батько і син можуть разом пофарбувати паркан за 6 год. За скільки годин батько може сам пофарбувати паркан, якщо синові для цього потрібно 24 год?
887. На базі була 1 т апельсинів і мандаринів. Апельсини становили 99 % маси цих фруктів. Скільки кілограмів апельсинів вивезли з бази, якщо їх залишилося 98 % від залишку фруктів?
888. Знайдіть значення виразу:

$$1) \frac{5\frac{1}{7} \cdot 3\frac{3}{5} : 3\frac{3}{5}}{12\frac{1}{4} : 1\frac{3}{4}};$$

$$2) \frac{2\frac{2}{7} \cdot 2,4 \cdot 1\frac{5}{9} \cdot 1\frac{9}{16}}{3\frac{1}{3} \cdot 1,125 \cdot 1\frac{5}{7} \cdot 1\frac{7}{9}}.$$

889. Позначили три точки, які не лежать на одній прямій. Скільки існує ламаних з вершинами в цих точках?



Задача від Мудрої Сови

890. Для Дмитрика, який захворів, лікар залишив шість зовні однакових пігулок — по дві кожного з трьох видів ліків. Дмитрику треба прийняти три пігулки вранці (по одній кожного виду) та три ввечері. Проте Дмитрик переплутав усі пігулки. Чи зможе він виконати призначення лікаря?



Коли зроблено уроки

«Нерозумні» числа

Розглянемо словосполучення: стадо баранів, букет квітів, колекція моделей автомобілів, косяк риб, зграя

птахів, рій бджіл, зібрання картин, набір ручок, компанія друзів.

Якщо в цих словосполученнях перемішати слова, то може вийти смішно, наприклад: букет баранів, косяк картин, колекція друзів. Так ніхто не говорить. Водночас такі словосполучення, як колекція риб, колекція птахів, колекція картин, колекція ручок тощо достатньо прийнятні. Річ у тім, що слово «колекція» досить універсальне. Однак у математиці є всеосяжне слово, яким можна замінити будь-яке з перших слів у наведених парах. Це слово — **множина**.



Множина складається з елементів. Наприклад, ти є елементом множини учнів твого класу; трикутник — елемент множини многокутників; число 2 — елемент множини парних чисел.

Якщо a — елемент множини A , то пишуть: $a \in A$ (читають: « a належить множині A »). Якщо елемент b множині A не належить, то пишуть: $b \notin A$ (читають: « b не належить множині A »).

Нехай M — множина натуральних дільників числа 6. Це записують так: $M = \{1, 2, 3, 6\}$. Тоді, наприклад, $2 \in M$, $5 \notin M$.

Множини бувають скінченні і нескінченні. Наприклад, множина парт у класі, множина дільників числа 6, множина піщинок у пустелі Сахара — скінченні множини; множина прямокутників, множина простих чисел — нескінченні множини.

Якщо елементами множини є тільки числа, то її називають **числовою**.

Наведемо приклади числових множин.

- Множина натуральних чисел. Позначають буквою \mathbb{N} .
- Множина цілих чисел. Позначають буквою \mathbb{Z} .
- Множина раціональних чисел. Позначають буквою \mathbb{Q} .

Зверніть увагу: усі елементи множини N є елементами множини Z . У таких випадках кажуть, що множина N є підмножиною множини Z . Записують: $N \subset Z$ (читають: « N — підмножина Z »).

Зрозуміло, що $Z \subset Q$. Узагалі, можна записати такий ланцюжок: $N \subset Z \subset Q$. Наочно це показано на рисунку 92.

У повсякденному житті слово «множина» часто вважають синонімом слова «багато». Математики із цим категорично не згодні. Множини можуть містити і «небагато» елементів — один або два. Іноді доводиться розглядати множину, яка не містить жодного елемента. Її називають порожньою множиною і позначають \emptyset . Наприклад, множина твоїх однокласників, які побували на Місяці, — поки що порожня множина.

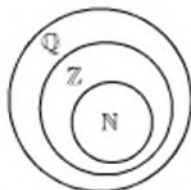


Рис. 92

Можливо, у вас виникне запитання: чи можна продовжити ланцюжок $N \subset Z \subset Q$? Інакше кажучи, чи всі існуючі числа є елементами множини Q , тобто є раціональними?

Кожне раціональне число — це або скінченний десятковий дріб, або нескінченний періодичний десятковий дріб. Тому, якби нам удалось побудувати нескінченний неперіодичний десятковий дріб, то він слугував би прикладом нерационального числа.

Ось приклад одного з таких дробів:

0,1010010001000010000010000001...

Цей дріб побудовано так, що фрагменти, які складаються з одних нулів, увесь час збільшуються. Тому його не можна розбити на блоки цифр (періоди), що повторюються.

Ми навели приклад числа, яке не є раціональним. Це число належить до множини **ірраціональних чисел**. Слово *irrationalis* у перекладі з латинської мови означає «нерозумний».

У XVIII ст. було доведено, що відоме вам число π також ірраціональне.

Якщо об'єднаємо множину раціональних чисел із множиною ірраціональних, то отримаємо нову множину — **множину дійсних чисел**, яку позначають буквою \mathbb{R} . Таким чином: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

А чи можна продовжити й цей ланцюжок? Відповідь на це запитання ви отримаєте в 11 класі.

32. Модуль числа

Про точку A координатної прямої відомо, що вона віддалена від початку відліку на 7 одиничних відрізків. Яке число зображує точка A ?

Відповісти на це запитання однозначно не можна. Адже така властивість притаманна одразу двом точкам (рис. 93): $A_1(7)$ і $A_2(-7)$.

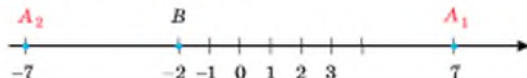


Рис. 93

Говорять, що точки $A_1(7)$ і $A_2(-7)$ віддалені від початку відліку на 7 одиничних відрізків, а числа 7 і -7 мають однакові модулі, що дорівнюють 7.

Модулем числа називають відстань від початку відліку до точки, яка зображує це число на координатній прямій.

Оскільки модуль числа — це відстань між двома точками координатної прямої, то можна зробити такий висновок: **модуль числа набуває тільки невід'ємних значень.**

Модуль числа a позначають так: $|a|$ (читають: «модуль a »).

Можна записати: $|7| = 7$, $|-7| = 7$.

З рисунка 93 видно, що, наприклад, $|-2| = 2$. Дійсно, точка B (-2) віддалена на два одиничних відрізки від початку відліку.

Якщо на координатній прямій позначено точки B (b) і C (c), то можна записати: $|b| = OB$, $|c| = OC$ (рис. 94).

Вважають, що $|0| = 0$, оскільки точка O (0) віддалена від точки O на 0 одиничних відрізків.

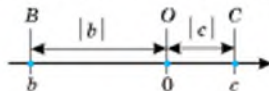


Рис. 94

Наведемо ще кілька прикладів:

$$|3| = 3; \quad |4,5| = 4,5; \quad \left|\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3}; \quad \left|5\frac{3}{7}\right| = 5\frac{3}{7};$$

$$|-3| = 3; \quad |-4,5| = 4,5; \quad \left|-\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3}; \quad \left|-5\frac{3}{7}\right| = 5\frac{3}{7}.$$

Розглянуті приклади ілюструють таку властивість: *модуль невід'ємного числа дорівнює цьому числу; модуль від'ємного числа дорівнює числу, яке протилежне даному:*

$$\begin{cases} |a| = a, \text{ якщо } a \text{ — невід'ємне число;} \\ |a| = -a, \text{ якщо } a \text{ — від'ємне число} \end{cases}$$

Оскільки точки, що зображують протилежні числа, рівновіддалені від початку відліку, то можна зробити такий висновок: *модулі протилежних чисел рівні:*

$$|a| = |-a|$$

ПРИКЛАД За допомогою рисунка 94 знайдіть модулі чисел c і b .

Розв'язання. Оскільки з рисунка видно, що число c — додатне, а число b — від'ємне, то $|c| = c$; $|b| = -b$. ◀



1. Що називають модулем числа?
2. Яких значень може набувати модуль числа?
3. Чому дорівнює модуль числа 0?
4. Чому дорівнює модуль невід'ємного числа?
5. Чому дорівнює модуль від'ємного числа?
6. Що можна сказати про модулі протилежних чисел?

Розв'язуємо усно

1. Назвіть число, яке дорівнює числу:
1) $-(-1)$; 2) $-(-(-2))$; 3) $-(-(-(-3)))$.
2. Скільки точок із цілими координатами розташовано на координатній прямій між точками $A(-5)$ і $B(3)$?
3. Маса двох однакових апельсинів та одного лимона дорівнює 400 г, а маса таких самих двох апельсинів і трьох лимонів — 600 г. Якою є маса одного апельсина та якою — одного лимона?

Вправи

891.* Знайдіть модуль числа: 2; -3; 4,3; 12,6; $-17\frac{1}{7}$;

-36; 0; $5\frac{11}{16}$; -129. Запишіть відповідні рівності.

892.* Знайдіть значення виразу:

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1) $ 5,1 + -9,9 $; | 3) $ -9,6 : 32 $; |
| 2) $ \frac{7}{9} - \frac{4}{15} $; | 4) $ \frac{8}{9} \cdot \frac{27}{32} $. |

893.* Знайдіть значення виразу:

1) $|-3,5| - |2,6|$; 3) $|-2,1| \cdot |-3,7|$;

2) $\left| \frac{20}{21} + \left| -\frac{5}{7} \right| \right|$; 4) $\left| -\frac{1}{16} \right| : \left| -1\frac{1}{4} \right|$.

894.* Обчисліть значення виразу $|a| : |b|$, якщо:

1) $a = -5\frac{1}{3}$, $b = 1\frac{5}{9}$; 2) $a = 1,38$, $b = -0,4$.

895.* Знайдіть значення виразу $|a| - |b|$, якщо:

1) $a = -0,14$, $b = 0,1$; 2) $a = -2\frac{11}{12}$, $b = -1\frac{17}{18}$.

896.* Укажіть додатне число, модуль якого дорівнює:


1) 14; 2) 4,6.

897.* Укажіть від'ємне число, модуль якого дорівнює:

1) 16; 2) 0,8.

898.* Розв'яжіть рівняння:

1) $|x| = 12$; 2) $|x| = -8$; 3) $|x| = 0$; 4) $|-x| = 2,4$.

 **899.*** Позначте на координатній прямій числа, модуль яких дорівнює:

1) 5; 2) 7; 3) 2,5; 4) 0; 5) 3,5; 6) 4.

900.* Розв'яжіть рівняння:


1) $|x| = 3,7$; 2) $|x| = -7,4$; 3) $|x| = 0,1$.

901.* Розташуйте числа $-2,2$; $8,6$; $0,9$; $-6,8$; $-17,6$; 0 у порядку спадання їхніх модулів.


902.* Розташуйте числа $-9,4$; 3 ; $4,7$; $-2,8$; $0,4$; $-10,5$ у порядку зростання їхніх модулів.

903.* Запишіть усі цілі числа, модулі яких менші від 3,6.

904.* Запишіть три додатних і три від'ємних цілих числа, модулі яких більші за 9,2.

 **905.*** Позначте на координатній прямій цілі значення x , при яких є правильною нерівність:

1) $|x| < 4$; 2) $1,2 < |x| < 5$.

 **906.*** Позначте на координатній прямій цілі значення x , при яких є правильною нерівність:

- 1) $|x| < 6,1$; 2) $3,4 < |x| < 5,2$.

907.* Для якого числа одночасно виконуються рівності $|a| = a$ і $|a| = -a$?

908.* Чи існує таке число a , що:

- 1) $|a| = -|a|$; 2) $|-a| = -|a|$?

909.** Чи правильне твердження:

- 1) якщо $a = b$, то $|a| = |b|$;
- 2) якщо $|a| = |b|$, то $a = b$;
- 3) якщо $a = -b$, то $|a| = |b|$;
- 4) якщо $a = b$, то $|a| = b$;
- 5) якщо $|a| = |b|$, то $a = b$ або $a = -b$;
- 6) якщо a — ціле число, то $|a|$ — натуральне число?



Вправи для повторення

910. За 1 год надрукували $\frac{5}{8}$ рукопису. За скільки годин надрукують увесь рукопис?

911. Знайдіть відстань між двома містами, якщо $\frac{4}{9}$ цієї відстані на 20 км менші, ніж уся відстань.

912. Обчисліть значення виразу

$$0,9 \cdot \left(1\frac{5}{9} - \frac{4}{9} : \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{8} : 3 \right) \right).$$

Готуємося до вивчення нової теми

913. Порівняйте числа:

- | | | |
|---------------------------------------|------------------------------------|------------------|
| 1) $\frac{6}{7}$ і $\frac{17}{21}$; | 3) $\frac{5}{9}$ і $\frac{4}{7}$; | 5) 0,02 і 0,019; |
| 2) $\frac{7}{12}$ і $\frac{11}{15}$; | 4) 3,4 і 3,38; | 6) 0,001 і 0. |

914. Розташуйте в порядку зростання числа: $5\frac{5}{8}$; $5\frac{3}{5}$;
 $5,7$; $4\frac{1}{2}$; $6,1$; $4\frac{9}{16}$.



Задача від Мудрої Сови

915. У деякому весняному місяці понеділків більше, ніж вівторків, а неділь більше, ніж субот. Який день тижня був 7-го числа цього місяця? Який це місяць?

33. Порівняння чисел

Ви знаєте, що коли на координатному промені точка A (a) розташована правіше від точки B (b), то $a > b$. Цю саму властивість має й координатна пряма.

Більшим із двох чисел є число, розташоване на координатній прямій правіше.

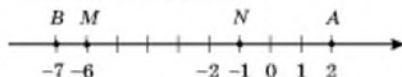


Рис. 95

Наприклад, на рисунку 95 точка A (2) розташована правіше, ніж точка B (-7). Тому $2 > -7$. Цю нерівність можна проілюструвати за допомогою такого прикладу: якщо вночі температура повітря була -7°C , а вдень стала 2°C , то ми говоримо, що температура підвищилася, тобто збільшилася.

На координатній прямій будь-яке від'ємне число розташоване лівіше від будь-якого додатного числа.

Тому будь-яке від'ємне число менше від будь-якого додатного числа.

На рисунку 95 точка M (-6) лежить лівіше від точки N (-1), тому $-6 < -1$. Зауважимо, що $|-6| > |-1|$.

Цей приклад ілюструє таке.

Із двох від'ємних чисел меншим є те, модуль якого більший.

На координатній прямій число 0 розташоване лівіше від будь-якого додатного числа та правіше від будь-якого від'ємного числа.

Тому будь-яке від'ємне число менше від нуля, будь-яке додатне число більше за нуль.

Якщо a — додатне число, то це можна записати у вигляді нерівності: $a > 0$.

Якщо a — від'ємне число, то пишуть: $a < 0$.

Якщо a — невід'ємне число, то пишуть: $a \geq 0$ (читають: « a більше або дорівнює нулю»).

Якщо a — недодатне число, то пишуть: $a \leq 0$ (читають: « a менше або дорівнює нулю»).

Ці позначення дозволяють властивість модуля числа a записати так:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0; \\ -a, & \text{якщо } a < 0. \end{cases}$$



1. Як, користуючись розташуванням чисел на координатній прямій, можна їх порівнювати?
2. Як можна порівняти два від'ємних числа, порівнюючи їхні модулі?
3. Яке з двох чисел більше: додатне чи від'ємне; від'ємне чи нуль; додатне чи нуль?

Розв'язуємо усно

1. Яке з двох чисел розташоване на координатній прямій лівіше:
 - 1) -8 або -15 ;
 - 2) -10 або 6 ;
 - 3) $9,5$ або -7 ;
 - 4) $-3,2$ або -2 ?
2. Обчисліть значення виразу:
 - 1) $|1,9| + |-11|$;
 - 2) $|-20| - |-12,4|$;
 - 3) $|0,7| \cdot |-0,8|$;
 - 4) $|-4,16| : |8|$.

3. Порівняйте модулі чисел:
1) -4 і 6; 3) 3,8 і 4,6;
2) -5 і -12; 4) -2,4 і 5,1.
4. При яких цілих значеннях a є правильною нерівність $|a| < 5,3$?

Вправи

- 916.** Порівняйте числа:

1) 135 i -136; 3) -3,4 i -3,8; 5) $-\frac{7}{13}$ i $-\frac{7}{16}$.

2) -74 ± 0 ; 4) $-0,2 \pm -0,2001$;


- 917.*** Порівняйте числа:

1) $-58 \text{ i } 43$; 3) $-92 \text{ i } -89$; 5) $-\frac{5}{7} \text{ i } -\frac{9}{14}$.

2) 0 i -35; 4) -1,1 i -1,099;

- 918.** Розташуйте в порядку спадання числа: $-10,9$; 7 ; $-4,8$; 0 ; $-4,9$; $8,9$; $9,5$.

- 919.** Розташуйте в порядку зростання числа: -6 ; $5,3$; $0,5$; $-5,9$; 0 ; -11 ; $4,5$.

-  **920.*** Розташуйте в таблиці вказані речовини в порядку зростання їхніх температур кипіння.

Речовина	Темпе- ратура, °C	Речовина	Темпе- ратура, °C
Азотна кислота	83,3	Залізо	2750
Алюміній	2464	Йод	183
Аргон	-185,7	Мідь	2567
Гелій-4	-268,9	Повітря	-192

- 921.*** Запишіть у вигляді нерівності твердження:

- 1) 9 — додатне число;
- 2) -20 — від'ємне число:

3) -6 — недодатне число;

4) m — від'ємне число;

5) n — невід'ємне число;

6) c — додатне число.

922.* Знайдіть усі цілі значення x , при яких є правильною нерівність:

1) $-5,3 \leq x \leq 2,5$;

3) $-43 < x \leq -38$;

2) $-3,6 < x < 4,9$;

4) $-274,6 < x < -270,8$.

923.* Знайдіть усі цілі значення x , при яких є правильною нерівність:

1) $-5,6 \leq x \leq 2$;

2) $-0,61 \leq x < 4$;

3) $|x| \leq 0$.

924.* Знайдіть найменше ціле число, при якому є правильною нерівність:

1) $-9 < x < 3$;

2) $x \geq -10$;

3) $x \geq -2,6$.

925.* Знайдіть найбільше ціле число, при якому є правильною нерівність:

1) $-5 < x \leq 5,6$;

2) $x < -13$;

3) $x \leq -64,3$.

926.* Між якими сусідніми цілими числами розташоване на координатній прямій число: 1) $5\frac{9}{17}$; 2) $-8,4$; 3) $0,45$; 4) $-0,17$? Відповідь запишіть у вигляді подвійної нерівності.

927.* Запишіть три послідовних цілих числа, менше з яких дорівнює: 1) 3 ; 2) -4 ; 3) -2 .

928.* Запишіть чотири послідовних цілих числа, більше з яких дорівнює: 1) -8 ; 2) 0 ; 3) 3 .

929.* Чи може число бути меншим від 5 , а його модуль — більшим за 5 ?

930.* Яку цифру можна поставити замість зірочки, щоб утворилася правильна нерівність (розгляньте всі можливі випадки):

1) $-5,03 < -5,*1$;

3) $-9,3*6 > -9,332$;

2) $-0,9*72 < -0,9872$;

4) $-2*,09 < -27,1?$

931.* Яку цифру можна поставити замість зірочки, щоб утворилася правильна нерівність (розгляньте всі можливі випадки):

1) $-6,4*6 > -6,415$; 2) $-32,1* < -32,17?$

932.* На координатній прямій позначили числа a , b , m і n (рис. 96).

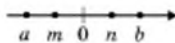


Рис. 96

Порівняйте:

- 1) b і n ; 5) m і n ; 9) $-a$ і m ;
 2) m і a ; 6) b і a ; 10) $-b$ і n .
 3) 0 і n ; 7) $-b$ і 0 ;
 4) a і 0 ; 8) 0 і $-a$;

933.* На якому з рисунків 97, a і b зображено числа a і b такі, що:

- 1) число a — від'ємне, число b — додатне;
 2) числа a і b — додатні, $|a| > |b|$;
 3) числа a і b — від'ємні, $|a| < |b|$?

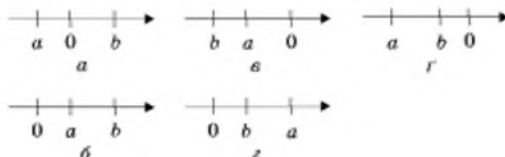


Рис. 97

934.* Чи правильне твердження:

- 1) якщо $a > 3$, то a — додатне число;
 2) якщо $b < 1$, то b — від'ємне число;
 3) якщо $c > -1$, то c — додатне число;
 4) якщо $d < -2$, то d — від'ємне число?

935.** Знайдіть усі цілі значення x , при яких є правильними одночасно обидві подвійні нерівності:

- 1) $-7 < x < 3$ і $-5 \leq x \leq 9$;
 2) $-3,8 \leq x \leq 4$ і $-2,6 < x < 6,3$.

936." Порівняйте числа $-a$ і b , якщо:

- 1) числа a і b — додатні;
- 2) числа a і b — від'ємні.

937." У записах чисел стерли кілька цифр і замість них поставили зірочки. Порівняйте ці числа:

- 1) $-4,2**$ і $-4,6**$; 3) 0 і $-,**$.
- 2) $-0,628$ і $-0,627**$;

938." У записах чисел стерли кілька цифр і замість них поставили зірочки. Порівняйте ці числа:

- 1) $-98*$ і $-1***$; 3) $-98,**$ і $-,**$.
- 2) $-,***$ і $-,**$;

939." Знайдіть два числа, кожне з яких більше за $-\frac{5}{11}$, але менше від $-\frac{4}{11}$.

940." Знайдіть два числа, кожне з яких більше за $-\frac{7}{17}$, але менше від $-\frac{6}{17}$.

941." Чи правильне твердження:

- 1) якщо $|a| > |b|$, то $a > b$; 3) якщо $|a| < |b|$, то $a < b$;
- 2) якщо $|a| > b$, то $a > b$; 4) якщо $a < b$, то $|a| < b$?

942." Порівняйте: 1) a і $-a$; 2) $|a|$ і a ; 3) $|a|$ і $-a$.

943." За допомогою запису $[a]$ позначають найбільше ціле число, яке не більше за a . Наприклад, $[3,2] = 3$. Знайдіть:

- 1) $[0,3]$; 2) $[4]$; 3) $[-3,2]$; 4) $[-0,2]$.



Вправи для повторення

944. Використовуючи сторону рівностороннього трикутника як діаметр, побудували півколо (рис. 98). Чому дорівнює довжина червоної лінії, якщо сторона трикутника дорівнює 6 см?

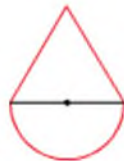


Рис. 98

945. Середній зріст десяти баскетболістів дорівнює 200 см, а середній зріст шести з них становить 190 см. Чому дорівнює середній зріст решти чотирьох баскетболістів?

946. Знайдіть значення виразу

$$\left(2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2}{7} + 3\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{3}\right)\right) : 0,7.$$

Готуємося до вивчення нової теми

947. Яке число має бути записане на координатній прямій у тому місці, куди вказує стрілка (рис. 99)?

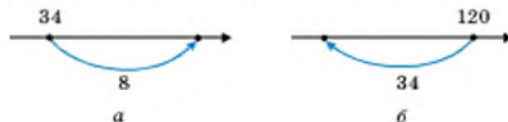


Рис. 99

948. Яке число має бути записане на координатній прямій у тому місці, де бере початок стрілка (рис. 100)?

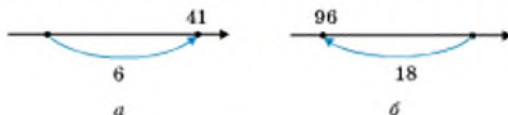


Рис. 100



Задача від Мудрої Сови

949. Є кілька колод завдовжки 4 м і 5 м, загальна довжина яких дорівнює 45 м. Яку найбільшу кількість розпилів потрібно зробити, щоб розпиляти всі колоди на чурбаки завдовжки 1 м? (Кожним розпилом розрізається тільки одна колода.)

34. Додавання раціональних чисел

Де опиниться мандрівник, який перебуває в точці з координатою 2, якщо він переміститься на 5 одиничних відрізків праворуч? Звісно, у точці з координатою 7 (рис. 101). Адже $2+5=7$.

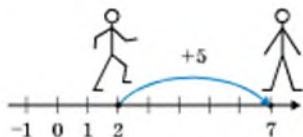


Рис. 101

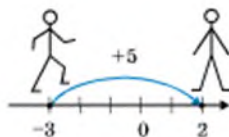


Рис. 102

Так само зрозуміло, що, перемістившись від точки з координатою -3 в тому самому напрямі на 5 одиничних відрізків, він потрапить у точку з координатою 2 (рис. 102). Тут ми за допомогою координатної прямої знайшли суму чисел -3 і 5 , тобто $-3+5=2$.

Правильність записаної рівності підтверджують і такі спостереження.

Якщо температура повітря дорівнювала -3°C і підвищилася на 5°C , то термометр покаже $+2^{\circ}\text{C}$ (рис. 103).

За допомогою координатної прямої знайдемо ще кілька сум раціональних чисел:

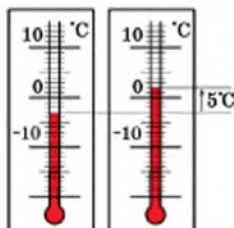
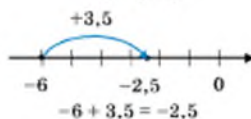
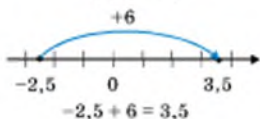
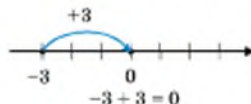
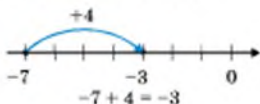


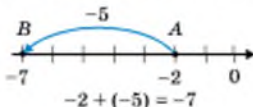
Рис. 103



Можна помітити таку закономірність: якщо до числа a додати додатне число b , то точка з координатою a переміститься по координатній прямій на b одиничних відрізків праворуч.

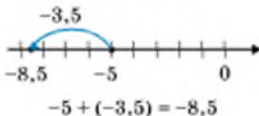
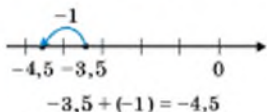
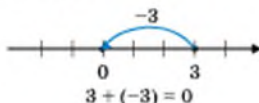
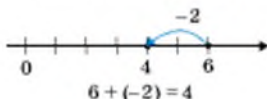
Цей висновок, у свою чергу, підказує таку властивість: якщо до числа a додати від'ємне число b , то точка з координатою a переміститься по координатній прямій на $-b$ одиничних відрізків ліворуч.

Наприклад, якщо до числа -2 додати число -5 , то точка A (-2) переміститься в точку B (-7):



Правильність записаної рівності $-2 + (-5) = -7$ підтверджує і такий приклад. Якщо борг бізнесмена банку становив 2 тис. грн, а він узяв у кредит ще 5 тис. грн, то залишок на його рахунку становитиме -7 тис. грн.

Розглянемо ще кілька прикладів:



Отже, ми навчилися додавати раціональні числа за допомогою координатної прямої.

Випишемо приклади, у яких ми додавали числа з різними знаками та різними модулями:

$$\begin{array}{lll} -3 + 5 = 2; & -2,5 + 6 = 3,5; & 6 + (-2) = 4. \\ -7 + 4 = -3; & -6 + 3,5 = -2,5; & \end{array}$$

Ці приклади ілюструють таке правило.

Щоб додати два числа з різними знаками, треба:

- 1) знайти модулі доданків;
- 2) від більшого модуля відняти менший модуль;
- 3) перед отриманим числом поставити знак доданка з більшим модулем.

Тепер випишемо приклади, у яких додавали два від'ємних числа:

$$-2 + (-5) = -7; \quad -3,5 + (-1) = -4,5; \quad -5 + (-3,5) = -8,5.$$

Ці приклади ілюструють таке правило.

Щоб додати два від'ємних числа, треба:

- 1) знайти модулі доданків;
- 2) додати модулі доданків;
- 3) перед отриманим числом поставити знак «-».

У нас залишилося ще два приклади:

$$-3 + 3 = 0; \quad 3 + (-3) = 0.$$

Ці приклади підказують, що справедливим є таке твердження.

Сума двох протилежних чисел дорівнює нулю.

Зауважимо, що для будь-якого раціонального числа a

$$a + 0 = 0 + a = a$$

1. Сформулюйте правило додавання чисел з різними знаками.
2. Як додати два від'ємних числа?
3. Чому дорівнює сума протилежних чисел?
4. Чому дорівнює сума двох чисел, якщо один з доданків дорівнює 0?

Розв'язуємо усно


1. Яке із чисел менше:

1) $-4\frac{7}{9}$ або $-4\frac{5}{9}$;

2) $3\frac{2}{3}$ або $-9,6$;

- 3) $-1,6$ або $-0,6$; 5) $-8,7$ або $-7,8$;
 4) -15 або -14 ; 6) 0 або -40 ?
2. Координата точки A дорівнює 3. Яка координата точки, розташованої на координатній прямій:
- на 4 одиниці правіше від точки A ;
 - на 7 одиниць лівіше від точки A ;
 - на 2 одиниці лівіше від точки A ;
 - на 12 одиниць правіше від точки A ?
3. Назвіть модуль числа:
- 1) -1 ; 2) $8,7$; 3) $-2,5$; 4) $6\frac{1}{4}$; 5) $-7\frac{3}{7}$.
4. В акваріум налили 6 л води, у результаті чого заповнили 30 % його об'єму. Скільки ще треба налити води, щоб наповнити акваріум?

Вправи

 950.* Заповніть таблицю:

a	-5	-8	-0,5	12	-12	5	-8	-0,5	-12	0
b	-3	-9	-0,7	-8	8	-3	9	0,3	12	-5
$a + b$										

951.* Уранці температура повітря була -4°C . Увечері:

- потеплішало на 3°C ; 3) потеплішало на 4°C ;
 - похолоднішало на 3°C ; 4) потеплішало на 6°C .
- Запишіть у кожному випадку вечірню температуру у вигляді суми й обчисліть її.

952.* Виконайте додавання:

- $-9+6$; 4) $20+(-40)$; 7) $-0,8+1$;
- $4+(-1)$; 5) $-2,3+1,4$; 8) $-1,8+1,8$.
- $-6+20$; 6) $1,6+(-4,1)$;

953.* Виконайте додавання:

- $-7+12$; 4) $40+(-20)$; 7) $5+(-6,9)$;
- $13+(-18)$; 5) $-1,7+3$; 8) $2,7+(-2,7)$.
- $-19+15$; 6) $2,8+(-5,5)$;

954.* Знайдіть суму:

- 1) $-6 + (-5)$; 3) $-0,82 + (-0,18)$; 5) $-\frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{6}\right)$;
2) $-0,7 + (-2,8)$; 4) $-\frac{5}{7} + \left(-\frac{9}{14}\right)$; 6) $-\frac{3}{8} + 0$.

955.* Знайдіть суму:

- 1) $-9 + (-13)$; 3) $-\frac{5}{16} + \left(-\frac{7}{16}\right)$;
2) $-3,6 + (-1,5)$; 4) $-\frac{3}{7} + \left(-\frac{4}{9}\right)$.

956.* Обчисліть значення виразу:

- 1) $\frac{2}{15} + \left(-\frac{3}{10}\right)$; 5) $-5\frac{7}{8} + \left(-6\frac{3}{10}\right)$; 9) $-8 + 4\frac{5}{22}$;
2) $-\frac{2}{3} + \frac{13}{15}$; 6) $-5\frac{13}{18} + 12\frac{11}{12}$; 10) $-2\frac{9}{20} + 5\frac{7}{30}$;
3) $\frac{13}{16} + \left(-\frac{9}{32}\right)$; 7) $-13 + 7\frac{3}{16}$; 11) $-5\frac{1}{4} + 1\frac{3}{8}$;
4) $-4\frac{5}{9} + \left(-7\frac{1}{6}\right)$; 8) $-2\frac{3}{8} + \left(-1\frac{5}{9}\right)$; 12) $4\frac{3}{7} + \left(-8\frac{9}{14}\right)$.

957.* Обчисліть значення виразу:

- 1) $-\frac{1}{4} + \frac{3}{5}$; 5) $7\frac{5}{12} + \left(-3\frac{7}{24}\right)$; 9) $-3\frac{1}{12} + \frac{1}{6}$;
2) $\frac{9}{11} + \left(-\frac{2}{5}\right)$; 6) $-6\frac{11}{12} + \left(-8\frac{13}{18}\right)$; 10) $3\frac{6}{7} + \left(-6\frac{4}{9}\right)$;
3) $-\frac{20}{21} + \frac{3}{7}$; 7) $-5\frac{12}{35} + 10$; 11) $9\frac{1}{6} + \left(-5\frac{3}{4}\right)$;
4) $-8\frac{9}{14} + 3\frac{3}{7}$; 8) $-11\frac{7}{9} + 8\frac{2}{15}$; 12) $-3\frac{8}{9} + \left(-2\frac{1}{12}\right)$.

958.* Найнижча температура, отримана в лабораторних умовах, дорівнює $-273,14$ °С, що на $4,21$ °С нижче від температури кипіння гелію. Чому дорівнює температура кипіння гелію?

959.* Подайте у вигляді суми двох рівних доданків число:

- 1) -12 ; 2) 7 ; 3) -9 .

960.* Складіть числовий вираз і обчисліть його значення:

- 1) до суми чисел 7 і -20 додати число 18 ;
2) до числа $7,9$ додати суму чисел $2,1$ і -10 ;
3) до суми чисел $3\frac{11}{16}$ і $-2\frac{5}{16}$ додати суму чисел $4\frac{17}{36}$ і $-1\frac{11}{36}$.

961.* Складіть числовий вираз і обчисліть його значення:

- 1) до суми чисел -6 і -19 додати число 15 ;
2) до числа $-3,6$ додати суму чисел $-7,2$ і $4,5$;
3) до суми чисел $-1,4$ і $-1,8$ додати суму чисел $-5,2$ і $8,1$.

962.* У касі було 5000 грн. Упродовж дня касир кілька разів видавав і приймав гроші, роблячи записи: -120 грн, -300 грн, 460 грн, 530 грн, -1270 грн, -650 грн. Скільки грошей залишилося в касі наприкінці дня?

963.* Перед початком роботи водолаз опустився до позначки -34 м. Виконуючи роботу, він змінював глибину занурення на 6 м, 12 м, -17 м, -3 м, 20 м, -5 м. На якій глибині опинився водолаз після закінчення роботи?

964.* При $a = -6,3$, $b = 2,7$ знайдіть значення виразу: 1) $a + b$; 2) $|a| + b$; 3) $a + |b|$; 4) $|a + b|$; 5) $|a| + |b|$.

965.* Знайдіть значення виразу $|x + y| + x$, якщо:

- 1) $x = 2,8$, $y = -3,9$; 3) $x = -2,3$, $y = -6,2$;
2) $x = -4,5$, $y = 7,2$; 4) $x = -1\frac{4}{15}$, $y = 2\frac{7}{18}$.

966." Знайдіть значення виразів $|a| + |b|$ і $|a + b|$, якщо:

1) $a = -3$, $b = -7$; 2) $a = -4$, $b = 10$; 3) $a = 7,2$, $b = 2,8$.

Якими мають бути числа a і b , щоб виконувалася рівність $|a + b| = |a| + |b|$?

967." Чи може сума двох чисел бути меншою від кожного з доданків? У разі ствердної відповіді наведіть приклад. Якими числами мають бути в цьому випадку доданки? Якими числами мають бути доданки, щоб їхня сума була більшою за кожен з них?



Вправи для повторення

968. При яких значеннях x є правильною нерівність:

1) $|x| > x$; 2) $|x| < x$?

969. Одною дорогою в одному напрямі їхали Омелько на печі та Іван-царевич на Сірому Вовку. О 10 год 50 хв відстань між ними була 51 км. Швидкість печі, що рухалася попереду, дорівнювала 12 км/год, що становило $\frac{18}{35}$ швидкості, з якою мчав Вовк.

О котрій годині Іван-царевич наздогнав Омелька?

970. Дмитрик з'їв третину цукерок, що були в коробці, і ще 4 цукерки. Після цього в коробці залишилося 12 цукерок. Скільки цукерок було в коробці спочатку?

971. У записі числа 3 728 954 106 закресліть такі три цифри, щоб цифри, які залишилися, у тому самому порядку утворили найменше з можливих чисел.

Готуємося до вивчення нової теми

972. Виконайте додавання, обираючи зручний порядок обчислень:

1) $(1,65 + 0,158) + 2,35$;
2) $4,12 + 6,24 + 3,76 + 5,88$.



Задача від Мудрої Сови

973. Кожний учасник шахового турніру, граючи білими фігурами, виграв стільки партій, скільки всі інші разом, граючи чорними. Доведіть, що всі учасники здобули однакову кількість перемог.

35. Властивості додавання раціональних чисел

Переставна і сполучна властивості додавання добре відомі, і ви не раз їх використовували для додатних чисел. Ці властивості справедливі для будь-яких раціональних чисел.

Для будь-яких раціональних чисел a , b і c є справедливими рівності:

$$a + b = b + a \text{ — переставна властивість додавання,}$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ — сполучна властивість додавання}$$

Наприклад:

$$\begin{aligned} -7 + 2 &= -5 \quad \text{і} \quad 2 + (-7) = -5; \\ -2,5 + (-3) &= -5,5 \quad \text{і} \quad -3 + (-2,5) = -5,5; \\ (-2 + 1,7) + 1,3 &= -0,3 + 1,3 = 1 \quad \text{і} \quad -2 + (1,7 + 1,3) = -2 + 3 = 1. \end{aligned}$$

Із наведених властивостей додавання випливає, що в сумі кількох раціональних чисел можна міняти місцями доданки та розставляти дужки, тим самим визначаючи найзручніший порядок виконання дій.

Наприклад, обчислимо суму:

$$-1,71 + (-2) + 6 + (-7) + 3 + (-4) + 1,71.$$

За допомогою дужок об'єднаємо доданки в три групи: до першої групи включимо два протилежних числа,

до другої — усі від'ємні доданки, що залишилися, до третьої — решту додатних доданків. Маємо:

$$\begin{aligned} & (-1,71 + 1,71) + (-2 + (-7) + (-4)) + (6 + 3) = \\ & = 0 + (-13) + 9 = -4. \end{aligned}$$

Розв'язуємо усно

1. Назвіть 5 найменших послідовних цілих чисел, які більші за $-2,3$.
2. Наведіть приклад двох чисел з різними знаками, сума яких дорівнює:
 - 1) 10;
 - 2) -6 ;
 - 3) $-2,7$;
 - 4) $0,5$.
3. Наведіть приклад двох чисел з однаковими знаками, сума яких дорівнює:
 - 1) 3;
 - 2) -20 ;
 - 3) $0,1$;
 - 4) -1 .
4. Заповніть ланцюжок обчислень:



Вправи

974.* Обчисліть, використовуючи властивості додавання:

- 1) $(-5 + 19) + (-19)$;
- 2) $(-16 + (-17)) + 17$;
- 3) $-0,4 + 0,8 + 0,4$;
- 4) $\left(-\frac{2}{7} + 1\right) + \left(-\frac{5}{7}\right)$;
- 5) $\frac{4}{15} + \left(-\frac{8}{25}\right) + \left(-\frac{4}{15}\right)$;
- 6) $9 + (-12) + (-9) + 20$.

975.* Виконайте додавання, обираючи зручний порядок обчислень:

- 1) $7,29 + (-5,126) + (-6,29) + 5,126$;
- 2) $24,35 + (-72,61) + 42,61 + (-13,35)$.

976.* Виконайте додавання, обираючи зручний порядок обчислень:

- 1) $-6,38 + (-1,73) + 5,38 + 1,73$;
- 2) $-3,72 + 9,84 + 1,72 + (-20,84)$.

977.* Знайдіть значення виразу:

1) $-78 + 36 + 19 + (-22) + (-25)$;

2) $0,74 + (-9,39) + 3,26 + (-10,61) + 5,25$;

3) $\frac{7}{16} + \left(-\frac{11}{42}\right) + \left(-\frac{9}{16}\right) + \frac{17}{42}$;

4) $-\frac{9}{40} + \frac{13}{50} + \left(-\frac{23}{50}\right) + \frac{19}{40}$;

5) $-3\frac{31}{36} + \left(-1\frac{17}{24}\right) + 5\frac{4}{36} + \left(-2\frac{4}{24}\right)$.

978.* Знайдіть значення виразу:

1) $43 + (-60) + 12 + 39 + (-21)$;

2) $-1,23 + 2,14 + 7,38 + (-5,77) + 1,62$;

3) $-\frac{3}{7} + \frac{14}{19} + \left(-\frac{4}{7}\right) + 3\frac{5}{19}$;

4) $-\frac{5}{18} + \left(-\frac{4}{81}\right) + \frac{7}{18} + \frac{13}{81}$;

5) $-3\frac{5}{11} + 1\frac{3}{8} + 2\frac{5}{16} + \left(-4\frac{6}{11}\right)$.

979.* Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $7,44 + a + (-3,5) + (-5,44) + (-12,5) + b$,
якщо $a = 9,6$, $b = -5,7$;

2) $-5\frac{9}{35} + p + 4\frac{11}{28} + 6\frac{2}{35} + \left(-5\frac{18}{28}\right) + k$,
якщо $p = -2\frac{19}{30}$, $k = 9$.

980.* Спростіть вираз і знайдіть його значення:


1) $-2,8 + x + 5,36 + (-7,2) + y + (-7,36)$,
якщо $x = -13$, $y = 54$;

2) $m + \left(-2\frac{4}{9}\right) + 8\frac{13}{24} + n + \left(-3\frac{2}{9}\right) + \left(-4\frac{5}{24}\right)$,
якщо $m = -3\frac{5}{6}$, $n = -2\frac{11}{12}$.

- 981.* Упродовж шести днів рівень води у водосховищі змінювався відповідно на $-3,2$ дм, $1,6$ дм, $4,3$ дм, $-2,2$ дм, $-1,9$ дм і $-0,8$ дм. На скільки дециметрів змінився рівень води за шість днів?
- 982.* Знайдіть суму всіх цілих чисел:
- 1) які розташовані на координатній прямій між числами -8 і 11 ;
 - 2) при яких є правильною нерівність $-9,8 < x < 6$.



Вправи для повторення

983. Знайдіть найбільше і найменше від'ємні цілі числа, у записі яких використано дві цифри.
984. Знайдіть суму двох чисел, одне з яких обернене до числа 3, а друге — протилежне числу 3.
985. Додатним чи від'ємним є число a , якщо:
- 1) $-2 + a > -2$; 2) $-2 + a < -2$; 3) $-2 + (-a) > -2$?
986. Знайдіть периметр чотирикутника, якщо його сторони пропорційні числам 3, 4, 5 і 8, а найбільша сторона на 10,5 см більша за найменшу.
-  987. Сергій Іванович поклав у банк 4000 грн під 5 % річних. Яка сума буде в нього на рахунку: 1) через 1 рік; 2) через 2 роки; 3) через 3 роки?
988. Прапори деяких країн складаються з трьох горизонтальних смуг різного кольору. Скільки різних прапорів із жовтою, блакитною та червоною смугами можна утворити?



Задача від Мудрої Сови

989. Електромонтер має два куски дроту, загальна довжина яких дорівнює 25 м. Йому треба відрізати куски завдовжки 1 м, 2 м, 3 м, 6 м, 12 м. Чи зможе він це зробити?

36. Віднімання раціональних чисел

Як і у випадку з натуральними числами, різницю раціональних чисел означають за допомогою додавання.

Різницею раціональних чисел a і b називають таке раціональне число x , яке в сумі із числом b дає число a .

Інакше кажучи, рівність $a - b = x$ справедлива, якщо справедлива рівність $x + b = a$. Наприклад:

$$7 - (-2) = 9, \text{ оскільки } 9 + (-2) = 7;$$

$$5 - 8 = -3, \text{ оскільки } -3 + 8 = 5;$$

$$-9 - 11 = -20, \text{ оскільки } -20 + 11 = -9;$$

$$-3,7 - (-2,2) = -1,5, \text{ оскільки } -1,5 + (-2,2) = -3,7.$$

Аналізуючи записані різниці, можна помітити певну закономірність:

$$7 - (-2) = 9 \text{ і } 7 + 2 = 9;$$

$$5 - 8 = -3 \text{ і } 5 + (-8) = -3;$$

$$-9 - 11 = -20 \text{ і } -9 + (-11) = -20;$$

$$-3,7 - (-2,2) = -1,5 \text{ і } -3,7 + 2,2 = -1,5.$$

Як бачимо, віднімання раціональних чисел можна замінити додаванням, тобто для будь-яких раціональних чисел a і b справедливою є рівність

$$a - b = a + (-b)$$

Щоб знайти різницю двох чисел, можна до зменшуваного додати число, протилежне від'ємнику.

За допомогою цього правила будь-який вираз, що містить дії додавання і віднімання, можна замінити на вираз, який містить тільки дію додавання. Наприклад,

$$2,3 - 5 - 1,9 + 17 = 2,3 + (-5) + (-1,9) + 17.$$

Зауважимо, що раніше ми не могли від меншого числа відняти більше. Виконання цієї дії стало можливим завдяки введенню в розгляд від'ємних чисел.

Наприклад, $1 - 2 = -1$; $2 - 100 = -98$; $-7 - (-2) = -5$.

Якщо різниця $a - b$ є від'ємною, то $a < b$; якщо різниця $a - b$ є додатною, то $a > b$.



1. Яке число називають різницею двох раціональних чисел a і b ?
2. Як знайти різницю двох чисел?
3. Яке із чисел a і b є більшим, якщо різниця $a - b$ є від'ємною? додатною?

Розв'язуємо усно

1. Яке число є протилежним числу:
1) 1,6; 2) -4,3; 3) $-\frac{1}{7}$; 4) 3,5; 5) $2\frac{4}{15}$?
2. Сума двох чисел дорівнює 30, а один з доданків дорівнює 16. Чому дорівнює другий доданок?
3. Від'ємник дорівнює 7, а різниця дорівнює 0,7. Чому дорівнює зменшуване?
4. Зменшуване дорівнює 5, а різниця дорівнює $2\frac{5}{13}$.
Чому дорівнює від'ємник?
5. Виконайте додавання:
1) $-8 + 4,2 + (-9) + 5,8$; 3) $-19 + 18,74 + (-18,74)$;
2) $-1,7 + (-3,3) + 5$; 4) $-4\frac{9}{16} + 5\frac{7}{18} + 4\frac{9}{16} + \left(-5\frac{7}{18}\right)$.

Вправи

990.* Виконайте віднімання:

- | | | |
|-----------------|----------------------|------------------------|
| 1) $10 - 16$; | 6) $4 - (-10)$; | 11) $0 - 13,4$; |
| 2) $5 - 12$; | 7) $-3 - (-8)$; | 12) $-1,4 - 1,2$; |
| 3) $-5 - 3$; | 8) $-11 - (-6)$; | 13) $-10,2 - (-4,9)$; |
| 4) $-6 - 18$; | 9) $12,3 - (-6,8)$; | 14) $0 - (-99,4)$; |
| 5) $9 - (-2)$; | 10) $2,4 - 5,6$; | 15) $-8 - (-8)$. |

991.* Виконайте віднімання:

- 1) $3,5 - (-9,7)$; 3) $0 - 7,25$; 5) $-2,8 - (-5,2)$;
2) $1,9 - 3,2$; 4) $-5,3 - 3,7$; 6) $0 - (-0,08)$.

992.* Виконайте віднімання:

- 1) $\frac{5}{9} - \left(-\frac{1}{6}\right)$; 4) $-\frac{14}{25} - \left(-\frac{7}{10}\right)$; 7) $2\frac{9}{20} - 4\frac{17}{30}$;
2) $\frac{3}{16} - \frac{11}{24}$; 5) $2\frac{3}{7} - \left(-1\frac{2}{5}\right)$; 8) $-3\frac{8}{9} - 4\frac{1}{12}$;
3) $-\frac{7}{9} - \frac{2}{15}$; 6) $5\frac{12}{35} - 10$; 9) $-4\frac{3}{16} - \left(-5\frac{5}{8}\right)$.

993.* Виконайте віднімання:


- 1) $\frac{7}{8} - \left(-\frac{3}{10}\right)$; 4) $-\frac{5}{9} - \left(-\frac{3}{4}\right)$; 7) $1\frac{3}{8} - 3\frac{1}{4}$;
2) $\frac{11}{12} - \frac{17}{18}$; 5) $3\frac{11}{12} - \left(-4\frac{4}{9}\right)$; 8) $-2\frac{14}{15} - 1\frac{19}{45}$;
3) $-\frac{3}{7} - \frac{9}{14}$; 6) $4\frac{5}{17} - 6$; 9) $-3\frac{1}{6} - \left(-1\frac{1}{4}\right)$.

994.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x + 7 = 4$; 5) $x - 0,9 = -1,4$;
2) $20 - x = 35$; 6) $7 - x = -5$;
3) $x + 2,6 = -1,7$; 7) $-20 - x = -13$;
4) $-4,5 - x = 9$; 8) $-0,76 - x = -0,83$.

995.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x + 19 = 10$; 4) $-1,2 - x = 0,6$;
2) $12,4 - x = 16$; 5) $x - 3,8 = -1,9$;
3) $x + 3,4 = -5,8$; 6) $11 - x = -14$.

 **996.*** Мертве море знаходиться на висоті -425 м відносно рівня Світового океану. Каспійське море, що є найбільшим у світі озером, знаходиться на висоті -28 м відносно рівня Світового океану. На скільки метрів рівень Каспійського моря вищий за рівень Мертвого моря?

997.* Абсолютний максимум температури повітря 42°C в Україні був зафіксований у серпні 2010 р. у Лу-

ганській області. Абсолютний мінімум температури -43°C був зафіксований у січні 1923 р. в Українських Карпатах. Знайдіть різницю абсолютних максимуму і мінімуму температур.

998.* Найнижча температура повітря, яку було зафіксовано в пустелі Сахара, дорівнює -5°C , а найвища — $55,4^{\circ}\text{C}$. Визначте різницю між найвищою і найнижчою температурами повітря, зафіксованими в Сахарі.



999.* Ртуть плавиться при температурі $-38,9^{\circ}\text{C}$, а мідь — при температурі $1083,4^{\circ}\text{C}$. На скільки градусів температура плавлення міді вища за температуру плавлення ртуті?

1000.* Найнижча зафіксована на поверхні Землі температура дорівнювала $-89,2^{\circ}\text{C}$, що на $70,8^{\circ}\text{C}$ вище за найнижчу температуру, виміряну на поверхні Місяця. Чому дорівнює найнижча температура, зафіксована на Місяці?

1001.* Знайдіть значення виразу:

- 1) $-27+13-34+21$;
- 2) $1,7-3,4-2,5+4,1$;
- 3) $-0,65 - (-0,44) + (-1,23) + 8,1$;
- 4) $3\frac{1}{6} + \left(-2\frac{4}{9}\right) - \left(-1\frac{2}{3}\right)$;
- 5) $4\frac{5}{9} + \left(-5\frac{7}{12}\right) - \left(-2\frac{1}{6}\right) - 1\frac{1}{3} + 3\frac{3}{4} + \left(-\frac{13}{18}\right)$.

1002.* Знайдіть значення виразу:

- 1) $16-29+14-48$;
- 2) $-3,2-7,8-5,4+4,6$;
- 3) $-4,28-1,53-(-7,85)+(-9,06)$;
- 4) $-5\frac{3}{8} + 4\frac{5}{6} - \left(-2\frac{1}{4}\right)$;
- 5) $-3\frac{3}{5} + \left(-2\frac{1}{3}\right) + 4\frac{8}{15} - 1\frac{5}{6} - \left(-6\frac{7}{10}\right) + \frac{1}{2}$.

1003.* Знайдіть значення виразу $-a+b+c-d$, якщо:

- 1) $a = -4$, $b = 12$, $c = -6$, $d = 8$;
- 2) $a = 1,5$, $b = -3,2$, $c = -1,8$, $d = -2,4$;
- 3) $a = 3\frac{1}{3}$, $b = 2\frac{1}{2}$, $c = -1\frac{5}{6}$, $d = 5$;
- 4) $a = -2\frac{1}{7}$, $b = -1\frac{3}{14}$, $c = 3\frac{19}{28}$, $d = 1\frac{3}{4}$.

1004.* Складіть числовий вираз і обчисліть його значення:

- 1) від числа 3,6 відняти суму чисел $-12,6$ і $5,3$;
- 2) до різниці чисел $-2,4$ і $-3,8$ додати суму чисел $5,6$ і -10 .

1005.* Складіть числовий вираз і обчисліть його значення:

- 1) до числа $-1,4$ додати різницю чисел $2,5$ і $4,1$;
- 2) від суми чисел $-8,2$ і 14 відняти різницю чисел $0,7$ і $-5,4$.

1006.* Знайдіть координату точки на координатній прямій, яка віддалена:

- 1) від точки $A(4,6)$ на 10 одиниць;
- 2) від точки $B\left(-1\frac{1}{3}\right)$ на $2\frac{1}{6}$ одиниці;
- 3) від точки $C\left(-3\frac{2}{7}\right)$ на $3\frac{2}{7}$ одиниці.

Скільки розв'язків має задача?

1007.* Спростіть вираз:

- 1) $-16+a+33+b-a$; 3) $-x+y-\frac{3}{14}+\frac{2}{7}-\frac{5}{6}+x$;
- 2) $7,2-m-n-8,9-1,1+m$; 4) $p-k+\frac{3}{8}-\frac{9}{16}+\frac{7}{32}-p+k$.

1008.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $|x| + 2,8 = 5$; 4) $|x| - 6 = -9$;
- 2) $|x| - 3,1 = 4,4$; 5) $15 - |x| = -2$;
- 3) $|x| - 0,4 = -0,29$; 6) $|x + 2,5| = 1$.

1009.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $|x| + 3 = 8$; 4) $|x| + 2,1 = 1$;
2) $|x| - 1,3 = 1,2$; 5) $13 - |x| = 6$;
3) $|x| - 0,8 = -0,1$; 6) $|x| + 2,1 = 3$.

1010.* Не виконуючи обчислень, порівняйте:

- 1) суму чисел $-9,34$ і $-12,78$ та їхню різницю;
2) різницю чисел 48 і 73 та суму чисел -46 і 59 ;
3) різницю чисел $-16,5$ і $-2,37$ та різницю чисел $-4,3$ і $-8,1$.

1011.* Не виконуючи обчислень, порівняйте:

- 1) суму чисел $81,9$ і $-74,6$ та суму чисел $80,4$ і $-83,5$;
2) різницю чисел 52 і 74 та суму чисел -102 і 102 ;
3) різницю чисел $-96,3$ і $-96,3$ та суму чисел $0,872$ і $-0,872$.

1012.** Розв'яжіть рівняння:

- 1) $||x| - 8| = 2$; 2) $||x| + 2| = 7$.

1013.* Чи можна вказати найбільше і найменше значення виразу:

- 1) $|x| - 8,5$; 2) $-5,2 - |x|$?

Якщо відповідь ствердна, укажіть це значення та значення x , при якому вираз його набуває.

1014.* Чи можна вказати найбільше і найменше значення виразу:

- 1) $|x| + 3,9$; 2) $7,6 - |x|$?

Якщо відповідь ствердна, укажіть це значення та значення x , при якому вираз його набуває.



Вправи для повторення

1015. Перше число становить 80 % другого. Скільки відсотків першого числа становить друге число?

1016. У тирі Василько зробив 48 пострілів, з яких 6 не влучили в ціль. Знайдіть відсоток улучень у ціль.

1017. У Петрика 36 кроликів різної масті: білі, сірі та бурі. Бурі становлять $\frac{1}{3}$ всіх кроликів, сірих є 8. Яка ймовірність того, що навання вибраний кролик буде білим?
1018. Дмитро Григорович узяв із собою у відрядження 3 сорочки, одну звичайну краватку й одну краватку-метелик. Він завжди носить сорочку з краваткою. Скільки різних комплектів сорочки з краваткою може скласти Дмитро Григорович?



Задача від Мудрої Сови

1019. Доведіть, що в будь-якій компанії із 6 осіб знайдеться трое попарно знайомих або трое попарно незнайомих.

ЗАВДАННЯ № 5 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

- Укажіть хибне твердження.
 А) -3 — ціле число В) -3 — раціональне число
 Б) -3 — недодатне число Г) -3 — невід'ємне число
- Яке із чисел має найменший модуль?
 А) 0 Б) -2 В) 4 Г) -6
- Число a менше від свого модуля. Яке з даних тверджень є правильним?
 А) a — невід'ємне число В) $a = 0$
 Б) a — додатне число Г) a — від'ємне число
- Укажіть пару протилежних чисел.
 А) 2 і $\frac{1}{2}$ Б) 2 і $0,2$ В) 2 і -2 Г) 2 і $-\frac{1}{2}$
- Чому дорівнює значення виразу $|-7| + |7|$?
 А) -14 Б) 14 В) 0 Г) 7
- Укажіть правильну нерівність.
 А) $4,1 < -4,8$ В) $10 > -2,2$
 Б) $-2,5 < -3$ Г) $-7,6 > -7,2$
- Розв'яжіть рівняння $|x| = -5$.
 А) -5 ; 5 Б) 5 В) -5 Г) коренів немає

8. Чому дорівнює сума чисел $-4,1$ і $1,6$?
 А) $-5,7$ Б) $-2,5$ В) $5,7$ Г) $2,5$
9. Чому дорівнює різниця чисел $-7,2$ і $-9,3$?
 А) $-16,5$ Б) $16,5$ В) $2,1$ Г) $-2,1$
10. Обчисліть значення виразу $5\frac{7}{8} + \left(-3\frac{5}{12}\right) - \left(-1\frac{7}{16}\right)$.
 А) $8\frac{41}{48}$ Б) $3\frac{43}{48}$ В) $2\frac{1}{48}$ Г) $3\frac{1}{48}$
11. Порівняйте числа $-a$ і b , якщо числа a і b — від'ємні.
 А) $-a > b$ Б) $-a < b$
 В) $-a = b$ Г) порівняти неможливо
12. Числа a і b такі, що $a + b < a$. Яке з тверджень є правильним?
 А) $b > 0$ Б) $b < 0$ В) $b = 0$ Г) $b \geq 0$

37. Множення раціональних чисел

Ви знаєте, що $7 \cdot 3 = 7 + 7 + 7 = 21$. Подамо аналогічно добуток $(-7) \cdot 3$ у вигляді суми рівних доданків і знайдемо значення цього виразу:

$$(-7) \cdot 3 = (-7) + (-7) + (-7) = -21.$$

Для додатних чисел має місце переставна властивість множення: $ab = ba$. Ця рівність є правильною і для будь-яких раціональних чисел.

Тому $(-7) \cdot 3 = 3 \cdot (-7) = -21$.

Оскільки -21 і 21 — протилежні числа, то кожний з добутків $(-7) \cdot 3$ і $3 \cdot (-7)$ є числом, протилежним добутку $3 \cdot 7$, тобто

$$(-7) \cdot 3 = -(7 \cdot 3);$$

$$3 \cdot (-7) = -(3 \cdot 7).$$

Міркуючи таким чином, можна, наприклад, записати:

$$(-9) \cdot 4 = -(9 \cdot 4) = -36 \text{ і } 4 \cdot (-9) = -(4 \cdot 9) = -36;$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5 = -\left(\frac{1}{3} \cdot 5\right) = -\frac{5}{3} \text{ і } 5 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(5 \cdot \frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{3}.$$

Ці приклади ілюструють таке правило.

Щоб помножити два числа з різними знаками, треба помножити їхні модулі та перед отриманим добутком поставити знак «-».

Зазначимо, що в добутках $(-7) \cdot 3$, $(-9) \cdot 4$, $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5$ перший множник можна писати без дужок. Наприклад, $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5 = -\frac{1}{3} \cdot 5$. При цьому запис $5 \cdot -\frac{1}{3}$ не застосовують.

Знову розглянемо добутки $7 \cdot 3$; $-7 \cdot 3$ і $7 \cdot (-3)$.

Бачимо, що зміна знака одного з множників у добутку $7 \cdot 3$ приводить до зміни знака самого добутку.

А якщо змінити знак у обох множників? Тоді знак добутку змінюється двічі, тобто залишається незмінним. Тому $-7 \cdot (-3) = 21$.

Такий самий результат отримуємо, якщо помножимо модулі множників:

$$|-7| \cdot |-3| = 21.$$

Цей приклад ілюструє таке правило.

Щоб помножити два від'ємних числа, треба помножити їхні модулі.

Наприклад, $-1,4 \cdot (-5) = |-1,4| \cdot |-5| = 1,4 \cdot 5 = 7$;

$$-\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) = \left|-\frac{3}{5}\right| \cdot \left|-\frac{5}{9}\right| = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{3}.$$

Розглянемо кілька добутків, у яких один із множників дорівнює -1 :

$$17 \cdot (-1) = -17, \quad -17 \cdot (-1) = 17, \quad -1 \cdot 5 = -5, \quad -1 \cdot (-5) = 5.$$

Бачимо, що при множенні будь-якого числа на -1 отримуємо число, протилежне даному.

У буквеному вигляді цей факт записують так:

$$a \cdot (-1) = (-1) \cdot a = -a$$

Також зазначимо, що

$$\begin{aligned} a \cdot 1 &= 1 \cdot a = a, \\ a \cdot 0 &= 0 \cdot a = 0 \end{aligned}$$

Зробимо кілька висновків, які випливають із правил знаходження добутку раціональних чисел.

Якщо числа a і b мають однакові знаки, то добуток ab є додатним. І навпаки, якщо добуток ab є додатним, то числа a і b мають однакові знаки.

Якщо числа a і b мають різні знаки, то добуток ab є від'ємним. І навпаки, якщо добуток ab є від'ємним, то числа a і b мають різні знаки.

Якщо хоча б одне із чисел a або b дорівнює нулю, то добуток ab дорівнює нулю. І навпаки, якщо добуток ab дорівнює нулю, то хоча б одне із чисел a або b дорівнює нулю.

ПРИКЛАД Розв'яжіть рівняння $(x+3)(x-2,4)=0$.

Розв'язання. Оскільки добуток дорівнює нулю, то хоча б один із множників дорівнює 0, тобто:

$$x+3=0 \text{ або } x-2,4=0;$$

$$x=-3 \text{ або } x=2,4.$$

Відповідь: $-3; 2,4$. ◀

Розглянемо вираз x^2 .

Якщо $x=0$, то $x^2=0$.

Оскільки $x^2=x \cdot x$, то при $x \neq 0$ маємо добуток двох чисел з однаковими знаками. Такий добуток набуває додатних значень.

Тепер можемо зробити такий висновок.

При будь-яких значеннях x вираз x^2 набуває тільки невід'ємних значень:

$$x^2 \geq 0$$



1. Як помножити два числа з різними знаками?
2. Як помножити два від'ємних числа?
3. Які знаки повинні мати два числа, щоб їхній добуток був додатним числом? Від'ємним числом?
4. У якому випадку добуток дорівнює нулю?

Розв'язуємо усно

1. Чому дорівнює об'єм прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 0,4 дм, 2,9 дм і 2,5 дм?
2. Маса 7 однакових гайок і 4 однакових болтів дорівнює 1150 г, а маса таких самих 3 гайок і 4 болтів — 950 г. Знайдіть масу одного болта.
3. За 200 г цукерок заплатили 14 грн. Скільки коштує 1 кг таких цукерок?

Вправи

1020.* Виконайте множення:

- | | | |
|---|---|--|
| 1) $-12 \cdot 5$; | 5) $-\frac{15}{16} \cdot \left(-\frac{48}{55}\right)$; | 9) $45 \cdot \left(-\frac{8}{15}\right)$; |
| 2) $-0,4 \cdot 1,5$; | 6) $-\frac{13}{24} \cdot \frac{16}{39}$; | 10) $\frac{16}{17} \cdot \left(-6\frac{3}{8}\right)$; |
| 3) $3,4 \cdot (-1,8)$; | 7) $\frac{6}{35} \cdot \left(-\frac{14}{15}\right)$; | 11) $-3\frac{5}{9} \cdot \left(-5\frac{1}{4}\right)$; |
| 4) $-\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$; | 8) $-\frac{7}{12} \cdot 24$; | 12) $-1\frac{5}{7} \cdot 6\frac{1}{8}$. |

1021.* Виконайте множення:

- | | | |
|--------------------------|--|--|
| 1) $16 \cdot (-3)$; | 4) $\frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right)$; | 7) $-\frac{6}{19} \cdot (-57)$; |
| 2) $-8 \cdot (-7)$; | 5) $-\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9}$; | 8) $-9\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{10}{21}\right)$. |
| 3) $-2,3 \cdot (-1,4)$; | 6) $-6 \cdot \left(-\frac{5}{24}\right)$; | |

1022.* Знайдіть значення степеня:

- 1) $(-2)^5$; 3) $\left(-1\frac{1}{5}\right)^3$; 5) $(-1)^{10}$;
2) $(-0,6)^2$; 4) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^2$; 6) $(-1)^{23}$.

1023.* Знайдіть значення степеня:

- 1) $(-7)^2$; 2) $(-7)^3$; 3) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$; 4) $\left(-\frac{1}{3}\right)^5$.

1024.* Виконайте дії:

- 1) $-3,2 \cdot 0,4 + 2,6 \cdot (-0,5)$;
2) $5,2 \cdot (-0,8) - (-1,5) \cdot (-3,4)$;
3) $(7,6 - 20) \cdot (-3,14 + 5,24)$;
4) $\left(-1\frac{3}{25}\right) \cdot 2\frac{1}{7} + \left(-2\frac{11}{9}\right) \cdot \left(-\frac{27}{190}\right)$;
5) $\left(8 + 2\frac{1}{7} \cdot \left(-3\frac{1}{9}\right)\right) \cdot \left(-\frac{27}{44}\right)$;
6) $\left(-5\frac{1}{16} + 1\frac{1}{8}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6} - \frac{3}{14}\right)$.

1025.* Виконайте дії:

- 1) $-2,7 \cdot (-1,2) + 3,5 \cdot (-2,8)$;
2) $-7,4 \cdot 0,6 - 3,8 \cdot (-2,3)$;
3) $(-9,3 - 1,7) \cdot (2,6 + (-5,9))$;
4) $4\frac{7}{12} \cdot \left(-1\frac{3}{11}\right) - \left(-1\frac{1}{15}\right) \cdot \left(-\frac{45}{64}\right)$;
5) $-\frac{81}{88} \cdot \left(-6 + \left(-1\frac{13}{15}\right) \cdot \left(-1\frac{19}{21}\right)\right)$;
6) $\left(-\frac{4}{5} - \frac{4}{7}\right) \cdot \left(5\frac{7}{9} - 7\frac{11}{12}\right)$.

1026.* Не виконуючи обчислень, порівняйте:

- 1) $(-7,2)^2$ і 0; 3) $(-10)^7$ і $(-0,1)^4$; 5) $(-8)^{12}$ і -8^{12} ;
2) 0 і $(-5,3)^3$; 4) -5^9 і $(-5)^9$; 6) $0,3^{13}$ і $(-216)^5$.

1027.* Не виконуючи обчислень, порівняйте значення виразів:

1) $-2,4 \cdot (-3,6) \cdot 7,8$ і $9,6 \cdot (-4,1) \cdot 1,8$;

2) $5\frac{1}{3} \cdot \left(-7\frac{14}{19}\right) \cdot \left(-6\frac{1}{7}\right) \cdot 4\frac{11}{12}$ і $9\frac{1}{8} \cdot \left(-\frac{3}{14}\right) \cdot 0 \cdot \left(-1\frac{1}{9}\right)$;

3) $-7,13 \cdot (-2) \cdot (-14) \cdot (-19) \cdot 17$ і $-13 \cdot (-21) \cdot (-2136)$;

4) $139 \cdot (-216) \cdot 0 \cdot 518$ і $135 \cdot 418 \cdot (-5132)$.

1028.* Виконайте дії:

1) $\left\{-5\frac{3}{4}\right\} \cdot 8 + \left\{-2\frac{1}{3}\right\} \cdot \left\{-1\frac{3}{14}\right\} - 1\frac{37}{48} \cdot \left\{-2\frac{2}{15}\right\}$;

2) $\left(6,75 + (-4,5) \cdot 1\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)^3$.

1029.* Виконайте дії:

1) $\left\{-2\frac{1}{8}\right\} \cdot \left\{-1\frac{29}{51}\right\} + \left\{-1\frac{23}{42}\right\} \cdot 3\frac{1}{13} - \left\{-4\frac{2}{3}\right\} \cdot 6$;

2) $\left(-\frac{11}{18} + \left(-2\frac{2}{9}\right) \cdot (-0,2)\right)^3 \cdot (-1,2)$.

1030.* Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:

1) різниця куба числа -5 і квадрата числа -8 ;

2) різниця квадратів чисел $-1\frac{1}{3}$ і $\frac{5}{6}$;

3) різниця добутків чисел $-1,2$ і $-0,4$ та чисел $1,6$ і $0,6$;

4) добуток суми чисел $2,8$ і $-3,4$ та суми чисел $-1,6$ і $4,2$.

1031.* Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:

1) куб різниці чисел 7 і 10 ;

2) добуток суми чисел 6 і -10 та їхньої різниці;

3) сума добутків чисел $-\frac{8}{9}$ і $-\frac{27}{32}$ та чисел $\frac{23}{28}$ і $-\frac{49}{46}$;

- 4) добуток різниці чисел 4,5 і 6 та різниці чисел 1,8 і -3,4.

1032.* Знайдіть значення виразу:

- 1) $18x^2$, якщо $x = -\frac{1}{9}$;
- 2) $(24x)^3$, якщо $x = -\frac{1}{6}$;
- 3) $(x+y)^4$, якщо $x = -0,9$, $y = 0,8$;
- 4) $4x - 3y$, якщо $x = -2\frac{1}{4}$, $y = -7\frac{1}{3}$.

1033.* Знайдіть значення виразу:

- 1) $23 - c^4$, якщо $c = -3$;
- 2) $x^2 - x^3$, якщо $x = -0,2$;
- 3) $(0,8a + 0,3b)(0,6b - 1,2a)$,
якщо $a = 2\frac{1}{12}$, $b = -1\frac{1}{9}$.

1034.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $3x = 0$;
- 3) $(x + 7,2)(x - 8,1) = 0$;
- 2) $-6,8(x - 4) = 0$;
- 4) $-5 \mid x \mid = 0$.

1035.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $-\frac{5}{12}x = 0$;
- 3) $(x - 3)(x + 4) = 0$;
- 2) $5,4(x + 6,3) = 0$;
- 4) $23,5 \mid x \mid = 0$.

1036.** Знайдіть усі натуральні значення x , при яких є правильною нерівність:

- 1) $-6x > -36$;
- 3) $-5x \geq -18$;
- 2) $-7x \geq -70$;
- 4) $-0,8x > -6,4$.

1037.** Знайдіть усі цілі від'ємні значення x , при яких є правильною нерівність:

- 1) $-5x < 20$;
- 3) $-4x \leq 35$;
- 2) $-9x \leq 45$;
- 4) $-0,3x < 1,2$.

1038.* Який із виразів $-x^2$, $(-x)^2$, x^3 за будь-яких значень x набуває таких значень:

- | | |
|---------------|-----------------|
| 1) додатних; | 3) невід'ємних; |
| 2) від'ємних; | 4) недодатних? |

1039.* Додатним чи від'ємним є значення виразу:

- 1) $ab - 9c$, якщо a , b і c — від'ємні числа;
- 2) $10p - mn$, якщо m , n і p — від'ємні числа?

1040.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x(x + 9,4)(x - 6,5) = 0$;
- 2) $(x - 21)(x + 12,4) = 0$.

1041.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(x + 1,2)(x + 5)(x - 10) = 0$;
- 2) $(x + 1)(x - 2) = 0$.

1042.* Знайдіть найменше значення виразу:

- 1) $x^2 - 8$;
- 2) $7 + x^2$.

При якому значенні x вираз набуває найменшого значення?

1043.* Знайдіть найбільше значення виразу:

- 1) $4 - x^2$;
- 2) $-x^2 + 10$?

При якому значенні x вираз набуває найбільшого значення?



Вправи для повторення

1044. У скільки разів:

- 1) $\frac{1}{48}$ додатного числа менша, ніж $\frac{1}{6}$ цього числа;
- 2) $\frac{5}{6}$ додатного числа більші, ніж 60 % цього числа?

1045. Галина та Ольга можуть разом наліпити певну кількість вареників за $1\frac{2}{3}$ год. На скільки більше часу потрібно для цього Галині, ніж Ользі, якщо Галина може наліпити потрібну кількість вареників за $3\frac{3}{4}$ год?

1046. За час, потрібний Пончику, щоб з'їсти 6 пиріжків, Карлсон з'їдає 60 ватрушок. Вінні-Пух з'їдає півбарильця меду за час, потрібний Карлсону, щоб з'їсти 20 ватрушок. Скільки пиріжків з'їсть Пончик за час, потрібний Вінні-Пуху, щоб з'їсти барильце меду?

1047. За час, потрібний бабусі, щоб зв'язати 6 шкарпеток, Іринка встигає зв'язати $\frac{2}{3}$ шкарпетки. Скільки шкарпеток устигне зв'язати бабуся за час, потрібний Іринці, щоб зв'язати одну шкарпетку?

Готуємося до вивчення нової теми

1048. Обчисліть зручним способом:

1) $0,2 \cdot 16,7 \cdot 5$;

2) $0,25 \cdot 42,6 \cdot 4$.

1049. Спростіть вираз:

1) $0,3 \cdot 1,6a$;

4) $\frac{4}{5}m \cdot \frac{5}{16}n$;

2) $0,5m \cdot 9n$;

5) $\frac{3}{7}p \cdot 14q$;

3) $0,6a \cdot 0,2b$;

6) $\frac{4}{9}x \cdot 1\frac{1}{8}y$.



Задача від Мудрої Сови

1050. У чемпіонаті України з футболу у вищій лізі беруть участь 16 команд. Доведіть, що в будь-який момент чемпіонату є дві команди, які зіграли однакову кількість матчів. (Команди, які не зіграли жодного матчу, вважають такими, що зіграли однакову кількість матчів.)



Коли зроблено уроки

Ніщо і ще менше

У кожному місті світу є пам'ятники. Їх установлюють людям, героям художніх творів, богам, казковим персонажам і навіть тваринам. Пам'ятник, який зображено на рисунку 104, знаходиться в столиці Угорщини Будапешті та присвячений... нулю. Чому саме ця цифра, а не якась інша, удостоєна такої честі?

Щоб оцінити «видатні заслуги» цифри 0, спробуйте, не використовуючи її, записати, наприклад, число 5 000 270. Звісно, можна записати так: 5ннн27н. Але такий запис не означає відмову від нуля, просто тут цифру 0 позначено іншим символом. Повна відмова від нуля призводить до запису 527. Але це зовсім інше число.

Минули сотні років, перш ніж люди винайшли позиційну систему числення, у якій відсутність розряду в числі позначається спеціальним знаком. Нікому не спадало на думку, що «порожнє місце», «ніщо» можна й треба якось позначати. Де було зроблене це відкриття — у Вавилоні, Греції чи Індії, — залишається невідомим. Зрозуміло одне: винахід цифри 0 — велике досягнення людського розуму, яке заслуговує на пам'ятник.



Рис. 104

Число нуль також особливе: $a + 0 = a$; $a \cdot 0 = 0$; $0 : a = 0$ при $a \neq 0$. Таких властивостей не має жодне інше число.

Число нуль — початок відліку на координатній прямій. До речі, в Угорщині всі відстані від столиці до інших міст вимірюють від пам'ятника нулю. В Україні така «нульова точка»

знаходиться в Києві, на майдані Незалежності (рис. 105).

Ідея позначати те, чого немає, важко далася людям. Тому так довго, понад 2000 років, думка про те, що існує щось менше, ніж ніщо, так складно сприймалася та приживалася. Ви, мабуть, уже здогадалися, що йдеться про від'ємні числа.

Здавалося б, що тут складного? Адже природно, наприклад, борги позначати від'ємними числами, а майно — додатними. Саме так і робили математики Стародавнього Китаю. Щоправда, для позначення від'ємних чисел вони використовували не знак «-», а записували додатні і від'ємні числа різними кольорами.

Труднощі полягали в тому, що не всі дії з від'ємними числами мали таке саме природне тлумачення, як дії з додатними числами. Легко зрозуміти, як додавати і віднімати борги та майно. Але чому, наприклад, $(-5) \cdot (-3) = 15$, мовою «борг — майно» пояснити неможливо. Саме тому ще в XVII ст. багато європейських математиків ставилися з недовірою до від'ємних чисел, а то й узагалі їх не визнавали, називаючи брехливими, абсурдними, неможливими.

Серйозний крок в «узаконенні» від'ємних чисел зробив видатний французький математик і філософ Рене Декарт (1596–1650). Він виділив їм «помешкання» на координатній прямій ліворуч від нуля, таким чином «урівнявши їх у правах» з додатними числами.

Проте таке трактування не пояснювало, як можна множити від'ємні числа, а тому суперечки про їхнє визнання тривали ще майже 200 років.



Рис. 105

38. Переставна та сполучна властивості множення раціональних чисел. Коефіцієнт

У попередньому пункті ви дізналися, що для раціональних чисел справедливою є переставна властивість множення.

Для будь-яких раціональних чисел a і b виконується рівність $ab = ba$.

Також є справедливою і сполучна властивість множення раціональних чисел.

Для будь-яких раціональних чисел a , b і c справедлива рівність $(ab)c = a(bc)$.

Із цих властивостей випливає, що в добутку кількох раціональних чисел можна міняти місцями множники та розставляти дужки, тим самим визначаючи найзручніший порядок виконання дій.

Наприклад:

$$\left(-1\frac{2}{3} \cdot (-5)\right) \cdot \frac{3}{5} = \left(-\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot (-5) = -1 \cdot (-5) = 5.$$

Розглянемо вираз $0,4x \cdot 5y \cdot (-3)$. За допомогою властивостей множення його можна спростити:

$$\begin{aligned} 0,4x \cdot 5y \cdot (-3) &= 0,4 \cdot 5 \cdot x \cdot y \cdot (-3) = \\ &= 2xy \cdot (-3) = 2 \cdot (-3) xy = -6xy. \end{aligned}$$

В отриманому виразі $-6xy$ числовий множник -6 називають коефіцієнтом.

Розглянемо ще кілька прикладів.

У виразі $0,21abc$ коефіцієнтом є число $0,21$, а у виразі $-2\frac{5}{7}x$ коефіцієнт дорівнює $-2\frac{5}{7}$.

Зауважимо, що у виразі $-5ab \cdot 2$ жодне із чисел -5 і 2 не є коефіцієнтом. У виразі $ab \cdot (-10)$ коефіцієнт дорівнює -10 . Проте, як правило, коефіцієнт записують перед буквеними множниками: $-10ab$.

А чому дорівнюють коефіцієнти у виразах $-a$ і a ? Оскільки $-a = -1 \cdot a$, то коефіцієнт виразу $-a$ дорів-

нює -1 . Крім того, $a = 1 \cdot a$. Тому коефіцієнт виразу a вважають таким, що дорівнює 1 .

Розв'язуємо усно

1. Добуток чисел $-2,5$ і 2 помножьте на -10 .
2. Число $-2,5$ помножьте на добуток чисел 2 і -10 .
3. Знайдіть значення виразу $-1,5x$, якщо $x = 4$; -100 ;
 0 ; $-\frac{1}{3}$; -1 ; $0,2$.
4. Додатним чи від'ємним є число a , якщо:
1) $-3a < 0$; 2) $\frac{1}{6}a < 0$; 3) $-0,7a > 0$?
5. Чому дорівнює значення виразу
 $1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + \dots + 97 - 99$?

Вправи

1051.* Виконайте множення:

- 1) $-\frac{1}{9} \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 3 \cdot (-5) \cdot 7 \cdot 9$;
- 2) $8 \cdot (-6) \cdot 4 \cdot (-10) \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$;
- 3) $0,2 \cdot (-0,25) \cdot (-0,5) \cdot 5 \cdot (-4) \cdot (-2)$.

1052.* Назвіть коефіцієнт виразу:

- 1) $6a$; 3) $-xy$; 5) $\frac{3}{7}abc$; 7) xyz ;
- 2) $-7,2b$; 4) $1,8mp$; 6) $-2\frac{1}{3}p$; 8) $4\frac{4}{11}mk$.

1053.* Спростіть вираз і вкажіть його коефіцієнт:

- 1) $4a \cdot (-1,2)$; 4) $-3,2p \cdot (-0,5k)$;
- 2) $-0,2b \cdot (-0,14)$; 5) $-\frac{3}{28}x \cdot \frac{7}{18} \cdot (-y)$;
- 3) $-6a \cdot 8b$; 6) $-1\frac{1}{7}k \cdot 1\frac{3}{4}p \cdot \left(-\frac{1}{2}m\right)$.

1054.* Спростіть вираз і вкажіть його коефіцієнт:

1) $3m \cdot (-2,1)$;

4) $-7a \cdot 3b \cdot (-6c)$;

2) $3,6 \cdot (-5x)$;

5) $16x \cdot \left(-\frac{8}{15}b\right) \cdot \frac{45}{64}k$;

3) $10m \cdot (-1,7) \cdot n$;

6) $-0,2t \cdot (-5a) \cdot (-b)$.

1055.* Обчисліть найзручнішим способом:

1) $-4 \cdot 23 \cdot (-0,5)$;

2) $-0,4 \cdot (-250) \cdot 5 \cdot (-0,2)$;

3) $\frac{7}{13} \cdot (-6,5) \cdot 0,4 \cdot \left(-1\frac{6}{7}\right)$;

4) $\frac{6}{23} \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot (-69) \cdot \frac{3}{7}$;

5) $-0,7 \cdot 2,5 \cdot 1\frac{3}{7} \cdot (-4)$;

6) $-\frac{5}{18} \cdot \left(-\frac{4}{13}\right) \cdot \frac{9}{25} \cdot (-26)$.

1056.* Обчисліть найзручнішим способом:

1) $-1,25 \cdot (-3,47) \cdot (-8)$;

2) $-0,001 \cdot (-54,8) \cdot 50 \cdot (-2)$;

3) $\frac{9}{16} \cdot \frac{11}{35} \cdot (-32) \cdot (-70)$;

4) $4,8 \cdot \left(-2\frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{5}{24}\right) \cdot \left(-\frac{6}{13}\right)$.

1057.* Чому дорівнює добуток усіх цілих чисел, які більші за -20 і менші від 20 ?

1058.* Додатним, від'ємним чи нулем є добуток п'яти чисел, якщо:

1) два числа додатні, а решта — від'ємні;

2) два числа від'ємні, а решта — додатні;

3) чотири числа від'ємні, а одне — додатне;

4) два числа від'ємні, два числа — додатні, а одне — нуль?

1059.* Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $-\frac{8}{15}a \cdot 3\frac{3}{4}b$, якщо $a = -\frac{1}{3}$, $b = \frac{1}{6}$;

2) $-\frac{7}{20}x \cdot \left(-1\frac{1}{14}\right) \cdot y \cdot \left(-2\frac{2}{3}z\right)$, якщо $x = -3\frac{3}{7}$, $y = 14$,
 $z = -\frac{5}{16}$.

1060.* Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $200m \cdot (-0,4n)$, якщо $m = -0,25$, $n = -0,2$;

2) $-\frac{1}{3}m \cdot \left(-\frac{3}{4}n\right) \cdot 20p$, якщо $m = -\frac{3}{20}$, $p = \frac{4}{9}$, $n = -30$.

1061.** Сума двадцяти чисел, кожне з яких дорівнює 1 або -1 , дорівнює 0. Знайдіть добуток цих двадцяти чисел.



Вправи для повторення

1062. Чи є правильним твердження:

- 1) якщо $a > 0$ і $b > 0$, то $ab > 0$;
- 2) якщо $a < 0$ і $b < 0$, то $ab < 0$;
- 3) якщо $ab > 0$, то $a > 0$ і $b > 0$;
- 4) якщо $ab < 0$, то $a > 0$ і $b < 0$?

1063. На скільки добуток чисел $-4,2$ і $-3,5$ більший:

- 1) за більше з них; 2) за їхню суму?

1064. На скільки добуток чисел $-1,6$ і $2,5$ менший:

- 1) від меншого з них; 2) від їхньої суми?

1065. Подайте у вигляді суми двох дробів із чисельником 1 дріб:

1) $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{7}{12}$; 3) $\frac{9}{20}$; 4) $\frac{4}{9}$; 5) $\frac{1}{2}$.

1066. За один місяць завод виготовив продукції на 644 тис. грн, що на 15 % більше, ніж було заплановано. На яку суму планували на заводі виготовити продукції?

Готуємося до вивчення нової теми

1067. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

$$1) 3,18 \cdot 7,8 + 3,18 \cdot 2,2; \quad 2) 2\frac{7}{15} \cdot \frac{4}{9} + 2\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{9}.$$

1068. Розкрийте дужки:

$$1) 8(a + 4); \quad 2) 3(b + 1); \quad 3) 0,4(x - 5).$$

1069. Спростіть вираз:

$$1) 5t + 7t; \quad 2) 6n + 3n + n; \quad 3) 9y - 3y - y.$$



Задача від Мудрої Сови

1070. Чотири хлопчики змагалися з кількох (більше одного) видів спорту. У кожному з видів спорту за одне й те саме місце нараховували однакову кількість балів (виражених натуральним числом), причому кожне з місць (1-ше, 2-ге, 3-тє, 4-те) міг зайняти тільки один з учасників. Наприкінці цих змагань виявилось, що хлопчики здобули 16, 14, 13 і 12 балів відповідно. З'ясуйте, у скількох видах спорту вони змагалися.

39. Розподільна властивість множення

Розподільна властивість множення відносно додавання є правильною не тільки для додатних чисел. Вона залишається справедливою для будь-яких раціональних чисел.

Для будь-яких раціональних чисел a , b і c виконується рівність

$$a(b + c) = ab + ac \text{ — розподільна властивість множення відносно додавання}$$

Наприклад,

$$-3(2a + 5b) = -3 \cdot 2a + (-3) \cdot 5b = -6a - 15b;$$

$$x(2 - y) = x(2 + (-y)) = 2x + (-xy) = 2x - xy.$$

У результаті застосування розподільної властивості отримали вирази, які не містять дужок. Такі перетворення виразів називають **розкриттям дужок**.

Розподільну властивість можна застосовувати й тоді, коли кількість доданків у дужках більша, ніж два.

Наприклад:

$$2(x - y + b) = 2x - 2y + 2b;$$

$$-3(a - b - c + d) = -3a + 3b + 3c - 3d;$$

$$-1 \cdot (x - y + z - t) = -x + y - z + t.$$

В останній рівності замість множника -1 , який стоїть перед дужкою, зазвичай пишуть знак « $-$ », тобто $-1 \cdot (x - y + z - t) = -(x - y + z - t)$. Тоді можна записати:

$$-(x - y + z - t) = -x + y - z + t.$$

Цей приклад ілюструє таке правило.

Якщо перед дужками стоїть знак « $-$ », то при розкритті дужок треба опустити цей знак, а всі знаки, які стоять перед доданками всередині дужок, змінити на протилежні.

Розглянемо вираз $a + 1 \cdot (b - c + d)$. Маємо:

$$a + 1 \cdot (b - c + d) = a + b - c + d.$$

Однак замість виразу $a + 1 \cdot (b - c + d)$ зазвичай пишуть вираз $a + (b - c + d)$. Маємо:

$$a + (b - c + d) = a + b - c + d.$$

Цей приклад ілюструє таке правило.

Якщо перед дужками стоїть знак « $+$ », то при розкритті дужок треба опустити цей знак, а всі знаки, які стоять перед доданками всередині дужок, залишити без змін.

Розподільну властивість множення можна застосовувати й у такому вигляді:

$$ab + ac = a(b + c).$$

Заміну виразу $ab + ac$ на вираз $a(b + c)$ називають винесенням спільного множника за дужки.

Наприклад:

$$\begin{aligned}3x - 3y &= 3(x - y); \\7 \cdot 9 - 5 \cdot 9 &= 9(7 - 5); \\5a + 5 &= 5a + 5 \cdot 1 = 5(a + 1).\end{aligned}$$

Розглянемо вираз $7a - 9a + 5a$. Він складається з трьох доданків $7a$, $-9a$, $5a$, які мають однакову буквену частину. Такі доданки називають **подібними**. Винесемо спільний множник a за дужки:

$$7a - 9a + 5a = a(7 - 9 + 5) = a \cdot 3 = 3a.$$

Отже, ми спростили вираз $7a - 9a + 5a$, замінивши його на вираз $3a$. Таку заміну називають **зведенням подібних доданків**.

Щоб звести подібні доданки, треба додати їхні коефіцієнти й отриманий результат помножити на спільну буквену частину.



1. Як записують у буквеному вигляді розподільну властивість множення?
2. Сформулюйте правило розкриття дужок, перед якими стоїть знак «-».
3. Сформулюйте правило розкриття дужок, перед якими стоїть знак «+».
4. Які доданки називають подібними?
5. Що треба зробити, щоб звести подібні доданки?

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть добуток суми чисел -8 і 12 та числа -5 .
2. Знайдіть суму добутку чисел -8 і -5 та добутку чисел 12 і -5 .
3. Василь спіймав 49 окунів і карасів, причому кількість окунів відносилася до кількості карасів як $2 : 5$. Скільки карасів спіймав Василь?

4. Коли Дмитрик прочитав $\frac{1}{3}$ книги, йому залишилося прочитати ще 40 сторінок, щоб прочитаною виявилася половина книги. Скільки сторінок у книзі?
5. Коли Дмитрик прочитав $\frac{1}{3}$ книги, йому залишилося прочитати на 40 сторінок більше, ніж уже було прочитано. Скільки сторінок у книзі?

Вправи

1071.* Чи правильно застосовано розподільну властивість множення:

- 1) $-3(4+8)=-12-24$; 4) $-5(p-k+9)=5p+5k-45$;
2) $(-5-6) \cdot 7=-35-42$; 5) $-(0,2+c)=-0,2+c$;
3) $(m-n) \cdot (-2)=-2m-2n$; 6) $-(-a-b)=a-b$?

У разі заперечної відповіді вкажіть, у чому полягає помилка.

1072.* Розкрийте дужки:

- 1) $2(a+3b-7c)$; 4) $-0,4a(-4b+3p-1,1c)$;
2) $0,4(1,3x-0,5y-1,3)$; 5) $-m(-k+29n-38,9)$;
3) $(a-4d+3p) \cdot (-0,8)$; 6) $(0,1+0,3x-2y) \cdot (-10a)$.

1073.* Розкрийте дужки:

- 1) $-3(4+5m-6n)$;
2) $-0,2(-14t+z-25y)$;
3) $(-3,1x+7,8y-9,6) \cdot 0,1$;
4) $(0,7x-0,6y+0,5z) \cdot (-1,5p)$.

1074.* Розкрийте дужки та знайдіть значення виразу:

- 1) $12,14 - (3,5 + 6,14)$;
2) $2,67 - (8,04 - 7,33)$;
3) $4,3 + (9,2 - 4,3 + 3,8)$;
4) $(3,98 - 7,36) - (5,98 - 10,36)$.

1075.* Розкрийте дужки та знайдіть значення виразу:

- 1) $9,38 - (-10 + 5,38)$;
- 2) $-8,76 - (-3,25 - 10,76)$;
- 3) $-6,19 + (-1,5 + 5,19)$;
- 4) $-(-21,4 + 12,7) + (-20,4 + 12,7)$.

1076.* Розкрийте дужки та спростіть вираз:

- 1) $m - (n + m)$; 3) $(x + 3,2) - (x + 6,4)$;
- 2) $x + (-x + y)$; 4) $-(m - 4,7 + n) - (10,3 - m)$.

1077.* Розкрийте дужки та спростіть вираз:

- 1) $-(a - b) - b$; 3) $-(2,7 - a) + (-a + 1,8)$;
- 2) $-c + (c - d)$; 4) $-(-6,2 + a + b) - (a - b + 10,9)$.

1078.* Запишіть суму двох виразів і спростіть її:

- 1) $-8 - a$ і $a + 23$;
- 2) $1,3 + m$ і $-4 - m$;
- 3) $p - m + k$ і $-p + m + k$;
- 4) $3,7 - 2,6 + 4,2$ і $-12,5 + 2,6 - 4,2$.

1079.* Запишіть різницю двох виразів і спростіть її:

- 1) $-8,4 + a$ і $a + 14,9$; 3) $m - n$ і $-n + m - p$;
- 2) $42 - b$ і $-b + 36,4$; 4) $-2,2 + 4,9 - c$ і $4,9 - c - 1,3$.

1080.* Зведіть подібні доданки:

- 1) $7x - 18x + 25x - 6x$;
- 2) $-0,3b - 1,4b + 3,1b + 0,7b$;
- 3) $11a - 16b - 18a + 9b$;
- 4) $-0,8k + 0,9p - 1,7k + 0,5k + 1,4p$.

1081.* Зведіть подібні доданки:

- 1) $-4a + 12a + 13a - 27a$;
- 2) $4,2x - 4,8x - 6,3x - 2,4x$;
- 3) $-17x + 19y - 15y + 13x$;
- 4) $0,9n - 0,8m - 0,7m + 3,5n - 1,9n$.

1082.* Розкрийте дужки та зведіть подібні доданки:

- 1) $3(5a + 4) - 11a$;
- 2) $-0,2(4b - 7) + 1,4b$;
- 3) $3a(7 - b) - 7(b - 3a)$;
- 4) $-4(2k - 9) - 3(6k + 1)$;
- 5) $(3x - 11) \cdot 0,2 - 5(0,4 - 0,3x)$;

6) $\frac{1}{6}(18m - 24n) - (5m + 2n)$;

7) $-3,5(3a - 2b) + 2(1,3a - b)$;

8) $-(8a - 13) + 3(4 - 3a)$.

1083.* Розкрийте дужки та зведіть подібні доданки:

1) $-4x - 8(9 - 2x)$;

2) $\frac{1}{3}(12 - 2,1y) + 0,3y$;

3) $6(3x - 2) + 4(5x - 1)$;

4) $-7(3 - 4c) + 14(0,5 + 2c)$;

5) $3(2,1x - y) - 2,8(2x - 3y)$;

6) $0,4(8t + 7) - 1,6(2t - 3)$.

1084.* Виведіть за дужки спільний множник:

1) $5a + 5b$;

4) $12a - 6b + 18c$;

2) $ax - bx$;

5) $0,3ab + 1,3ac - a$;

3) $-6a + 6b - 6$;

6) $9m - 6n + 12k - 15$.

1185.* Виведіть за дужки спільний множник:

1) $3c - 3d$;

3) $7a - 7b - 7c$;

2) $mx - my$;

4) $-12x - 8y + 20$.

1086.* Запишіть вираз, значення якого є протилежним до значення даного виразу при будь-якому значенні a :

1) $a - 8$;

2) $a + 8$;

3) $-a + 8$;

4) $-a - 8$.

1087.* Розкрийте дужки:

1) $-12\left(\frac{5}{6}a - \frac{1}{4}b + \frac{7}{24}c - \frac{1}{12}\right)$;

2) $\left(16a + 8b - \frac{5}{9}c - \frac{4}{9}d\right) \cdot \left(-\frac{9}{32}n\right)$;

3) $-\frac{4}{15}bc\left(-45a - 30d + 3\frac{3}{4}m - \frac{3}{8}\right)$;

4) $(-3,6ab + 20a - b - 100) \cdot (-5xy)$.

1088.* Розкрийте дужки:

1) $\frac{3}{7}b\left(-14t - \frac{7}{9}y + 2\frac{1}{3}c\right)$;

2) $-1,2xy\left(5m - 6c + \frac{1}{6}t - \frac{5}{6}\right)$;

3) $0,3mn(1,5 - 6bc + 7b - 10c)$.

1089.* Обчисліть найзручнішим способом:

$$1) 6,72 \cdot \left(-2\frac{11}{3}\right) + 3,72 \cdot 2\frac{1}{3};$$

$$2) -7,2 \cdot 2\frac{2}{15} - 7,2 \cdot 3\frac{7}{15} - 7,2 \cdot \left(-4\frac{4}{15}\right);$$

$$3) -3\frac{9}{14} \cdot 0,3 - 0,3 \cdot \left(-1\frac{10}{21}\right) + 0,3 \cdot 1\frac{1}{6}.$$

1090.* Обчисліть найзручнішим способом:

$$1) -32,3 \cdot 7\frac{10}{13} + 2\frac{3}{13} \cdot (-32,3);$$

$$2) 1,6 \cdot (-5,3) - 2,4 \cdot (-5,3) - 4\frac{4}{5} \cdot 5,3;$$

$$3) -5,6 \cdot 4\frac{2}{3} + 6\frac{47}{48} \cdot 5,6 + 2\frac{5}{16} \cdot (-5,6).$$

1091.* Зведіть подібні доданки:

$$1) -\frac{1}{6}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{9}x - \frac{1}{2}y;$$

$$2) \frac{3}{7}a - \frac{2}{15}b - \frac{5}{14}a + \frac{7}{30}b;$$

$$3) -\frac{15}{16}m + \frac{7}{12}n + \frac{5}{12}m - \frac{3}{8}p - \frac{5}{8}n - \frac{1}{4}p;$$

$$4) \frac{7}{18}b - \frac{13}{28}c - \frac{5}{14}c - \frac{23}{36}b + \frac{4}{7}c + \frac{4}{9}b.$$

1092.* Спростіть вираз та знайдіть його значення:

$$1) 0,8y + 0,5y - 0,9y - 0,7y, \text{ якщо } y = -1,8;$$

$$2) 20a - 15b - 10a + 6b, \text{ якщо } a = -0,3, b = 0,7;$$

$$3) a \cdot (-2,4) + 3,2a - (-4,8), \text{ якщо } a = -0,2;$$

$$4) 6,2 \cdot b - b \cdot (-7,3) - (-4,5) \cdot (-b), \text{ якщо } b = -1,4.$$

1093.* Спростіть вираз та знайдіть його значення:

$$1) -0,6x - 1,2x + 3,2x - 5,6x, \text{ якщо } x = 3,5;$$

$$2) -2,7x + 3,6y + 4,5x - 5,8y, \text{ якщо } x = -1\frac{1}{9}, y = -\frac{4}{11}.$$

1094.* Розкрийте дужки та зведіть подібні доданки:

$$1) \frac{2}{3} \left(-\frac{3}{8}x + 6 \right) - \frac{3}{7} \left(28 - \frac{7}{12}x \right);$$

$$2) -\frac{2}{9} \left(2,7x - 1\frac{1}{2}y \right) - 1\frac{1}{6} \left(2,4x - 1\frac{5}{7}y \right).$$

1095.* Знайдіть значення виразу:

$$1) -6(2a - 7) + 4(5a - 6) \text{ при } a = -2,5;$$

$$2) -1,1(2m - 4) - (2 - 3m) - 0,4(1 - m) \text{ при } m = -4;$$

$$3) 1\frac{1}{9}(3y - 9) - 8\frac{1}{3}(y - 6) \text{ при } y = 3,6.$$

1096.* Знайдіть значення виразу:

$$1) 7(3 - 4b) - 5(3b + 4) \text{ при } b = -0,2;$$

$$2) -2(3,1x - 1) + 3(1,2x + 1) - 8(0,3x + 3) \text{ при } x = 0,8;$$

$$3) -2\frac{4}{13}(13 - p) + 1\frac{1}{13}(26 - p) \text{ при } p = 3\frac{1}{4}.$$

1097.* Винесіть за дужки спільний множник:

$$1) 6ax - 12a + 9ay; \quad 3) -8mn - 6mk - 10m;$$

$$2) 7ab + 14ac - 28a; \quad 4) 8abc - 24abd - 6ab.$$

1098.* Винесіть за дужки спільний множник:

$$1) -1,2pc - 0,2mc + c; \quad 3) -6ax - 30ay - 42az;$$

$$2) -35ac - 15bc + 20abc; \quad 4) 9mnp + 45mnk - 27mp.$$

1099.* Доведіть, що значення виразу не залежить від значення змінної:

$$1) 4(a - 3) - 3(6 - a) + (20 - 7a);$$

$$2) (3m - 7) \cdot 0,6 - 0,8(4m - 5) - (-1,7 - 1,4m).$$

1100.* Доведіть, що при будь-якому значенні змінної:

$$1) \text{ вираз } 3(5,1k - 2,5) - 0,9(17k + 5) \text{ набуває від'ємного значення};$$

$$2) \text{ вираз } -0,2(36x + 15) + 0,6(12x + 7) \text{ набуває додатного значення}.$$

1101.* Доведіть, що при будь-якому натуральному значенні n значення виразу:

$$1) 5(4n - 4,2) - 7(2n - 3) \text{ кратне } 6;$$

$$2) 9(3n - 8) + 2(36 - 11n) \text{ кратне } 5.$$

1102." Знайдіть значення виразу:

- 1) $-4(n - k)$, якщо $k - n = -7$;
- 2) $4m - (m + 3n)$, якщо $m - n = -0,8$;
- 3) $-3a - (8b - 15a)$, якщо $3a - 2b = -0,25$;
- 4) $6(2x - 3y) - 2(x + y)$, якщо $2y - x = 17,8$;
- 5) $7a(3b + 4c) - 3a\left(b + \frac{1}{3}c\right)$, якщо $a = -3\frac{1}{3}$,
 $3c + 2b = -1,6$.

1103." Чому дорівнює значення виразу:

- 1) $5a - (3a - 10b)$, якщо $a + 5b = 1,7$;
- 2) $-0,9x - (0,6x + 0,5y)$, якщо $3x + y = -0,2$;
- 3) $2m(n - 4p) + 5mp$, якщо $m = 4$, $3p - 2n = -0,4$?

1104." Запишіть вираз без знака модуля:

- 1) $|\pi - 3,14|$; 2) $|3 - \pi|$; 3) $|3,142 - \pi|$; 4) $|\pi - 3,15|$.




Вправи для повторення

1105. Знак якої арифметичної дії треба поставити замість зірочки, щоб утворилася правильна рівність:

- 1) $\frac{6}{7} * 1\frac{1}{6} = 1$;
- 2) $\frac{2}{9} * \frac{5}{9} = \frac{2}{5}$;
- 3) $3 * 2\frac{2}{11} = \frac{9}{11}$;
- 4) $1,2 * \frac{5}{6} = 1$?

1106. Подайте у вигляді різниці двох дробів із чисельником 1 дріб:

- 1) $\frac{1}{12}$;
- 2) $\frac{2}{63}$;
- 3) $\frac{1}{4}$;
- 4) $\frac{3}{28}$;
- 5) $\frac{1}{24}$.

 **1107.** До зниження ціни стілець коштував 400 грн. Якою стала ціна стільця після двох послідовних знижень ціни — спершу на 5 %, а потім на 10 %?

1108. Однією дорогою в протилежних напрямках рухаються вершник зі швидкістю 14 км/год і пішохід зі швидкістю 4 км/год. Якою буде відстань між

ними через 15 хв, якщо зараз вона становить 3 км? Скільки розв'язків має задача?



Задача від Мудрої Сови

1109. У вершинах куба записано 8 різних чисел. Доведіть, що хоча б одне з них менше від середнього арифметичного трьох сусідніх чисел (сусідніми називають числа, записані на кінцях одного ребра).

40. Ділення раціональних чисел

Як і у випадку з додатними числами, частку раціональних чисел означають за допомогою множення.

Часткою раціональних чисел a і b ($b \neq 0$) називають таке раціональне число x , добуток якого із числом b дорівнює числу a .

Інакше кажучи, рівність $a : b = x$ є справедливою, якщо справедлива рівність $xb = a$.

Наприклад:

$$8 : (-2) = -4, \text{ оскільки } -4 \cdot (-2) = 8;$$

$$-12 : 4 = -3, \text{ оскільки } -3 \cdot 4 = -12;$$

$$-26 : (-2) = 13, \text{ оскільки } 13 \cdot (-2) = -26;$$

$$-0,16 : (-0,4) = 0,4, \text{ оскільки } 0,4 \cdot (-0,4) = -0,16;$$

$$\frac{1}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{2}, \text{ оскільки } -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3};$$

$$0 : \left(-7\frac{9}{14}\right) = 0, \text{ оскільки } 0 \cdot \left(-7\frac{9}{14}\right) = 0;$$

$$-2,5 : (-2,5) = 1, \text{ оскільки } 1 \cdot (-2,5) = -2,5.$$

Ці приклади ілюструють такі правила.

Щоб знайти частку двох чисел з різними знаками, треба поділити модуль діленого на модуль дільника й перед отриманим числом поставити знак «-».

Щоб знайти частку двох від'ємних чисел, треба поділити модуль діленого на модуль дільника.

Очевидно, що для будь-якого раціонального числа a

$$a : 1 = a$$

Якщо $a \neq 0$, то

$$0 : a = 0, \quad a : a = 1$$

На нуль ділити не можна.



1. Як знайти частку двох чисел з різними знаками?
2. Як знайти частку двох від'ємних чисел?
3. Чому дорівнює частка будь-якого числа й одиниці? двох рівних чисел, відмінних від нуля?

Розв'язуємо усно

1. Яке число є оберненим до числа:
 - 1) $\frac{2}{3}$; 2) $1\frac{1}{14}$; 3) 8; 4) 0,13; 5) 2,79; 6) 1?
2. Назвіть число, протилежне даному, і число, обернене до нього:
 - 1) $\frac{4}{9}$; 2) $-\frac{7}{8}$; 3) 9; 4) -6; 5) $4\frac{1}{15}$; 6) $-9\frac{2}{11}$.
3. У кошику лежать 30 яблук і 20 груш. Яка ймовірність витягти з кошика яблуко? грушу? сливу? яблуко або грушу?
4. Яке із чисел -2, -1, 0, 1 є значенням виразу

$$(-1)^3 + (-1)^4 + (-1)^5 + (-1)^6 + (-1)^7?$$
5. Тетянка купила зошити, з яких 20 % були в клітинку, а решта — у лінійку. У скільки разів більше Тетянка купила зошитів у лінійку, ніж у клітинку?

Вправи



1110.* Заповніть таблицю:

a	12	-12	-12	25	-40	-9	-8	0
b	-3	3	-3	-5	-8	-9	8	-6
$a : b$								

1111.* Виконайте ділення:

1) $24 : (-8)$; 5) $-2 : 8$; 9) $22 : \left(-\frac{11}{17}\right)$;

2) $-72 : (-6)$; 6) $-1 : 25$; 10) $-\frac{14}{15} : 21$;

3) $-11,34 : (-42)$; 7) $-0,72 : (-0,8)$; 11) $\frac{19}{25} : \left(-7\frac{3}{5}\right)$;

4) $17 : (-5)$; 8) $-\frac{6}{35} : \frac{18}{25}$; 12) $-1\frac{5}{9} : 2\frac{13}{18}$.

1112.* Виконайте ділення:

1) $-36 : 9$; 5) $-21 : (-14)$; 9) $-12 : \left(-\frac{6}{7}\right)$;

2) $-45 : (-5)$; 6) $6 : (-12)$; 10) $-\frac{3}{4} : (-5)$;

3) $-78,2 : (-34)$; 7) $-8,4 : 0,07$; 11) $-1\frac{8}{27} : \left(-1\frac{5}{9}\right)$;

4) $-13 : 2$; 8) $\frac{3}{14} : \left(-\frac{2}{21}\right)$; 12) $-3\frac{3}{26} : \left(-2\frac{10}{13}\right)$.

1113.* Розв'яжіть рівняння:

1) $9x = -54$; 6) $-3,78 : x = -0,6$;

2) $1,2x = -6$; 7) $-\frac{32}{63} : x = \frac{8}{21}$;

3) $13x = -6$; 8) $x : \left(-1\frac{3}{13}\right) = -0,26$;

4) $-21x = 48$; 9) $18 : (-x) = 0,6$.

5) $2\frac{1}{7}x = -1\frac{11}{14}$;

1114.* Розв'яжіть рівняння:

1) $-0,8x = -5,6$; 3) $-6x = -8$; 5) $40,5 : x = -9$;

2) $-7x = 4$; 4) $\frac{2}{3}x = -\frac{3}{8}$; 6) $x : \frac{2}{7} = -1,4$.

1115.* Які з дробів $-\frac{a}{b}$, $\frac{-a}{-b}$, $\frac{a}{-b}$, $\frac{a}{b}$, $\frac{-a}{b}$ рівні?

1116.* Виконайте дії:

1) $3,2 : (-8) + (-4,8) : (-6)$;

2) $2,1 \cdot (-4) - 7,8 : (-6)$;

3) $14,4 : (-0,18) - 8,5 : (6,3 - 8)$.

1117.* Виконайте дії:

1) $-5,4 : 0,6 + 9,6 : (-0,8)$;

2) $-3,5 \cdot 6 - 0,8 : (-0,16)$;

3) $-21,6 : (-0,12) + 9,6 : (8,9 - 11,3)$.

1118.* Знайдіть значення виразу:

1) $\left(-\frac{4}{15} + \frac{5}{9}\right) : \left(-\frac{26}{45}\right)$;

2) $-12 : \left\{-2\frac{1}{13}\right\} + 1\frac{1}{4} : \left\{-\frac{15}{46}\right\}$;

3) $\left(-3\frac{3}{10} - 1\frac{8}{15}\right) : \left(-1\frac{2}{27}\right)$;

4) $\left(\frac{9}{20} - \frac{7}{8}\right) : \left(-\frac{7}{45} - \frac{2}{9}\right)$.

1119.* Обчисліть:

1) $\left(-\frac{3}{14} - \frac{8}{21}\right) : \frac{20}{21}$;

3) $\left(-4\frac{1}{12} + 3\frac{9}{10}\right) : 3\frac{3}{10}$;

2) $\frac{3}{8} : \left(-\frac{5}{8}\right) - \left(-2\frac{1}{4}\right) : \left(-1\frac{4}{11}\right)$; 4) $\left(\frac{11}{14} - \frac{5}{6}\right) : \left(\frac{11}{14} - \frac{3}{4}\right)$.

1120.* Розв'яжіть рівняння:

1) $|x| : (-1,2) = -4$; 2) $-0,72 : |x| = -0,9$.

1121.* Розв'яжіть рівняння:

1) $-3y - 9y + 5y = 2,1$;

2) $-2,4m + 3,8m + 1,2m = -0,052$;

$$3) -\frac{3}{7}a + \frac{5}{6}a - \frac{8}{21}a = -\frac{1}{49};$$

$$4) -8\frac{7}{16}c + 10\frac{19}{24}c - 3\frac{3}{8}c = -3\frac{1}{16};$$

$$5) 2,3x - (-7,2) \cdot x + x \cdot (-1,5) = -2,4;$$

$$6) 3,4y + y \cdot (-8,1) - (-2,2) \cdot y = -10.$$

1122.* Розв'яжіть рівняння:

$$1) -7x + 4x - 8x = -9,9;$$

$$2) 0,6y - 1,9y - 0,5y = 0,54;$$

$$3) \frac{1}{8}x - \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x = -\frac{5}{18};$$

$$4) -9\frac{5}{6}b + 2\frac{3}{4}b + 1\frac{5}{12}b = 1\frac{7}{27}.$$

1123.* Виконайте дії:

$$1) -84 : 2,1 - 4,64 : (-5,8) - 6 : 24 + 1,4 : (-0,28);$$

$$2) (-32,64 : 0,8 + 4,324 : (-0,46)) \cdot 1,5 + 28,16.$$

1124.* Обчисліть:

$$1) 2,46 : (-4,1) - 15 : 0,25 - 40 : (-25) + (-14,4) : (-0,32);$$

$$2) (-12,16 : (-0,4) + 4,62 : (-0,3)) \cdot (-2,4) - 93,7.$$

1125.* Знайдіть значення виразу:

$$1) \left(2\frac{13}{48} - \left(-2\frac{5}{12} \right) \right) : \left(-3\frac{3}{4} \right) + 9\frac{3}{4} : (-13);$$

$$2) \left(1\frac{2}{3} - 3,6 \right) : \left(-2\frac{7}{9} + 4\frac{1}{15} \right) \cdot (-2,6).$$

1126.* Виконайте дії:

$$1) \left(-2\frac{5}{9} + 1\frac{20}{21} \right) : 1\frac{8}{49} - 1\frac{7}{9} : (-6);$$

$$2) \left(5\frac{5}{9} - 6,8 \right) : \left(2\frac{13}{30} - 2\frac{1}{12} \right) \cdot 3,6.$$

1127.** При яких значеннях a і b є правильною рівність:

$$1) a : b = 1;$$

$$2) a : b = -1;$$

$$3) a : b = 0?$$



Вправи для повторення

1128. Замість зірочок поставте такі цифри (замість однієї зірочки — одну цифру), щоб:
- 1) число $*4*$ ділилося націло на 3 і на 10;
 - 2) число $12*4*$ ділилося націло на 9 і на 5;
 - 3) число $67*$ ділилося націло на 2 і на 3.
- Знайдіть усі можливі розв'язки.
1129. Мухтар почав наздоганяти злочинця, коли той був на відстані 1,2 км від нього, і схопив його через 3 хв. З якою швидкістю біг пес, якщо злочинець намагався втекти зі швидкістю 0,2 км/хв?
1130. У шафі висіли сорочки, з яких $\frac{1}{3}$ були білого кольору, а 5 сорочок — чорного. Скільки всього сорочок було в шафі, якщо 50 % з них не були ні білими, ні чорними?
1131. Кирило вибрав у бібліотеці три книги. Проте додому він може взяти тільки дві з них. Скільки варіантів вибору двох книг є у Кирила?
1132. Маса кавуна на 1 кг 200 г більша, ніж 60 % його маси. Яка маса кавуна?
1133. У сім'ї Петренків дев'ятеро дітей і двоє батьків. Середній вік усіх дітей становить 6 років, а середній вік усіх членів родини — 12 років. Який середній вік батьків?

Готуємося до вивчення нової теми

1134. Чи є коренем рівняння $4(x+6) = x+9$ число:
- 1) -3;
 - 2) 0;
 - 3) 2;
 - 4) -5?
1135. Чи є коренем рівняння $x^2 = 2x+3$ число:
- 1) 3;
 - 2) -2;
 - 3) -1;
 - 4) 4?

1136. Які з наведених рівнянь мають безліч коренів, а які — не мають коренів:

- 1) $2x - 1 = 3$; 3) $x + 2 = x + 2$; 5) $x + 2 = 3 + x$;
2) $3x + 2 = 2$; 4) $2x + 2 = 2(x + 1)$; 6) $0 \cdot x = 3$?



**Задача
від Мудрої Сови**

1137. У країні Севентаун є сім міст, кожне з яких сполучене шляхами більш ніж із двома містами. Доведіть, що з будь-якого міста можна дістатися до будь-якого іншого (можливо, проїжджаючи через інші міста).

41. Розв'язування рівнянь

За допомогою правила знаходження невідомого доданка ви можете розв'язувати рівняння виду $x + a = b$, де x — невідоме число, a і b — відомі числа.

Наприклад, розв'язуючи рівняння $x + 2 = 5$, можна записати $x = 5 - 2$. Звідси $x = 3$.

Аналогічно розв'язують рівняння $x + 5 = 2$:

$$x = 2 - 5;$$

$$x = -3.$$

До речі, не знаючи від'ємних чисел, неможливо знайти корінь цього рівняння.

А як розв'язати, наприклад, рівняння

$$2x - 1 = x + 5?$$

Жодне з відомих вам правил застосувати для розв'язування даного рівняння не вдасться.

У цьому пункті ви навчитесь розв'язувати такі рівняння.

Якщо до двох рівних чисел додати одне й те саме число, то знову отримаємо два рівних числа.

Іншими словами, якщо $a = b$, то $a + c = b + c$. Це твердження називають властивістю рівності. Для рівнянь є справедливою аналогічна властивість.

Якщо до обох частин даного рівняння додати (або від обох частин відняти) одне й те саме число, то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.

Зауважимо, що коли дане рівняння не має коренів, то, додавши до обох його частин одне й те саме число, отримаємо рівняння, яке також не має коренів.

Застосуємо це правило до вже розглянутого рівняння $x+2=5$. До обох його частин додамо число -2 . Отримаємо:

$$x+2+(-2)=5+(-2).$$

Звідси $x=5-2$.

Ми бачимо, що доданок 2 «перестрибнув» з лівої частини рівняння до правої, змінивши при цьому знак на протилежний.

Цей приклад ілюструє таке твердження.

Якщо який-небудь доданок перенести з однієї частини рівняння в другу, змінивши при цьому його знак на протилежний, то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.

Повернемося до рівняння $2x-1=x+5$.

Перенесемо доданок x із правої частини рівняння в ліву, а доданок -1 — з лівої частини в праву, помінявши знаки цих доданків.

Отримаємо $2x-x=5+1$.

Звідси $x=6$.

Розв'яжемо рівняння $\frac{1}{3}x=4$. За правилом знаходження невідомого множника запишемо: $x=4:\frac{1}{3}$. Звідси $x=12$.

Цей результат можна отримати й іншим способом. Помножимо обидві частини рівняння $\frac{1}{3}x=4$ на число 3. Отримаємо: $3 \cdot \frac{1}{3}x=3 \cdot 4$. Звідси $x=12$.

Цей приклад ілюструє таке твердження.

Якщо обидві частини рівняння помножити (або поділити) на одне й те саме відмінне від нуля число, то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.

Чому в цьому твердженні заборонено множити обидві частини рівняння на 0?

Пояснимо це на прикладі рівняння $2x = 4$. Число 2 — єдиний його корінь. Якщо ж обидві частини цього рівняння помножити на 0, то отримаємо рівняння $0 \cdot 2x = 0 \cdot 4$, коренем якого є будь-яке число. Отже, корені отриманого рівняння не збігаються з коренями початкового рівняння.



1. Яке рівняння отримаємо, якщо до обох частин даного рівняння додамо одне й те саме число?
2. За яким правилом переносять доданки з однієї частини рівняння в другу?
3. Яке рівняння отримаємо, якщо помножимо або поділимо обидві частини даного рівняння на одне й те саме відмінне від нуля число?

Розв'язуємо усно

1. Спростіть вираз:
1) $m - 4,6 + 2,8 - m$; 3) $10x - 5(-y - 2x)$;
2) $3n - (8n - 5)$; 4) $-(3,2 - p) + (-p - 0,8)$.
2. Чому дорівнює сума 1000 доданків, кожний з яких дорівнює -1 ?
3. Чому дорівнює добуток 1000 множників, кожний з яких дорівнює -1 ?
4. Чому дорівнює частка двох протилежних чисел?
5. У санаторій завезли фрукти. Серед них було 180 кг апельсинів, що становило 0,3 маси всіх фруктів. Скільки кілограмів фруктів завезли в санаторій?

Вправи**1138.*** Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|-----------------------------|---|
| 1) $7x = -30 + 2x$; | 5) $0,2x + 4,3 = 0,4x - 6,5$; |
| 2) $16 - 18x = -25x - 12$; | 6) $0,6x + 100 = 0,9x + 1$; |
| 3) $-17x + 20 = 7x - 28$; | 7) $-\frac{9}{14}x + 18 = -\frac{2}{3}x + 17$; |
| 4) $20 - 2x = 27 + x$; | 8) $-\frac{8}{15}x - 11 = \frac{4}{9}x + 11$. |

1139.* Чому дорівнює корінь рівняння:

- | | |
|---------------------------|--------------------------------|
| 1) $3x = 28 - x$; | 4) $6x - 19 = -x - 10$; |
| 2) $5x + 12 = 8x + 30$; | 5) $0,7 - 0,2x = 0,3x - 1,8$; |
| 3) $33 + 8x = -5x + 72$; | 6) $0,1x + 9 = 0,2x - 4$? |

1140.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $-6(x + 2) = 4x - 17$;
- 2) $(18x - 19) - (4 - 7x) = -73$;
- 3) $10x + 3(7 - 2x) = 13 + 2x$;
- 4) $-3(4 - 5y) + 2(3 - 6y) = -3,9$.

1141.* Знайдіть корінь рівняння:

- 1) $9(x - 1) = x + 15$;
- 2) $(11x + 14) - (5x - 8) = 25$;
- 3) $12 - 4(x - 3) = 39 - 9x$;
- 4) $2(3x + 5) - 3(4x - 1) = 11,8$.

1142.* Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1) $0,8(4x + 5) = -3,2$; | 2) $-2,4(7 - 9y) = -48$. |
|---------------------------|---------------------------|

1143.* Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|------------------------|--------------------------------|
| 1) $-7(2 - 3x) = 56$; | 2) $(5 + 7a) \cdot 15 = -30$. |
|------------------------|--------------------------------|

1144.* Знайдіть корінь рівняння:

- 1) $0,3m + 2(0,2m - 0,3) = 0,8 - 0,7(m - 2)$;
- 2) $0,6 - (1,3x + 1) = 2,8x - 13,52$;
- 3) $\frac{1}{8}\left(\frac{8}{9}y + 8\right) - \frac{1}{5}\left(\frac{5}{6}y + 1\frac{2}{3}\right) = 2$.

1145.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $0,4(x-3)-1,6=5(0,1x-0,5)$;
- 2) $1,5(2x-5)+2x=5(0,5x-1,5)-10$;
- 3) $\frac{2}{3}\left(1\frac{1}{2}x+\frac{3}{5}\right)-\frac{4}{5}\left(\frac{5}{12}x-\frac{1}{2}\right)=1\frac{3}{5}$.

1146.* Чому дорівнює корінь рівняння:

- 1) $-9(6x+1)=-45(2x+2,6)$;
- 2) $0,6(2x+1)=-1,8(3x-4)$?

1147.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $-1,4(x-6)=7(4x+1,2)$;
- 2) $2,6(0,4x-1,4)=-3,9(1,2x-0,9)$.

1148.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\frac{x+0,4}{8}=\frac{0,7-x}{3}$;
- 2) $\frac{5}{6}=\frac{5x+6}{2x+3,2}$.

1149.* Чому дорівнює корінь рівняння:

- 1) $\frac{x-8}{x+2}=\frac{7}{3}$;
- 2) $\frac{4}{x-1,2}=\frac{15}{x-10}$?

1150.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $\frac{x}{12}-\frac{x}{8}=\frac{7}{6}$;
- 2) $\frac{13x}{21}+\frac{9x}{14}=-1$;
- 3) $-\frac{3x}{10}-\frac{7}{15}=\frac{x}{6}$.

1151.* Знайдіть корінь рівняння:

- 1) $\frac{x}{3}+\frac{x}{12}=\frac{15}{4}$;
- 2) $\frac{7x}{9}-\frac{3x}{4}=\frac{5}{12}$;
- 3) $1-\frac{8x}{15}=\frac{4x}{9}$.

1152.* При якому значенні змінної:

- 1) значення виразу $5x-0,4(7x-9)$ дорівнює 2,94;
- 2) вирази $0,4(6-4y)$ і $0,5(7-3y)-1,9$ набувають рівних значень;
- 3) значення виразу $-3(2,1x-4)-1,6$ на 2,6 більше за значення виразу $1,2(0,5-5x)$;
- 4) значення виразу $a+8$ у 7 разів менше від значення виразу $90-3a$?

1153.* При якому значенні змінної:

- 1) значення виразу $2,5x + 3$ ($0,5x - 1,8$) дорівнює $-3,8$;
- 2) вирази $7 - 2x$ і $9x - 8$ ($x + 1$) набувають рівних значень;
- 3) значення виразу $3(m + 1,4) - 6,4$ на $0,7$ менше від значення виразу $8m - 15$ ($m - 1,1$);
- 4) значення виразу $5n - 1$ у 6 разів більше за значення виразу $2n - 13$?

1154.* При якому значенні a рівняння:

- 1) $5ax = 14 - x$ має корінь, що дорівнює числу 4 ;
- 2) $(2a + 1)x = -6a + 2x - 13$ має корінь, що дорівнює числу -1 ?

1155.* При якому значенні a рівняння:

- 1) $4ax = 84$ має корінь, що дорівнює числу -3 ;
- 2) $(a - 7)x = 6 + 5a$ має корінь, що дорівнює числу 1 ?

1156.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $3(6x - 1) = 2(9x + 1) - 10$;
- 2) $1,4(2 - 5x) = 15 - (7x + 12,2)$.

1157.* Розв'яжіть рівняння:

- 1) $20 - 4x = 8(3x + 2,5) - 28x$;
- 2) $4x + 9 = 5(2x - 7) - 6x$.

1158.* При яких значеннях a не має коренів рівняння:

- 1) $ax = 1$;
- 2) $(a - 2)x = 3$?

1159.* Знайдіть усі цілі значення a , при яких корінь рівняння є цілим числом:

- 1) $ax = -14$;
- 2) $(a - 2)x = 12$.

1160.* Знайдіть усі цілі значення m , при яких корінь рівняння є натуральним числом:

- 1) $mx = 20$;
- 2) $(m + 3)x = -18$.



**Вправи
для повторення**

1161. Скільки відсотків число 4 становить від числа, оберненого до нього?

1162. Скільки відсотків число 5 становить від числа, яке є його квадратом?
1163. Деяке число спочатку збільшили на 10 %, а потім результат зменшили на 10 %. Установіть, чи є отримане число більшим або меншим від початкового та на скільки відсотків.
1164. На столі стояла коробка із цукерками. Євген узяв половину цукерок, а Катруся — третину решти, після чого в коробці залишилося 6 цукерок. Скільки цукерок було в коробці спочатку?
1165. Із 6 дівчаток і 3 хлопчиків треба вибрати одного учня для чергування у шкільній їдальні. Яка ймовірність того, що черговим буде хлопчик?
1166. Двоцифрове число, перша цифра якого 5, поділили на одноцифрове й отримали остачу 8. Знайдіть ділене й дільник.



Задача від Мудрої Сови

1167. У шаховій дошці розміром 8×8 клітинок вирізали крайню ліву верхню та крайню праву нижню клітинки. Чи можна решту дошки замостити кісточками доміно, покриваючи однією кісточкою рівно дві клітинки дошки?

42. Розв'язування задач за допомогою рівнянь

ПРИКЛАД 1 У трьох 6-х класах навчається 101 учень. Кількість учнів 6-Б класу становить $\frac{6}{7}$ кількості учнів 6-А класу, кількість учнів 6-В класу — 120 % кількості учнів 6-Б класу. Скільки учнів навчається в кожному класі?

Розв'язання. Нехай у 6-А класі навчається x учнів, тоді в 6-Б класі $-\frac{6}{7}x$ учнів, а в 6-В класі, ураховуючи, що $120\% = 1,2$, навчається $\frac{6}{7}x \cdot 1,2 = \frac{6}{7}x \cdot \frac{6}{5} = \frac{36}{35}x$ (учнів). Оскільки в усіх 6-х класах усього 101 учень, то складемо рівняння:

$$x + \frac{6}{7}x + \frac{36}{35}x = 101.$$

Помножимо обидві частини цього рівняння на 35:

$$\left(x + \frac{6}{7}x + \frac{36}{35}x\right) \cdot 35 = 101 \cdot 35.$$

$$\text{Звідси } 35x + 35 \cdot \frac{6}{7}x + 35 \cdot \frac{36}{35}x = 3535;$$

$$35x + 30x + 36x = 3535;$$

$$101x = 3535;$$

$$x = 35.$$

Отже, у 6-А класі навчається 35 учнів, у 6-Б — $35 \cdot \frac{6}{7} = 30$ (учнів), у 6-В — $30 \cdot 1,2 = 36$ (учнів).

Відповідь: 35 учнів, 30 учнів, 36 учнів. ◀

ПРИКЛАД 2 На двох полицях було порівну книжок. Після того як з першої полиці взяли 8 книжок, а з другої — 24 книжки, на першій полиці залишилося в 3 рази більше книжок, ніж на другій. Скільки книжок було на кожній полиці спочатку?

Розв'язання. Нехай на кожній полиці спочатку було по x книжок. Потім на першій стало $(x - 8)$ книжок, а на другій — $(x - 24)$ книжки. Оскільки за умовою значення виразу $x - 8$ у 3 рази більше, ніж значення виразу $x - 24$, то складемо рівняння:

$$x - 8 = 3(x - 24).$$

$$\text{Звідси } x - 8 = 3x - 72;$$

$$x - 3x = -72 + 8;$$

$$-2x = -64;$$

$$x = 32.$$

Відповідь: 32 книжки. ◀

ПРИКЛАД 3 Визначте, через скільки років вік батька стане втричі більшим, ніж вік його сина, якщо в цьому році батькові виповнюється 32 роки, а сину — 12.

Розв'язання. Нехай батько стане втричі старшим за свого сина через x років. Тоді сину буде $(12+x)$ років, а батькові — $(32+x)$ років, що в 3 рази більше, ніж сину. Отримуємо рівняння

$$3(12+x) = 32+x.$$

$$\text{Звідси } 36 + 3x = 32 + x;$$

$$3x - x = 32 - 36;$$

$$2x = -4;$$

$$x = -2.$$

На перший погляд, ця відповідь видається неприйнятною, але якщо підрахувати вік батька та вік сина через «мінус 2 роки», то отримаємо відповідно 30 років і 10 років. Тоді зрозуміло, що потрібне співвідношення віку батька й віку сина було 2 роки тому.

Відповідь: 2 роки тому. ◀

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть добуток коренів рівняння

$$(x+6)(x-1,5) = 0.$$

2. Які з даних рівнянь не мають коренів:

1) $x+4=1$; 3) $x-2=5+x$; 5) $|x|+2=1?$

2) $0x=0$; 4) $x \cdot x = x$;

3. Обчисліть значення виразу:

1) $\left(1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}\right) : \frac{5}{24}$; 2) $\frac{4}{39} : \left(1 - \frac{7}{9} \cdot \frac{3}{7}\right).$

Вправи

- 1168.*** За перше півріччя Петрик і Юрко отримали разом 43 оцінки «12» з математики, причому Петрик отримав на 9 таких оцінок більше, ніж Юрко. Скільки оцінок «12» отримав кожен хлопчик?
- 1169.*** Галинка і Марічка зібрали 24,6 кг полуниць, причому Галинка зібрала на 4,8 кг менше, ніж Марічка. Скільки кілограмів полуниць зібрала кожна дівчинка?



- 1170.*** Периметр прямокутника дорівнює 12,8 см, а одна з його сторін на 2,4 см менша від другої. Знайдіть площу прямокутника.
- 1171.*** Одна зі сторін прямокутника в 15 разів більша за другу, а його периметр дорівнює 19,2 см. Знайдіть площу прямокутника.
- 1172.*** На виготовлення мечів для Іллі Муромця, Альоші Поповича та Добрині Микитича пішло 250 пудів заліза. Меч Іллі Муромця у 2 рази важчий за меч Альоші Поповича, а меч Добрині Микитича на 14 пудів важчий за меч Альоші Поповича. Скільки пудів заліза пішло на меч Іллі Муромця?
- 1173.*** Сумарна маса фрекен Бок, Карлсона та Малюка дорівнює 174 кг. Маса Малюка в 4 рази менша, ніж маса фрекен Бок, і на 30 кг менша, ніж маса Карлсона. Знайдіть масу кожного з них.

- 1174.* Периметр трикутника дорівнює 166 см. Одна з його сторін у 5 разів більша за другу, яка на 68 см менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника.
- 1175.* Одна сторона трикутника в 7 разів менша від другої і на 66 см менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 174 см.
- 1176.* Кілограм апельсинів дорожчий за кілограм яблук на 6,4 грн. За 5 кг апельсинів заплатили стільки, скільки за 9 кг яблук. Скільки коштує 1 кг апельсинів? 1 кг яблук?
- 1177.* За 6 кг мармеладу заплатили стільки, скільки за 3,6 кг шоколадних цукерок. Яка ціна кожного виду цукерок, якщо 1 кг мармеладу дешевший від 1 кг шоколадних цукерок на 20 грн?
- 1178.* Дід Панас засолив 122 кг капусти в 7 великих і 4 маленьких діжках. Скільки кілограмів капусти містилося в кожній діжці, якщо у великій діжці було на 8 кг капусти більше, ніж у маленькій?
- 1179.* Фермер продав на базарі 8 кг сала і 15 кг копченого м'яса за 1290 грн. Скільки коштував 1 кг сала й 1 кг копченого м'яса, якщо сало дешевше від м'яса на 40 грн за кілограм?
- 1180.* Пішохід подолав відстань між двома селищами за 7 год, а вершник — за 3 год. Знайдіть швидкості пішохода та вершника, якщо швидкість пішохода на 5,6 км/год менша від швидкості вершника.
- 1181.* Для перевезення школярів до спортивного табору потрібно замовити 12 мікроавтобусів або 5 великих автобусів, причому в обох випадках усі місця будуть зайняті. Скільки школярів треба перевезти, якщо у великому автобусі на 35 місць більше, ніж у мікроавтобусі?
- 1182.* Гриць-школяр та Федько-халамидник збирали гриби. Гриць зібрав у 5 разів більше грибів, ніж Федько. У лісі вони зустріли бабу Палажку та діда Панаса. Гриць подарував бабі Палажці 19 грибів,

а Федько отримав від діда Панаса 29 грибів. Після цього грибів у хлопчиків стало порівну. Скільки грибів знайшов кожний хлопчик?

1183.* Білочки Руденька та Жовтенька збирали горіхи, причому Руденька збрала у 8 разів менше горіхів, ніж Жовтенька. Тоді Жовтенька віддала Руденькій 42 своїх горіхи, після чого горіхів у білочок стало порівну. Скільки горіхів збрала кожна білочка?

1184.* За три дні яхта капітана Врунгеля пододала 222 км, причому за другий день вона пододала $\frac{7}{8}$ відстані, пройденої за перший день, а за третій — 90 % того, що пройшла за перший. Скільки кілометрів проходила яхта кожного дня?

1185.* Четверо робітників виготовили 152 деталі. Другий робітник виготовив $\frac{5}{6}$ кількості деталей, виготовлених першим, третій — 90 % того, що виготовив другий, а четвертий — на 8 деталей менше, ніж третій. Скільки деталей виготовив кожний робітник?

1186.* Аладдін купив вершкове морозиво по 12 драхм за порцію і шоколадне — по 18 драхм. Скільки порцій кожного виду морозива придбав Аладдін, якщо всього він купив 24 порції, заплативши за всю покупку 372 драхми?

1187.* Карлсон купив 16 тістечок по 10 крон і по 16 крон, заплативши всього 202 крони. Скільки тістечок кожного виду купив Карлсон?

1188.* Двом школам виділили на ремонт однакову суму грошей. Коли для першої школи придбали будівельні матеріали вартістю 60 000 грн, а для другої — вартістю 30 000 грн, то в розпорядженні другої школи залишилося грошей в 1,5 раза більше, ніж у першої. Скільки гривень було виділено кожній школі?

- 1189.*** У дві цистерни для поливання городу налили однакову кількість води. Коли з першої цистерни використали 47 л води, а з другої — 23 л, то в першій залишилося в 3 рази менше води, ніж у другій. Скільки літрів води було в кожній цистерні спочатку?
- 1190.*** У Сашка було в 5 разів більше грошей, ніж у Оленки. Коли Сашко купив книжку за 27 грн, а Оленка — ляльку за 8 грн, то в Оленки залишилося на 33 грн менше, ніж у Сашка. Скільки грошей було в кожного з них спочатку?
- 1191.*** У першому контейнері було в 4 рази більше вугілля, ніж у другому. Коли з першого контейнера взяли 210 кг вугілля, а з другого — 10 кг, то в другому залишилося на 20 кг більше, ніж у першому. Скільки кілограмів вугілля було в кожному контейнері спочатку?
- 1192.*** З одного міста до другого виїхав автомобіль зі швидкістю 65 км/год, а через 2 год після цього з другого міста назустріч йому виїхав інший автомобіль зі швидкістю 75 км/год. Знайдіть час, протягом якого був у дорозі кожний автомобіль до моменту зустрічі, якщо відстань між містами дорівнює 690 км.
- 1193.*** Із села в напрямі міста виїхав мотоцикліст зі швидкістю 80 км/год. Через 1,5 год з міста до села виїхав велосипедист зі швидкістю 16 км/год. Скільки годин їхав до зустрічі кожен з них, якщо відстань між містом і селом дорівнює 216 км?
- 1194.*** У першому баці було 140 л води, а в другому — 108 л. Баки одночасно відкрили. З першого бака щохвилини витікає 5 л води, а з другого — 6 л. Через скільки хвилин у другому баці залишиться у 2,5 рази менше води, ніж у першому?
- 1195.*** Віталію треба розв'язати 95 задач, а Мишкові — 60. Щодня Віталій розв'язує 7 задач, а Мишко — 6. Через скільки днів у Віталія залишиться вдвічі більше нерозв'язаних задач, ніж у Мишка, якщо вони почали розв'язувати задачі в один день?

- 1196.*** Човен плив 1,4 год за течією річки і 1,7 год проти течії. Шлях, який проплив човен за течією, виявився на 2,2 км коротшим за шлях, який він проплив проти течії. Знайдіть швидкість течії річки, якщо швидкість човна в стоячій воді становить 28 км/год.
- 1197.*** Туристи пливли на байдарці 2,4 год за течією річки та 1,8 год проти течії. Шлях, який байдарка пропливла за течією, був на 14,1 км довшим, ніж шлях, пройдений проти течії. Знайдіть швидкість байдарки в стоячій воді, якщо швидкість течії дорівнює 2,5 км/год.
- 1198.*** Готуючись до іспиту, учень планував щодня розв'язувати 12 задач. Проте він розв'язував щодня на 4 задачі більше і вже за 3 дні до іспиту йому залишилося розв'язати 8 задач. Скільки днів планував учень готуватися до іспиту?
- 1199.*** Майстер планував щодня виготовляти по 24 деталі, щоб виконати замовлення вчасно. Але оскільки він виготовляв щодня на 15 деталей більше, то вже за 6 днів до кінця терміну роботи він виготовив 21 деталь понад замовлення. Скільки днів мав працювати майстер над замовленням?
- 1200.*** У першій цистерні було 900 л води, а в другій — 700 л. Коли з другої цистерни взяли води вдвічі більше, ніж з першої, то в першій залишилося води втричі більше, ніж у другій. Скільки літрів води взяли з кожної цистерни?
- 1201.*** У першому контейнері було 60 кг яблук, а в другому — 100 кг. Коли з другого контейнера продали в 4 рази більше яблук, ніж з першого, то в першому залишилося у 2 рази більше яблук, ніж у другому. Скільки кілограмів яблук продали з кожного контейнера?

1202. Щохвилини в першу діжку з крана наливалося 3 л води, а в другу з іншого крана — 2 л. О 12 год у першій діжці було 21 л води, а в другій — 54 л. З'ясуйте, о котрій годині в першій діжці було в 4 рази менше води, ніж у другій.



Вправи для повторення

1203. У магазині продається три види чашок і два види блюдець. Скількома способами можна купити чашку з блюдцем?
1204. У школі шість 6-х класів. У 6-Б класі учнів на одного більше, ніж у 6-А, у 6-В — на одного більше, ніж у 6-Б, і т. д. Укажіть, яким з перелічених чисел обов'язково буде загальна кількість шести-класників: 1) простим числом; 2) парним числом; 3) непарним числом.
1205. У записі двоцифрового числа закреслили одну цифру, і воно зменшилося в 31 раз. Яку цифру і в якому числі закреслили?
1206. Знайдіть значення виразу:
- $1) \left(-2,04 : \frac{1}{25} - 3,61 : \left(-\frac{19}{40} \right) \right) : \left(-2\frac{4}{5} \right) + 0,6 : (-0,9);$
 - $2) \left(7,7 : \left(-\frac{11}{40} \right) - 3,8 : \left(-\frac{1}{20} \right) \right) \cdot \left(-\frac{5}{16} \right) - 0,4 : (-0,36).$
1207. У записі числа 689 153 401 закресліть такі три цифри, щоб цифри, які залишаться, у тому самому порядку склали найбільше з можливих чисел.
1208. З вершини B розгорнутого кута ABC провели промінь BK так, що $\angle ABK = 108^\circ$. Промінь BD — бісектриса кута CBK . Обчисліть градусну міру кута DBK .



Задача від Мудрої Сови

1209. Чи існують 1005 натуральних чисел (не обов'язково різних), сума яких дорівнює їхньому добутку?

43. Перпендикулярні прямі

Зобразимо розгорнутий кут AOB і проведемо його бісектрису OC (рис. 106).

Оскільки градусна міра розгорнутого кута дорівнює 180° , то $\angle AOC + \angle COB = 180^\circ$. Ураховуючи, що кути AOC і COB рівні, отримуємо: $\angle AOC = \angle COB = 90^\circ$.

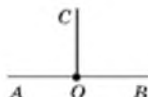


Рис. 106

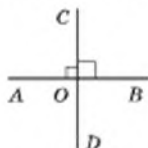


Рис. 107

Добудуємо промінь OC до прямої CD . Отримуємо розгорнутий кут COD (рис. 107). Тоді $\angle COD = \angle AOC + \angle AOD$. Оскільки $\angle COD = 180^\circ$ і $\angle AOC = 90^\circ$, то можна записати: $180^\circ = 90^\circ + \angle AOD$. Звідси $\angle AOD = 90^\circ$. Аналогічно можна показати, що $\angle DOB$ є прямим.

Отже, при перетині прямих AB і CD утворилося чотири прямих кути. Такі прямі називають **перпендикулярними**. Пишуть: $AB \perp CD$ або $CD \perp AB$.

Якщо перпендикулярні прямі позначити буквами a і b , то можна записати $a \perp b$ (читають: «пряма a перпендикулярна до прямої b » або «прямі a і b перпендикулярні»).

На рисунку 108 зображено пари відрізків, які лежать на перпендикулярних прямих a і b . Такі відрізки також називають перпендикулярними.

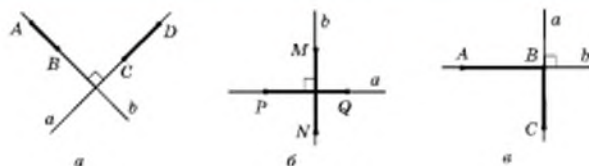


Рис. 108

Перпендикулярними бувають також два промені (рис. 109), промінь і відрізок (рис. 110), промінь і пряма (рис. 111), відрізок і пряма (рис. 112).

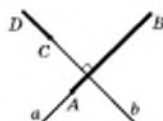


Рис. 109

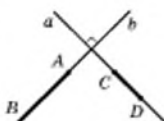


Рис. 110

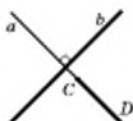


Рис. 111

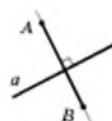


Рис. 112

Перпендикулярні прямі можна побудувати за допомогою косинця (рис. 113) або транспортира (рис. 114).



Рис. 113



Рис. 114

За допомогою косинця можна також через дану точку M провести пряму, перпендикулярну до даної прямої a . На рисунку 115 показано побудову для випадку, коли точка M належить прямій a , на рисунку 116 — для випадку, коли точка M не належить прямій a .

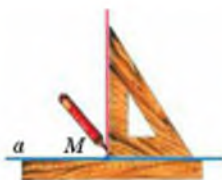


Рис. 115

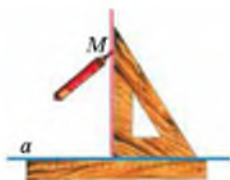


Рис. 116

Звернемо увагу, що й раніше вам були відомі геометричні фігури, елементи яких перпендикулярні. Наприклад, сторони AC і BC прямокутного трикутника ABC перпендикулярні (рис. 117). Будь-які сусідні сторони прямокутника перпендикулярні (рис. 118), будь-які два з трьох ребер прямокутного паралелепіпеда, які мають спільну вершину, перпендикулярні (рис. 119).

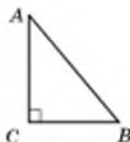


Рис. 117



Рис. 118

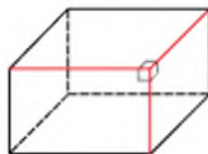


Рис. 119



1. Які дві прямі називають перпендикулярними?
2. Яким символом позначають перпендикулярні прямі?
3. Як читають запис $m \perp n$?
4. Які відрізки називають перпендикулярними?

Розв'язуємо усно

1. При яких значеннях a є правильною рівність $a:5=5:a$?
2. Катруся приготувала млинці та сирники, причому млинців було в 3 рази більше, ніж сирників. Скіль-

ки млинців і скільки сирників вона приготувала, якщо сирників було на 20 менше, ніж млинців?

3. Знайдіть периметр трикутника ABC , якщо сторона BC у 2 рази менша від AB і $AB = AC = 5$ см 6 мм.

Вправи

- 1210.* На рисунку 120 зображено квадрат $MNKP$. Запишіть усі пари перпендикулярних прямих.

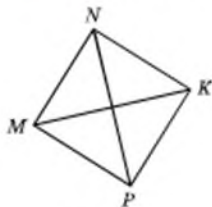


Рис. 120

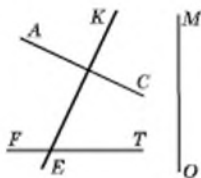


Рис. 121

- 1211.* Знайдіть на рисунку 121 пари перпендикулярних прямих і запишіть їх.

- 1212.* Перерисуйте в зошит рисунок 122. Проведіть через точку M пряму, перпендикулярну до прямої a .

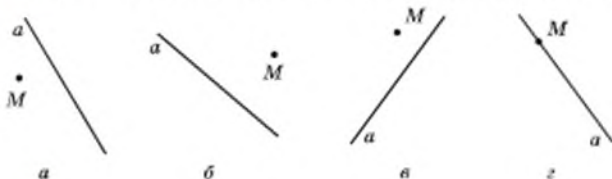


Рис. 122

- 1213.* Проведіть пряму d і позначте точку M , яка їй не належить. За допомогою косинця проведіть через точку M пряму, перпендикулярну до прямої d .

- 1214.* Проведіть пряму c і позначте точку K , яка їй належить. Користуючись косинцем, проведіть через точку K пряму, перпендикулярну до прямої c .

1215.* Накресліть прямокутник $ABCD$, сполучіть точки A і C . Проведіть через точку B пряму, перпендикулярну до прямої AC .

1216.* Накресліть трикутник: 1) гострокутний; 2) тупокутний; 3) прямокутний. Проведіть через кожну вершину трикутника пряму, перпендикулярну до протилежної сторони.

1217.* Накресліть кут ABK , градусна міра якого дорівнює: 1) 73° ; 2) 146° . Позначте на промені BK точку C і проведіть через неї прямі, перпендикулярні до прямих AB і BK .

1218.* Перерисуйте в зошит рисунок 123. Проведіть через точку O прямі, перпендикулярні до прямих AB , CD і EF .

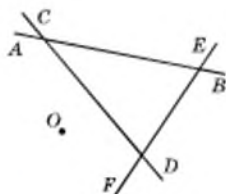


Рис. 123

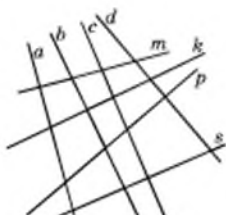


Рис. 124

1219.* Накресліть гострокутний трикутник і позначте всередині нього точку. Проведіть через цю точку прямі, перпендикулярні до сторін трикутника.

1220.* Накресліть чотирикутник $ABCD$, у якому:
 1) $AB \perp AD$; 3) $AB \perp AD$, $BC \perp CD$.
 2) $AB \perp AD$, $AB \perp BC$;

1221.* За допомогою косинця визначте, які з прямих, зображених на рисунку 124, перпендикулярні.

1222.* Накресліть два перпендикулярних відрізки так, щоб вони: 1) перетиналися; 2) не мали спільних точок; 3) мали спільний кінець.

1223.* Накресліть два перпендикулярних промені так, щоб вони: 1) перетиналися; 2) не мали спільних точок.

1224.* На рисунку 125 $AB \perp CD$, $\angle MOC + \angle BOK = 130^\circ$, $\angle COK = 42^\circ$. Обчисліть градусну міру: 1) кута MOK ; 2) кута MOD .

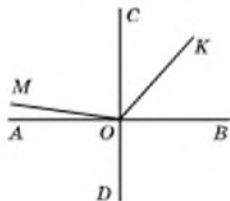


Рис. 125

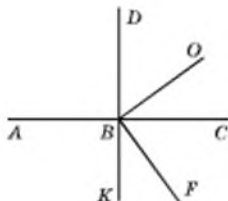


Рис. 126

1225.* На рисунку 126 $AC \perp DK$, $OB \perp BF$, $\angle DBO = 54^\circ$. Обчисліть градусну міру кута ABF .

1226.** Як побудувати перпендикулярні прямі, користуючись шаблоном кута, який дорівнює: 1) 15° ; 2) 18° ?

1227.** Користуючись косинцем і шаблоном кута 17° , побудуйте кут, градусна міра якого дорівнює: 1) 5° ; 2) 12° .

1228.** Користуючись косинцем і шаблоном кута 20° , побудуйте кут, градусна міра якого дорівнює 10° .



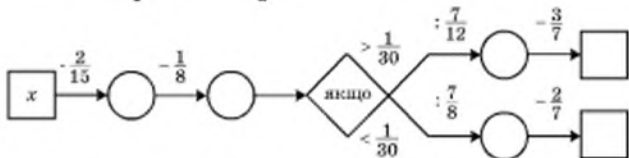
Вправи для повторення

1229. Сума цифр двоцифрового числа дорівнює 8, кількість десятків у 3 рази менша від кількості одиниць. Знайдіть це число.

1230. Із семи учнів 6 класу четверо добре співають, двоє гарно читають вірші, а один вправно танцює. Скількома способами можна організувати концертну бригаду зі співака, читця і танцюриста?

1231. Заповніть пропуски в ланцюжку обчислень при:

1) $x = 1\frac{1}{8}$; 2) $x = 1\frac{1}{4}$.



1232. Сьогодні Василю Івановичу виповнилося 80 років, а його дітям — 34, 36 і 40. Скільки років минуло з того часу, коли вік батька був у 2 рази більший за сумарний вік його дітей?

1233. Чи є правильним твердження, що $|a| + a = 2a$ при будь-якому значенні a ?

Готуємося до вивчення нової теми

1234. Перерисуйте в зошит рисунок 127. Через кожну з точок A і B проведіть пряму, перпендикулярну до прямої a .

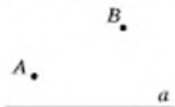


Рис. 127

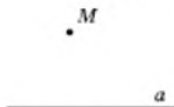


Рис. 128

1235. Перерисуйте в зошит рисунок 128. Через точку M проведіть пряму b , перпендикулярну до прямої a , і пряму c , перпендикулярну до прямої b .



Задача від Мудрої Сови

1236. На шахову дошку пролили фарбу. Чи може кількість залямованих фарбою клітинок бути на 17 меншою від кількості клітинок, що залишилися чистими?

44. Паралельні прямі

Розглянемо на площині пряму a і точку M , яка не належить цій прямій (рис. 129). Через точку M можна провести безліч прямих, лише одна з яких пряму a не перетинатиме (на рисунку 130 цю пряму позначено буквою b). У таких випадках говорять, що прямі a і b паралельні.

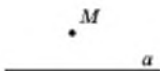


Рис. 129

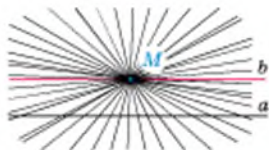


Рис. 130

Дві прямі на площині, які не перетинаються, називають паралельними.

Якщо прямі a і b паралельні, то це записують так: $a \parallel b$ (читають: «пряма a паралельна прямій b » або «прямі a і b паралельні»).



Рис. 131

Уявлення про паралельні прямі дають лінії пляхової розмітки, рейки на прямолінійній ділянці залізниці, слід, який залишає лижник, рухаючись прямолінійно (рис. 131).

Звернемо увагу, що й раніше вам були відомі геометричні фігури, елементи яких лежать на паралельних прямих. Наприклад, протилежні сторони прямокутника лежать на паралельних прямих (рис. 132); на паралельних прямих лежать, наприклад,

ребра A_1B_1 і C_1D_1 , AA_1 і CC_1 прямокутного паралелепіпеда $ABCD A_1B_1C_1D_1$ (рис. 133).

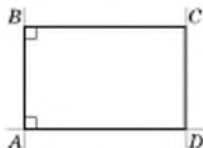


Рис. 132

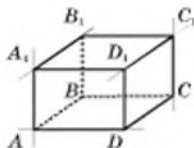


Рис. 133

Зазначимо, що прямі A_1B_1 і AD (рис. 133) також не перетинаються. Проте вони не лежать в одній площині, тому паралельними їх не вважають, а називають **мимобіжними**.

Відрізки (промені), які лежать на паралельних прямих, називають паралельними. Так, протилежні сторони прямокутника паралельні; у прямокутному паралелепіпеді (рис. 133) паралельними є, наприклад, ребра AB і CD , BB_1 і DD_1 .

На рисунку 132 кожна з прямих BC і AD перпендикулярна до прямої AB , при цьому $BC \parallel AD$. Це не випадково, оскільки справедлива така властивість.

Якщо дві прямі, які лежать в одній площині, перпендикулярні до третьої прямої, то вони паралельні.

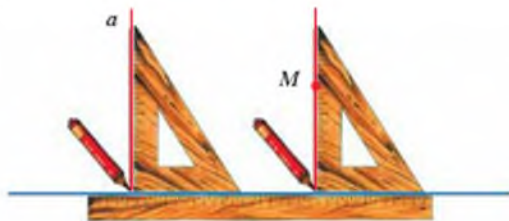


Рис. 134


Ця властивість дає змогу за допомогою лінійки і косинця будувати паралельні прямі. На рисунку 134 показано, як через дану точку M провести пряму, паралельну даній прямій a .

1. Яким може бути взаємне розташування двох прямих на площині?
2. Які дві прямі називають паралельними?
3. Яким символом позначають паралельність прямих?
4. Як читають запис $m \parallel n$?
5. Які відрізки називають паралельними?
6. Яким є взаємне розташування двох прямих, що лежать в одній площині та перпендикулярні до третьої?

Розв'язуємо усно

1. П'ятеро братів хочуть поділити між собою 20 яблук так, щоб кожний з них отримав непарну кількість яблук. Чи зможуть вони це зробити?
2. Із 12 м батисту пошили 8 однакових блузок. Скільки таких блузок можна пошити з 18 м батисту?
3. Оксана зібрала в саду яблука і груші, причому яблук було в 4 рази більше, ніж груш. Скільки відсотків зібраних фруктів становили яблука?

Вправи

-  1237.° Перерисуйте в зошит рисунок 135. Проведіть через кожну з точок A і B пряму, паралельну прямій m .

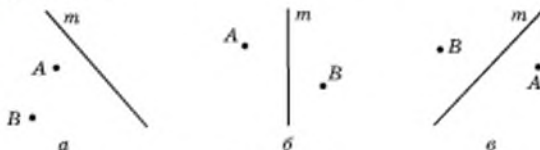


Рис. 135

1238.* Визначте на око, а потім перевірте за допомогою косинця та лінійки, які з прямих, зображених на рисунку 136, паралельні.

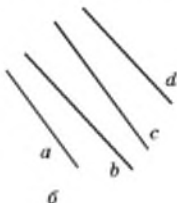
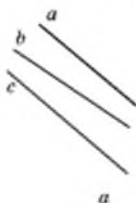


Рис. 136

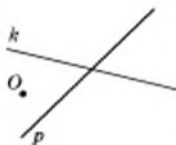



Рис. 137

1239.* Перерисуйте в зошит рисунок 137. Проведіть через точку O прямі, паралельні прямим k і p .

1240.* Накресліть кут MKE , градусна міра якого дорівнює: 1) 58° ; 2) 116° ; 3) 90° . Позначте між сторонами кута точку P і проведіть через цю точку прямі, паралельні сторонам кута.

 **1241.*** Накресліть трикутник і проведіть через кожну його вершину пряму, паралельну протилежній стороні.

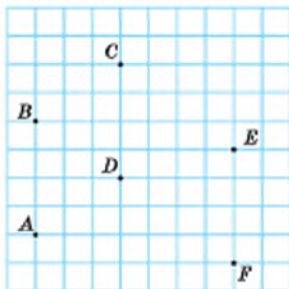



Рис. 138

1242.* Перерисуйте в зошит рисунок 138. Проведіть прямі BC , CE , AD , DF , BE і AF . Визначте, які із цих прямих паралельні.

 **1243.*** Накресліть чотирикутник, у якого:

- 1) дві сторони паралельні, а дві інші — не паралельні;
- 2) протилежні сторони паралельні.

1244.** Накресліть:

- 1) п'ятикутник, дві сторони якого паралельні;
- 2) шестикутник, у якого кожна сторона паралельна якій-небудь іншій стороні.

1245.** Накресліть шестикутник, дві сторони якого лежать на одній прямій, а кожна з решти чотирьох сторін паралельна якій-небудь іншій стороні.

1246.** Скільки точок перетину можуть мати три прямі на площині? Зобразіть усі випадки.



Вправи для повторення

1247. Склали однакові великі та однакові маленькі букети троянд. У 2 маленьких і 5 великих букетах було 55 троянд, а в 6 маленьких і 5 великих — 75 троянд. Скільки троянд було в кожному букеті?

1248. При обробці деталі її маса зменшилася з 240 кг до 204 кг. На скільки відсотків зменшилася маса деталі?

1249. Вологість трави становить 80 %, а сіна — 20 %. Скільки кілограмів сіна отримають із 4 т трави?

1250. Знайдіть значення виразу

$$\left(8,25 \cdot \frac{10}{11} - 10\right) \cdot \left(11\frac{2}{3} : 2\frac{2}{9} - 6,15\right) + 127 : \left(-2\frac{1}{2}\right).$$

Готуємося до вивчення нової теми

1251. Позначте на координатній прямій точку $A(-3)$. Знайдіть на цій прямій точки, віддалені від точки A на 5 одиничних відрізків, та вкажіть їхні координати.



Задача від Мудрої Сови

1252. Усі мешканці міста A завжди говорять правду, а всі мешканці міста B завжди брешуть. Відомо, що мешканці міста A бувають у місті B і навпаки. Мандрівник потрапив до одного із цих міст, але не знає, до якого. Яке одне запитання він має поставити першому зустрічному, щоб з'ясувати, у якому саме місті перебуває?

45. Координатна площина

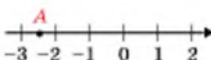


Рис. 139

Чи можна на координатній прямій знайти точку, якщо відома її координата? Звісно, так. Наприклад, числу $-2,5$ відповідає єдина точка $A(-2,5)$ (рис. 139).

Проте не будь-який об'єкт вдається відшукати, маючи таку обмежену інформацію, як одне-єдине число.

Якщо, наприклад, після літніх канікул ви розлучаетесь зі своїм новим другом і залишаєте йому тільки номер своєї квартири, то він навряд чи зможе вас відшукати. Досить часто в таких випадках кажуть, що ви залишили недостатньо *координат*.

Так само зрозуміло, що неможливо на географічній карті знайти пункт, якщо вказано тільки його широту. Пригадаймо, як герої книги Жуль Верна «Діти капітана Гранта» довго та із численними пригодами подорожували в пошуках капітана, бо вони знали лише те, що він перебуває на 37-й паралелі.



Координати об'єкта — це така інформація, за якою його можна знайти (визначити місцезнаходження) однозначно. Наприклад:

номери квартири та будинку, назви вулиці й міста (а можливо, і країни) — координати, за допомогою яких ваш друг вас легко знайде;

широта й довгота — координати об'єкта на географічній карті;

номер ряду й номер місця — координати крісла в залі кінотеатру;

шаховий запис $Ka1$ — координати коня на шаховій дошці (рис. 140).

«Морський бій» — ще одна гра, у якій використовують координати.



Рис. 140

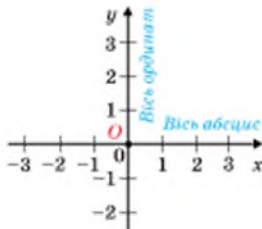


Рис. 141

Указати місцезнаходження точки на площині також можна за допомогою координат. Для цього проведемо дві перпендикулярні координатні прямі так, щоб їхні початки відліку суміщалися (рис. 141). Ці прямі називають **осями координат**, точку їхнього перетину O — **початком координат**. Горизонтальну вісь називають **віссю абсцис** і позначають буквою x , вертикальну вісь називають **віссю ординат** і позначають буквою y .

Вісь абсцис ще називають віссю x , а вісь ординат — віссю y . Разом вони утворюють **прямокутну систему координат**. Площину, на якій задано прямокутну систему координат, називають **координатною площиною**.

Координатні осі розбивають площину на чотири частини. Їх називають **координатними чвертями** й нумерують так, як показано на рисунку 142.

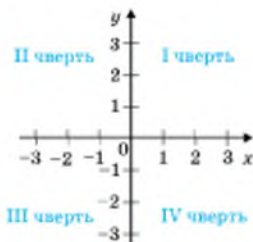


Рис. 142

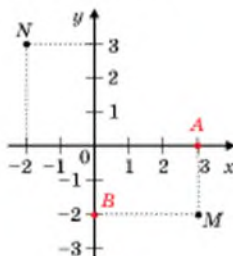


Рис. 143

На координатній площині позначимо точку M (рис. 143). Пряма, що проходить через точку M перпендикулярно до осі абсцис, перетинає її в точці A , а пряма, перпендикулярна до осі ординат, перетинає цю вісь у точці B . Точка A на осі x має координату 3, а точка B на осі y — координату -2 .

Число 3 називають **абсцисою** точки M , число -2 — **ординатою** точки M . Числа 3 і -2 однозначно визначають місце точки M на координатній площині. Тому їх називають **координатами** точки M і записують: $M(3; -2)$.

Наголосимо, що, записуючи координати точки, *абсцису завжди ставлять на перше місце, а ординату — на друге*. Якщо числа 3 і -2 поміняти місцями, то отримаємо координати зовсім іншої точки — точки $N(-2; 3)$ (рис. 143).

У початку координат абсциса й ордината дорівнюють нулю. Пишуть: $O(0; 0)$.

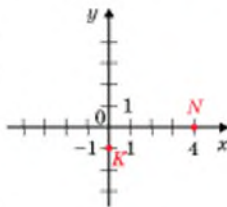


Рис. 144

Зауважимо, що коли точка лежить на осі абсцис, то її ордината дорівнює нулю, а коли точка лежить на осі ординат, то нулю дорівнює її абсциса.

Наприклад, на рисунку 144: $N(4; 0)$, $K(0; -1)$.



1. Як називають дві перпендикулярні координатні прямі, які перетинаються в початку відліку?
2. Як називають площину, на якій задано систему координат?
3. Як називають координатну пряму, яку проводять горизонтально? вертикально?
4. Яку координату точки ставлять на перше місце, а яку — на друге?
5. Де на координатній площині знаходяться точки, абсциси яких дорівнюють нулю?
6. Де на координатній площині знаходяться точки, ординати яких дорівнюють нулю?
7. Які координати має початок координат?

Розв'язуємо усно

1. Знайдіть коефіцієнт виразу:

1) $8t \cdot 0,5$; 3) $a \cdot (-18b)$; 5) $-0,7x \cdot 1\frac{3}{10}y$;

2) $-x \cdot (-1,2)$; 4) $-p \cdot (-4q)$; 6) $-\frac{1}{6}a \cdot (-1,2b) \cdot 5c$.

2. Розв'яжіть рівняння:

1) $7x + 1 = 5x - 9$; 2) $14a = 8a - 5,4$.

3. Першого дня засіяли $\frac{2}{9}$ поля, а другого — у 3 рази більше. Яку частину поля залишилось засіяти?
4. Відомо, що 10 % гречаних крупів становлять білки, 2,5 % — жири й 60 % — вуглеводи. Скільки кілограмів кожного з видів цих речовин міститься в 5 кг гречаних крупів?

Вправи

1253.* Знайдіть координати точок $A, B, C, D, E, F, K, M, N$, зображених на рисунку 145.

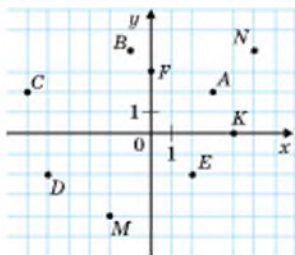


Рис. 145

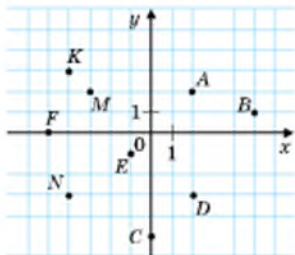


Рис. 146

1254.* Знайдіть координати точок $A, B, C, D, E, F, K, M, N$, зображених на рисунку 146.

1255.* На координатній площині позначте точки: $A(2; 3)$, $B(4; -5)$, $C(-3; 7)$, $D(-2; 2)$, $F(-4; -2)$, $K(2; -2)$, $M(0; 2)$, $N(-3; 0)$, $P(1; -6)$.

1256.* На координатній площині позначте точки: $A(5; 1)$, $B(2; -1)$, $C(-7; -1)$, $D(-5; 3)$, $E(1; 0)$, $F(0; -4)$, $S(-1; -3)$, $T(-6; 2)$, $Q(3; 2)$.

1257.* Побудуйте відрізки AB і CD та знайдіть координати точки перетину цих відрізків, якщо $A(-1; -3)$, $B(3; 1)$, $C(0; 4)$, $D(3; -2)$.

1258.* Побудуйте відрізки AB і CD та знайдіть координати точки перетину цих відрізків, якщо $A(-5; -2)$, $B(1; 4)$, $C(-3; 2)$, $D(2; -3)$.

1259.* Накресліть на координатній площині трикутник EFK , якщо $E(3; -2)$, $F(-3; 1)$, $K(1; 5)$. Знайдіть координати точок перетину сторони EF з віссю x і сторони FK з віссю y .

1260.* Накресліть на координатній площині чотирикутник $PQRS$, якщо $P(-4; 2)$, $Q(-2; 4)$, $R(4; 1)$, $S(-2; -2)$. Знайдіть координати точок перетину сторони QR з віссю y і сторони PS з віссю x .

1261.* Дано координати трьох вершин прямокутника $ABCD$: $A(-3; -1)$, $B(-3; 3)$ і $D(5; -1)$.

- 1) Накресліть цей прямокутник.
- 2) Знайдіть координати вершини C .
- 3) Знайдіть координати точки перетину діагоналей прямокутника.
- 4) Обчисліть площу і периметр прямокутника, вважаючи, що довжина одиничного відрізка координатних осей дорівнює 1 см.

1262.* На координатній площині проведено лінію (рис. 147).

- 1) Знайдіть ординату точки, що належить цій лінії й абсциса якої дорівнює: 2; -3; -1.
- 2) Знайдіть абсцису точки, що належить цій лінії та ордината якої дорівнює: 3; 0; -2.

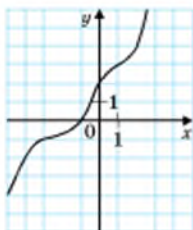


Рис. 147

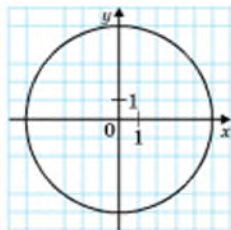


Рис. 148

1263.* На координатній площині проведено коло (рис. 148).

- 1) Знайдіть ординату точки кола, абсциса якої дорівнює: 5; -4.
- 2) Знайдіть абсцису точки кола, ордината якої дорівнює: -5; 3; 0.

1264.* На координатній площині проведено лінію (рис. 149).

- 1) Знайдіть ординату точки, що належить цій лінії, абсциса якої дорівнює: -2 ; 3 ; 1 .
- 2) Знайдіть абсцису точки, що належить цій лінії, ордината якої дорівнює: -4 ; -3 ; 0 .

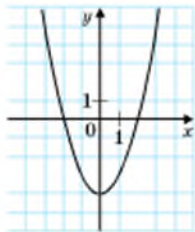



Рис. 149

1265.* Побудуйте коло із центром у точці $M(3; 2)$, яке проходить через точку $K(2; -1)$. Які з точок $A(2; 5)$, $B(0; 3)$, $C(1; -1)$, $D(3; -2)$, $E(4; -1)$, $F(5; 0)$ належать колу?

1266.* Побудуйте коло із центром у точці $A(-4; 0)$, яке проходить через початок координат. Скільком одиничним відрізкам дорівнює радіус цього кола? Укажіть координати яких-небудь двох точок, одна з яких належить колу, обмеженому цим колом, а друга розташована поза ним.

 **1267.*** Позначте на координатній площині точки $M(2; 1)$, $A(1; -2)$ і $B(-2; 1)$. Проведіть пряму AB . Через точку M проведіть пряму, паралельну прямій AB , і пряму, перпендикулярну до прямої AB .

1268.* У якій чверті лежить точка $A(x; y)$, якщо:

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1) $x > 0, y > 0$; | 3) $x < 0, y < 0$; |
| 2) $x > 0, y < 0$; | 4) $x < 0, y > 0$? |

1269.* Вище чи нижче осі x розміщена точка $B(x; y)$, якщо:

- 1) $y > 0$, x — довільне число;
- 2) $y < 0$, x — довільне число?

1270.* Праворуч чи ліворуч від осі y розміщена точка $C(x; y)$, якщо:

- 1) $x < 0$, y — довільне число;
- 2) $x > 0$, y — довільне число?

1271.* Із точок $A(2; 4)$, $B(1; -10)$, $C(0; -20)$, $D(-4; -50)$, $E(47; 0)$, $F(0; 7)$, $Q(-1; -1)$, $S(-9; 7)$, $P(-6; 0)$ виберіть точки, що лежать:

- 1) вище осі x ;
- 2) ліворуч від осі y ;
- 3) на осі x ;
- 4) на осі y .

1272.* Накресліть на координатній площині замкнену ламану, послідовними вершинами якої є точки з координатами: $(8; 0)$, $(6; 2)$, $(0; 6)$, $(1; 4)$, $(-1; 4)$, $(-3; 3)$, $(-6; 0)$, $(-8; 0)$, $(-6; -1)$, $(-6; -2,5)$, $(-5; -1)$, $(-1; 1)$, $(0; 1)$, $(3; 0)$, $(2; -1)$, $(5; -1)$, $(6; -2)$, $(7; -2)$, $(9; -3)$, $(8; -1)$. Позначте точку $(7; -1)$.

1273.* Накресліть на координатній площині дві замкнені ламані, послідовними вершинами яких є точки з координатами: $(-5; 3)$, $(-2; 1)$, $(1; 2)$, $(2; 3)$, $(6; 4)$, $(-2; 6)$ і $(-3; 3)$, $(-3; 4)$, $(-2; 5)$, $(-2; 3)$, чотири відрізки з кінцями в точках $(-6; 7)$ і $(-2; 6)$; $(2; 7)$ і $(-2; 6)$; $(5; 3)$ і $(7; 5)$; $(5; 5)$ і $(7; 3)$.

1274.** Зобразіть на координатній площині всі точки $(x; y)$ такі, що:

- 1) $x = -3$, y — довільне число;
- 2) $y = -5$, x — довільне число.

1275.** Зобразіть на координатній площині всі точки $(x; y)$ такі, що:

- 1) $x = 4$, y — довільне число;
- 2) $y = 2$, x — довільне число.

1276.** Зобразіть на координатній площині всі точки, у яких:

- 1) абсциса й ордината рівні;
- 2) абсциса й ордината — протилежні числа.

1277.** Зобразіть на координатній площині всі точки $(x; y)$ такі, що:

- 1) $y = 0$, $x < 3$;
- 2) $-4 < y < 4$, $x \geq 0$;
- 3) $|x| \leq 1$, $y \geq 1$;
- 4) $|x| > 2$, $y < -2$.

1278. Зобразіть на координатній площині всі точки $(x; y)$ такі, що:

- 1) $x = 0, y \geq -3$;
- 2) $-2 \leq x \leq 3, y$ — довільне число;
- 3) $|y| \leq 2, x$ — довільне число;
- 4) $|x| \leq 3, |y| \leq 1$.



Вправи для повторення

1279. Перерисуйте в зошит рисунок 150, проведіть через кожну з точок B і M пряму, перпендикулярну до прямої AD , а через точку K — пряму, перпендикулярну до прямої CD .

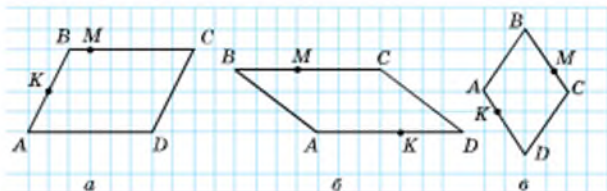


Рис. 150

1280. У понеділок ласунка Наталка купила 12 цукерок і з великим задоволенням з'їла їх. У четвер вона виграла в лотерею гроші, сума яких перевищила витрачену нею в понеділок в $1\frac{1}{3}$ раза. Вирішивши купити за ці гроші цукерки, вона дізналася, що їхня ціна збільшилася в $1\frac{3}{5}$ раза. Скільки цукерок зможе купити Наталка?

1281. Свіжі яблука містять 75 % води, а сушені — 12 %. Скільки кілограмів сушених яблук вийде з 264 кг свіжих?

1282. Білочка вирішила перевірити свій запас горішків. Коли вона рахувала їх десятками, то не вистачило 2 горішків до цілого числа десятків, а коли почала рахувати дюжинами, то залишилося 8 горішків. Скільки горішків було в білочки, якщо відомо, що їх більше за 300, але менше від 350?



Задача від Мудрої Сови

1283. В одній купці лежить 171 камінець, а в другій — 172 камінці. За один хід дозволяється брати будь-яку кількість камінців, але тільки з однієї купки. Програє той, кому не буде чого брати. Хто виграє при правильній стратегії — той, хто починає, чи інший гравець?

46. Графіки

На метеорологічній станції впродовж доби кожні три години вимірювали температуру повітря. У результаті цих вимірювань отримали таку таблицю:

Час доби, год	0	3	6	9	12	15	18	21	24
Температура, °C	-3	-4	-6	-3	1	4	0	-2	-4

У цій таблиці, наприклад, стовпчик

6
-6

 показує, що о 6 год ранку температура повітря була -6°C .

Потім на координатній площині позначили 9 точок, кожна з яких відповідає одному стовпчику таблиці. Абсциса точки відповідає часу вимірювання температури, ордината — результату цього вимірювання. Таким чином отримали точки з координатами $(0; -3)$, $(3; -4)$, $(6; -6)$, $(9; -3)$, $(12; 1)$, $(15; 4)$, $(18; 0)$, $(21; -2)$, $(24; -4)$, зображені на рисунку 151.

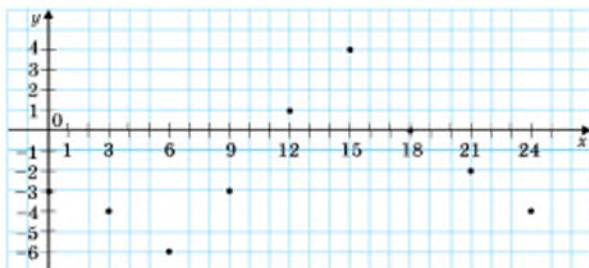


Рис. 151

Чи можна за допомогою цього рисунка визначити температуру о 7 год, о 10 год, о 17 год, о 22 год? Звісно, ні. Адже для цього вимірювання треба було б проводити, наприклад, щогодини.

Припустимо, що такі вимірювання було виконано і відповідні результати позначено на координатній площині (рис. 152).

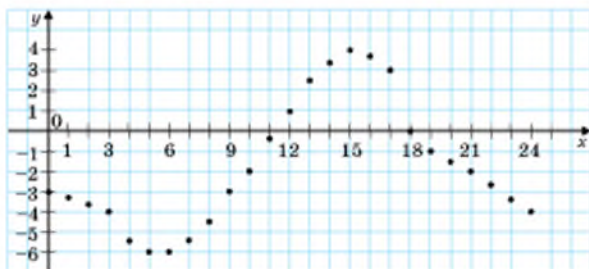


Рис. 152

Однак і цей рисунок не дає інформації про температуру, наприклад, о 12 год 30 хв або о 2 год 45 хв.

Щоб відповісти на подібні запитання, слід проводити вимірювання якомога частіше. Тоді позначених точок на координатній площині буде все більше і більше (рис. 153).

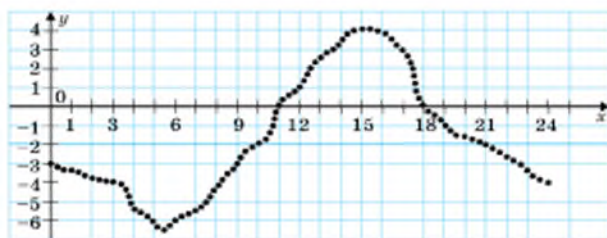


Рис. 153

Тепер зрозуміло, що якби вдалося вимірювати температуру безперервно, то всі точки утворили б неперервну лінію (рис. 154). Таку лінію називають **графіком температури**, або **графіком залежності температури повітря від часу вимірювання**.

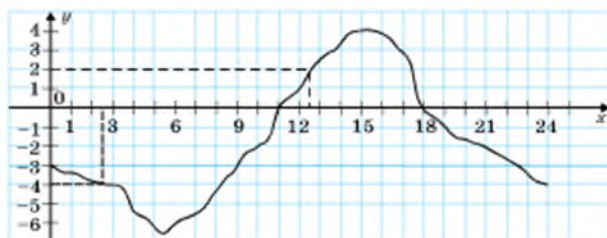


Рис. 154

Цей графік дає багато корисної інформації. За його допомогою можна не лише визначити, що о 12 год 30 хв температура була 2°C , а о 2 год 30 хв була -4°C , а й, наприклад, установити, що з 0 год до 11 год і з 18 год до 24 год температура повітря була нижчою від 0°C , з 5 год до 15 год температура підвищувалася, а з 0 год до 5 год і з 15 год до 24 год — знижувалася.

Розглянемо формулу $y = 2x$. Ця формула показує, як значення змінної y залежать від відповідних зна-

чень змінної x : значення змінної y дорівнює відповідному значенню змінної x , помноженому на 2. Побудуємо графік цієї залежності.

Для цього складемо таблицю відповідних значень змінних x і y :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

Кожний стовпчик цієї таблиці — це координати точки, яка належить графіку.

Позначимо знайдені точки на координатній площині (рис. 155).

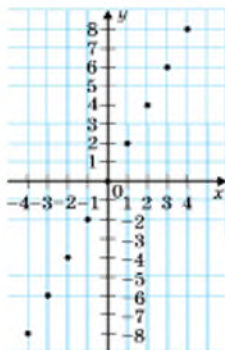


Рис. 155

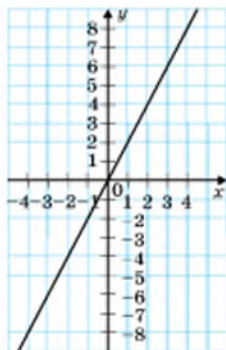


Рис. 156

Приклавши лінійку, переконаємося, що всі позначені точки лежать на одній прямій. Графіком залежності $y = 2x$ є пряма, яка проходить через початок координат (рис. 156). Цей факт ви доведете в курсі геометрії 9 класу.

Розв'язуємо усно

- Обчисліть значення виразу:
1) $(-4,2+10):(-0,2)$; 3) $-20,4:4+0,2$;
2) $-3,15:(-1,72-1,28)$; 4) $1,6 \cdot (-3)+8:(-5)$.
- Яку цифру треба поставити замість зірочки, щоб число 792^* ділилося націло на 6, але не ділилося націло на 10?
- Яку цифру треба поставити замість зірочки, щоб число $18\,45^*$ ділилося націло на 9, але не ділилося націло на 6?

Вправи

- 1284.** На рисунку 157 зображено графік зміни температури повітря протягом доби.

**Рис. 157**

- Якою була температура повітря о 4 год? о 6 год? о 10 год? о 18 год? о 22 год?
- О котрій годині температура повітря була 5°C ? -2°C ?
- О котрій годині температура повітря була нульовою?
- Якою була найнижча температура й о котрій годині?

- 5) Якою була найвища температура й о котрій годині?
- 6) Протягом якого проміжку часу температура повітря була нижчою від 0°C ? вищою за 0°C ?
- 7) Протягом якого проміжку часу температура повітря підвищувалася? знижувалася?

1285. На рисунку 158 зображено графік зміни температури повітря протягом доби.

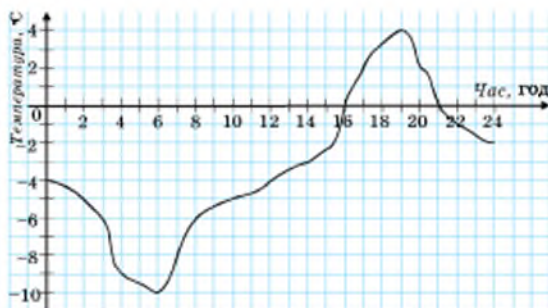


Рис. 158

- 1) Якою була температура повітря о 2 год? о 8 год? о 12 год? о 16 год? о 22 год?
- 2) О котрій годині температура повітря була -3°C ? -6°C ? 0°C ?
- 3) Якою була найнижча температура й о котрій годині?
- 4) Якою була найвища температура й о котрій годині?
- 5) Протягом якого проміжку часу температура повітря була нижчою від 0°C ? вищою за 0°C ?
- 6) Протягом якого проміжку часу температура повітря підвищувалася? знижувалася?

1286. На рисунку 159 зображено графік зміни температури розчину під час хімічного досліджу.

- 1) Якою була початкова температура розчину?
- 2) Якою була температура розчину через 30 хв після початку досліду? через півтори години?
- 3) Якою була найвища температура розчину й через скільки хвилин після початку досліду?
- 4) Через скільки хвилин після початку досліду температура розчину була 35°C ?

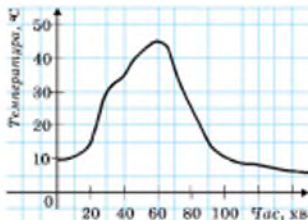


Рис. 159



Рис. 160

1287.* Мотоцикліст виїхав з дому й через деякий час повернувся назад. У дорозі він двічі зупинявся для відпочинку. На рисунку 160 зображено графік зміни відстані мотоцикліста від дому залежно від часу (графік руху мотоцикліста).

- 1) Яку відстань проїхав мотоцикліст за першу годину руху?
- 2) На якій відстані від дому мотоцикліст зробив першу зупинку? другу зупинку?
- 3) Скільки часу тривала перша зупинка? друга зупинка?
- 4) На якій відстані від дому був мотоцикліст через 5 год після початку руху?
- 5) З якою швидкістю рухався мотоцикліст протягом останньої півгодини?

1288.* На рисунку 161 зображено графік руху туриста.

- 1) На якій відстані від дому був турист через 10 год після початку руху?

- 2) Скільки часу він витратив на зупинку?
- 3) Через скільки годин після виходу турист був на відстані 8 км від дому?
- 4) З якою швидкістю йшов турист до зупинки?
- 5) З якою швидкістю йшов турист протягом останніх двох годин?

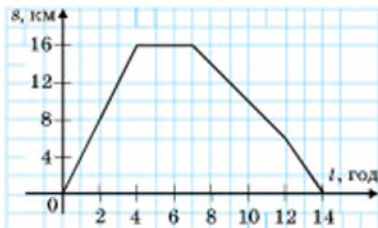


Рис. 161

1289.* У таблиці наведено результати вимірювання температури повітря протягом доби через кожну годину. Побудуйте за цими даними графік зміни температури.

Час доби, год	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Температура, °С	2	3	1	0	-2	-3	-5	-4	-2	0	1	4	7
Час доби, год	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
Температура, °С	8	9	7	5	4	3	2	1	0	-2	-3	-6	

Користуючись графіком, знайдіть, протягом якого часу температура підвищувалася та протягом якого часу знижувалася.

1290.* Велосипедист виїхав з дому на прогулянку. Спочатку він їхав 2 год зі швидкістю 12 км/год, потім відпочив годину і повернувся додому зі швидкістю 8 км/год. Побудуйте графік руху велосипедиста.

1291.** Побудуйте графік залежності змінної y від змінної x , яку задано формулою $y = -2x$.

**Вправи
для повторення**

1292. Листоноша Печкін має 3 різних конверти і 4 різних поштових марки. Скільки в нього є варіантів вибору конверта з маркою?
1293. Василько прочитав 24 % сторінок книжки, а потім ще $\frac{7}{15}$ сторінок книжки. Після цього йому залишилося прочитати 44 сторінки. Скільки сторінок у книжці?
1294. Знайдіть значення виразу:
- 1) $a : b - ab$, якщо $a = -0,5$, $b = \frac{2}{3}$;
 - 2) $\frac{b+c}{b-c}$, якщо $b = \frac{2}{7}$, $c = -\frac{4}{9}$;
 - 3) $\frac{x^2+y^2}{x-y}$, якщо $x = -0,3$, $y = -0,4$.

**Задача
від Мудрої Сови**

1295. У кожному клітинку квадрата розміром 6×6 клітинок записали одне із чисел -1 , 0 , 1 . Чи можуть суми чисел, які записані в кожному рядку, у кожному стовпчику і по двох великих діагоналях, бути різними?

ЗАВДАННЯ № 6 «ПЕРЕВІРТЕ СЕБЕ» В ТЕСТОВІЙ ФОРМІ

1. Знайдіть значення виразу $0,5ab$, якщо $a = -12$, $b = -15$.
А) 90 Б) -90 В) 180 Г) -180
2. Чому дорівнює значення виразу $(4,3 - 6,7) : (-0,6)$?
А) -4 Б) 4 В) -0,4 Г) 0,4
3. Спростіть вираз $-5(y-4) + 2(y+5)$.
А) $-3y+30$ Б) $-3y-10$ В) $-7y+30$ Г) $-7y-10$

4. Обчисліть значення виразу $(-4,3-1,2):(-1\frac{7}{15})$.

- А) $-7,5$ Б) $7,5$ В) $-3\frac{3}{4}$ Г) $3\frac{3}{4}$

5. Із послідовності чисел $-9, -8, -6, 4, 5, 6$ вибрали два числа та знайшли їхній добуток. Якого найменшого значення може набувати цей добуток?

- А) -40 Б) -54 В) -72 Г) -36

6. Чому дорівнює корінь рівняння $17x-7=20x+8$?

- А) $-\frac{1}{3}$ Б) $\frac{1}{3}$ В) -5 Г) 5

7. Значення якого з даних виразів буде найбільшим, якщо a — від'ємне число?

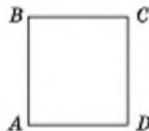
- А) $2-a$ Б) $a-2$ В) $2:a$ Г) $a:2$

8. У двох бочках було порівну води. Коли з першої бочки взяли 54 л, а з другої — 6 л, то в першій бочці залишилося в 4 рази менше води, ніж у другій. Скільки літрів води було спочатку в кожній бочці?

- А) 10 л Б) 74 л В) 42 л Г) 70 л

9. На рисунку зображено квадрат $ABCD$. Укажіть хибне твердження.

- А) $AB \parallel CD$ В) $AC \perp BD$
Б) $AB \perp AD$ Г) $BC \parallel CD$



10. Яка з даних точок лежить на осі абсцис?

- А) $A(4; 3)$ В) $C(0; 3)$
Б) $B(4; 0)$ Г) $D(-4; -3)$

11. На рисунку зображено графік руху туриста.

З якою швидкістю йшов турист до місця відпочинку?



- А) 16 км/год Б) 8 км/год В) 6 км/год Г) 4 км/год

12. Розв'яжіть рівняння $8x - 3(2x - 1) = 2x + 5$.

- А) 8 В) коренів немає
Б) 0 Г) x — будь-яке число

ГОЛОВНЕ В ПАРАГРАФІ 4

Координатна пряма

Пряму, на якій вибрали початок відліку, одиничний відрізок і напрям, називають координатною прямою.

Цілі числа

Усі натуральні числа, протилежні їм числа та число 0 називають цілими числами.

Модуль числа

Модулем числа називають відстань від початку відліку до точки, яка зображує це число на координатній прямій.

Властивості модуля

- Модуль числа набуває тільки невід'ємних значень.
- Модуль невід'ємного числа дорівнює цьому числу; модуль від'ємного числа дорівнює числу, яке протилежне даному.
- Модулі протилежних чисел рівні.

Порівняння чисел

- Більшим із двох чисел є число, розташоване на координатній прямій правіше.
- Будь-яке додатне число більше за будь-яке від'ємне число.
- Із двох від'ємних чисел меншим є те, модуль якого більший.
- Будь-яке від'ємне число менше від нуля, будь-яке додатне число більше за нуль.
- Якщо різниця $a - b$ є від'ємною, то $a < b$; якщо різниця $a - b$ є додатною, то $a > b$.

Додавання раціональних чисел

- Щоб додати два числа з різними знаками, треба:
 - 1) знайти модулі доданків;
 - 2) від більшого модуля відняти менший модуль;
 - 3) перед отриманим числом поставити знак доданка з більшим модулем.
- Щоб додати два від'ємних числа, треба:
 - 1) знайти модулі доданків;
 - 2) додати модулі доданків;
 - 3) перед отриманим числом поставити знак «-».

Властивості додавання раціональних чисел

- Сума двох протилежних чисел дорівнює нулю.
- Для будь-яких раціональних чисел a , b і c є справедливими рівності:
 $a + b = b + a$ — переставна властивість додавання;
 $(a + b) + c = a + (b + c)$ — сполучна властивість додавання.

Віднімання раціональних чисел

Щоб знайти різницю двох чисел, можна до зменшуваного додати число, протилежне від'ємнику.

Множення раціональних чисел

- Щоб помножити два числа з різними знаками, треба помножити їхні модулі та перед отриманим добутком поставити знак «-».
- Щоб помножити два від'ємних числа, треба помножити їхні модулі.

Властивості множення раціональних чисел

Для будь-яких раціональних чисел a , b і c є справедливими рівності:

$ab = ba$ — переставна властивість множення;

$(ab)c = a(bc)$ — сполучна властивість множення;

$a(b + c) = ab + ac$ — розподільна властивість множення відносно додавання.

Розкриття дужок

- Якщо перед дужками стоїть знак «-», то при розкритті дужок треба опустити цей знак, а всі знаки, які стоять перед доданками всередині дужок, змінити на протилежні.
- Якщо перед дужками стоїть знак «+», то при розкритті дужок треба опустити цей знак, а всі знаки, які стоять перед доданками всередині дужок, залишити без змін.

Зведення подібних доданків

Щоб звести подібні доданки, треба додати їхні коефіцієнти й отриманий результат помножити на спільну буквену частину.

Ділення раціональних чисел

- Щоб знайти частку двох чисел з різними знаками, треба поділити модуль діленого на модуль дільника й перед отриманим числом поставити знак «-».
- Щоб знайти частку двох від'ємних чисел, треба поділити модуль діленого на модуль дільника.
- На нуль ділити не можна.

Властивості рівнянь

- Якщо до обох частин даного рівняння додати (або від обох частин відняти) одне й те саме число, то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.
- Якщо який-небудь доданок перенести з однієї частини рівняння в другу, змінивши при цьому його знак на протилежний, то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.
- Якщо обидві частини рівняння помножити (або поділити) на одне й те саме відмінне від нуля число, то отримаємо рівняння, яке має такі самі корені, що й дане.

Перпендикулярні прямі

Дві прямі, при перетині яких утворюються прямі кути, називають перпендикулярними прямими.

Паралельні прямі

Дві прямі на площині, які не перетинаються, називають паралельними.

Вправи для повторення за курс 6 класу

1296. Знайдіть значення виразу:

$$1) \left(3\frac{1}{4} + 0,25 - 1\frac{5}{24} \right) : \left(2\frac{3}{4} - 4\frac{1}{2} - 0,75 \right) : \left(-4\frac{7}{12} \right);$$

$$2) -24,6 : \left(-2,35 + 0,7 : 2\frac{1}{3} \right) - 15,36;$$

$$3) \left(5\frac{5}{28} - 5\frac{1}{3} \cdot 1,25 - 1\frac{16}{21} \right) : (-1,5);$$

$$4) \left(-3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{3} \right) : \left(0,16 - \frac{62}{75} \right); \quad 5) \frac{-2\frac{2}{11} \cdot 4,125 + 1,6 \cdot 3\frac{8}{4}}{9 - 5\frac{5}{6} \cdot 2\frac{4}{7}};$$

$$6) \frac{-2\frac{7}{24} : 1\frac{5}{6} - 1,6 \cdot (-0,3)}{-9,5 : \left(5\frac{7}{10} - 4\frac{12}{35} \right)}; \quad 7) \frac{-0,4 \cdot \left(-6,3 : 3,15 + \frac{5}{6} \cdot 0,9 \right)}{-48 - \frac{2}{7} \cdot (-91)};$$

$$8) (-13,6 + 5,1) \cdot 1\frac{3}{17} + \left(2\frac{7}{23} - 1\frac{45}{46} \right) : 1\frac{7}{23}.$$

1297. 1) Знайдіть 40 % від значення виразу $\left(3\frac{1}{3} + 2,5 \right) : \left(3\frac{1}{3} - 2,5 \right)$.

$$2) \text{ Знайдіть } 54 \% \text{ від значення виразу } \frac{3\frac{1}{10} : 10 + 0,175 : 0,35}{1,75 - 1\frac{11}{17} \cdot \frac{51}{56}}.$$

1298. 1) Знайдіть число, 28 % якого дорівнюють значенню ви-

$$\text{разу } \left(3\frac{7}{12} - 2\frac{11}{18} + 2\frac{1}{24} \right) \cdot 1\frac{5}{31}.$$

2) Знайдіть число, 35 % якого дорівнюють значенню виразу

$$\frac{0,5 : 1\frac{1}{4} + 1\frac{2}{5} : 1\frac{4}{7} - \frac{8}{11}}{\left(1,5 + \frac{1}{4} \right) : 2\frac{13}{32}}.$$

1299. 1) Знайдіть, скільки відсотків значення виразу $\left(8\frac{7}{12} - 5\frac{19}{36} \right) \cdot 1\frac{4}{5}$

$$\text{становить від значення виразу } \left(39,375 - 5\frac{5}{8} \right) : 2\frac{5}{11}.$$

2) Знайдіть, скільки відсотків значення виразу $-0,75 \cdot \left(-1\frac{1}{4} : 3 + \frac{1}{6}\right)$

становить від значення виразу $\frac{17,5 : 3,5 + 1 : 0,5}{(12,68 - 11,18) \cdot \frac{1}{3}}$.

1300. Яке із чисел a , b , c і d найменше, якщо:

$$a = \left(5\frac{2}{3} - \left(-2\frac{1}{9}\right)\right) \cdot \left(-1\frac{7}{20}\right), \quad c = \left(-6\frac{5}{12} - \left(-7\frac{3}{16}\right)\right) \cdot (-4,8),$$

$$b = \left(-2\frac{2}{5} - 1\frac{1}{2}\right) : \left(-1\frac{1}{20}\right), \quad d = \left(7\frac{1}{6} + \left(-8\frac{3}{8}\right)\right) \cdot \left(-2\frac{2}{29}\right)?$$

Укажіть числа, обернені до чисел a , b , c і d , та протилежні їм.

1301. Яке із чисел $|a|$, $|b|$, $|c|$ і $|d|$ найбільше, якщо:

$$a = (-3,8 - (-4,3)) : \left(-1\frac{1}{3}\right), \quad c = \left(-1\frac{5}{8} - (-2,15)\right) : \left(-2\frac{4}{5}\right),$$

$$b = \left(5\frac{7}{8} - 6\frac{1}{12}\right) : 1\frac{7}{18}, \quad d = \left(-1\frac{5}{12} - 1\frac{2}{15}\right) \cdot \left(-\frac{5}{17}\right)?$$

1302. Дано числа a і b . За якої умови:

1) $a + b > a$; 2) $a + b < a$; 3) $a + b = a$; 4) $a + b = 0$?

1303. Спростіть вираз:

1) $0,3(1,2x - 0,5y) - 1,5(0,4x + y)$;

2) $\frac{4}{9}\left(1\frac{1}{2}c - \frac{3}{8}\right) - \left(1\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3}c\right)$;

3) $1,2\left(\frac{5}{6}k + 0,4n\right) - 1,8\left(\frac{5}{9}k - 0,3n\right)$;

4) $6\left(\frac{1}{4}k - \frac{5}{6}\right) - 15\left(0,6 - 2\frac{1}{3}k\right)$.

1304. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $4(2 - 3m) - (6 - m) - 2(3m + 4)$, якщо $m = -0,3$;

2) $-0,5(1 - 3n) + 4(0,2n - 0,1) - (0,1 - 0,7n)$, якщо $n = 0,21$;

3) $\frac{5}{8}(5,6m - 1,6n) - 7,2\left(-\frac{4}{9}m + 1\frac{7}{18}n\right)$, якщо $m = 10$, $n = \frac{5}{18}$;

4) $\frac{3}{7}\left(2,1x + 4\frac{2}{3}y\right) + 2,2\left(-\frac{3}{11}x - \frac{5}{22}y\right)$, якщо $x = -1\frac{1}{3}$, $y = 1,2$;

5) $\frac{7}{23}\left(3\frac{2}{7}a - 2\frac{4}{21}b\right) - \frac{9}{16}\left(5\frac{1}{3}a - \frac{8}{15}b\right)$, якщо $a = 5,5$, $b = 2\frac{8}{11}$.

1305. Розв'яжіть рівняння:

1) $2,5x = -1$;

14) $0,4x - 6 = 0,6x - 9$;

2) $0,3x = 1$;

15) $3x + 16 = 9 - 10x$;

3) $7x = -3$;

16) $0,6\left(x + 1\frac{2}{3}\right) = -1,2$;

4) $-16x = 8$;

17) $-3,4\left\{x + 9\frac{3}{11}\right\} = -68$;

5) $|x| - 5 = 0$;

18) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = -21$;

6) $|x| \div 3,2 = 8$;

19) $\frac{2m}{3} - \frac{4m}{5} = 3$;

7) $4,1 - |x| = 5$;

20) $\frac{4a}{9} - 1 = \frac{5a}{12}$;

8) $|3x + 8| = 0$;

21) $3(1-x) + 5(x+2) = 1-4x$;

9) $9|x| - 6 = 0$;

22) $3(2-x) - (5x+4) = 0,4-16x$;

10) $\frac{8}{x} = \frac{6}{5}$;

23) $2(3-5p) = 4(1-p) - 1$;

11) $\frac{7}{4} = \frac{x}{2}$;

24) $0,5(2y-1) - (0,5-0,2y) + 1 = 0$;

12) $\frac{x+3}{12} = \frac{4}{3}$;

25) $-4(5-2m) + 3(m-4) = 6(2-m) - 5m$;

13) $7x = x + 25$;

26) $0,3(3x-1) + 0,2 = 5(0,1-0,2x) - 0,1$.

1306. Замість зірочок поставте такі цифри, щоб виконувалася рівність:

1) $*** = 87$;

3) $*** = 515$;

5) $*** = 483$;

2) $*** = 129$;

4) $*** = 143$;

6) $*** = 238$.

1307. 1) Чому дорівнює найменший спільний дільник будь-якої пари натуральних чисел?

2) Найбільший спільний дільник чисел a і b дорівнює a . Чи правильно, що число b кратне числу a ?

3) Найменше спільне кратне чисел a і b дорівнює a . Чи правильно, що число b кратне числу a ?

1308. Довжина кімнати дорівнює 725 см, а ширина — 375 см. Підлогу кімнати вирішили викласти однаковими плитками, що мають форму квадрата. Яку найбільшу довжину (у сантиметрах) може мати сторона плитки, щоб плитки не треба було різати? Скільки потрібно таких плиток?

1309. Михайлик підрахував, що кількість оцінок «12» становить $\frac{7}{18}$ усіх оцінок, отриманих ним за чверть, а кількість оцінок

«9» — $\frac{7}{12}$ усіх оцінок. Скільки всього оцінок отримав Михайлик за чверть, якщо відомо, що їх було більше за 50, але менше від 80?

1310. Василько намагався розкласти горіхи на рівні купки, але щоразу, коли він розкладав їх по 4, по 5 або по 6, один горіх залишався зайвим. Скільки горіхів було у Василька, якщо відомо, що їх було менше ніж 100?

1311. Розташуйте числа:

1) $-\frac{4}{9}$, $-\frac{5}{6}$, $-\frac{3}{5}$, $-\frac{7}{10}$ у порядку спадання;

2) $-\frac{8}{15}$, $-\frac{3}{4}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{9}{20}$ у порядку зростання.

1312. Маса глухаря дорівнює 3 кг 200 г і становить $\frac{2}{5}$ маси лебедя. Маса чайки становить $\frac{3}{32}$ маси лебедя і $\frac{3}{5}$ маси качки. Обчисліть масу кожного птаха.

1313. Робін-Бобін з'їв на обід 180 вареників із м'ясом, картоплею і вишнею. Вареники з картоплею становили $\frac{7}{20}$ усіх вареників, або $\frac{9}{14}$ вареників з вишнею. Скільки вареників з вишнею з'їв Робін-Бобін?

1314. У Кози-дерези було 42 кг капусти. На сніданок вона та семеро її козенят з'їли $\frac{2}{7}$ усієї капусти, на обід — 40 % решти, а на вечерю — $\frac{5}{6}$ того, що залишилося після сніданку й обіду. Скільки кілограмів капусти залишилося після цього у Кози-дерези?

1315. Незнайко виконував домашні завдання з математики, української мови та історії. Завдання з математики він робив $1\frac{1}{3}$ год, що становило $\frac{8}{15}$ усього часу, витраченого ним на виконання завдань. Завдання з української мови Незнайко виконував на $\frac{7}{15}$ год довше, ніж з історії. Скільки часу він виконував завдання з української мови?

1316. Козак Іван Сірошанка три дні їхав верхи із села Вишневе у Запорізьку Січ. Першого дня він проїхав $\frac{7}{19}$ шляху, друго-

- го — 55 % шляху, що залишився, а третього — решту 108 км. Яку відстань подолав Іван за три дні?
1317. Перший мотоцикліст проїжджає відстань між двома містами за 5 год, а другий — за час, в 1,4 раза більший, ніж перший. Хто з мотоциклістів проїде більшу відстань: перший за 3 год чи другий за 4 год?
1318. Порадьте Івасику-Телесику, як йому відрізати півметра від мотузки завдовжки $\frac{2}{3}$ м, бо лінійку він забув удома.
1319. Фермер заготував сіно, якого може вистачити корові на 60 днів, а коневі — на 40 днів. За скільки днів корова і кінь разом з'їдять цей запас сіна?
1320. До басейну підведено три труби. Через першу трубу басейн наповнюється водою за 1 год, через другу — за 2 год, а через третю — за 3 год. За скільки хвилини наповниться басейн, якщо відкрити одночасно всі три труби?
1321. Василько може скопати город за 12 год, а Михайлик — за час, в 1,5 раза менший. За який час Василько і Михайлик скопають разом $\frac{5}{8}$ городу?
1322. Через одну трубу басейн можна наповнити водою за 7 год, а через другу спорожнити за 8 год. За скільки годин наповниться басейн, якщо одночасно відкрити обидві труби?
1323. Перший робітник може розвантажити автомобіль з борошном за 6 год, а другий — за 4 год. Перший робітник пропрацював 2 год, а потім йому на допомогу прийшов другий. За скільки годин було розвантажено автомобіль?
1324. Ворона й Лисиця можуть з'їсти разом голівку сиру за 8 хв. За скільки хвилини може з'їсти її Лисиця, якщо Ворона може це зробити за 18 хв?
1325. Із двох міст одночасно назустріч один одному виїхали два велосипедисти й зустрілися через $3\frac{1}{5}$ год після виїзду. Один з них проїжджає відстань між містами за $5\frac{1}{3}$ год. За який час долає цю відстань другий велосипедист?
1326. Якщо одночасно відкрити дві труби різної пропускної здатності, то басейн буде наповнено водою за 6 год. Якщо відкрити обидві труби лише на 2 год, а потім залишити відкритою тільки одну з них, то решта басейну наповниться за 10 год. За скільки годин можна наповнити басейн через кожну трубу?

1327. Через першу трубу басейн можна наповнити водою за 12 год, а через другу — за 24 год. Після кількох годин наповнення басейну через обидві труби першу трубу закрили. Решту об'єму басейну наповнювали 9 год через другу трубу. Скільки всього годин була відкрита друга труба?

1328. Довжина деталі на кресленні, виконаному в масштабі 1 : 30, дорівнює 2,5 см. Якою буде довжина цієї деталі на кресленні, масштаб якого 1 : 50?

1329. Щоб виміряти відстань між будинками A і B (рис. 162), орієнтувалися на дерево C , відстань від якого до будинку B дорівнює 300 м. За допомогою теодоліта¹ виміряли кути ABC і ACB , що дорівнюють відповідно 60° і 75° . Побудуйте зображення трикутника ABC у масштабі 1 : 6000. Виміряйте довжину зображення відрізка AB та обчисліть відстань між будинками A і B .



Рис. 162

1330. Запишіть у вигляді звичайного дробу: 1) 4 %; 2) 50 %; 3) 12 %;

4) $\frac{1}{3}$ %; 5) $\frac{5}{7}$ %; 6) $2\frac{3}{8}$ %; 7) $5\frac{2}{9}$ %; 8) $104\frac{1}{3}$ %.

1331. Зменшуване на 20 % більше за від'ємник. Скільки відсотків зменшуваного становить різниця?

1332. Кавові зерна в процесі підсмажування втрачають 12 % своєї маси. Скільки кілограмів свіжих зерен треба взяти, щоб отримати 6,6 кг смажених?

1333. Під час сушіння хліба на сухарі його маса зменшується на 35 %. Скільки кілограмів сухарів можна отримати зі 120 кг свіжого хліба?

1334. Містер Скрудж вклав у розвиток економіки Тридцятого царства 640 млн доларів, а через рік отримав 928 млн доларів. Скільки відсотків становив прибуток містера Скруджа?

1335. Яке із двох чисел більше, якщо:

- 1) 5 % першого числа дорівнюють 20, а 8 % другого — 24;
- 2) 16 % першого числа дорівнюють 64, а 20 % другого — 80;
- 3) 26 % першого числа дорівнюють 130, а 9 % другого числа дорівнюють 45 % першого?

1336. Зібрали 15 кг білих грибів. У відходи пішло 30 % маси грибів при підготовці їх до сушіння, а решта грибів втратила 76 % своєї маси під час сушіння. Скільки кілограмів сушених грибів отримали?

¹ Теодоліт — прилад для вимірювання кутів під час землемірних робіт.

1337. На скільки відсотків збільшиться площа квадрата, якщо кожен його сторону збільшити на 10 %?

1338. Сторони прямокутника дорівнюють 20 см і 10 см. Одну сторону збільшили на 20 %, а сусідню зменшили на 20 %. Збільшилася чи зменшилася площа прямокутника та на скільки відсотків? Чи має значення, яку сторону збільшили, а яку — зменшили? Відповідь обґрунтуйте, розв'язавши задачу в загальному вигляді.

1339. Одна сторона прямокутника на 30 % більша за сторону квадрата, а сусідня на 30 % менша від сторони цього квадрата. Знайдіть відсоткове відношення площі прямокутника до площі квадрата.

1340. Периметр прямокутника дорівнює 76 см. Знайдіть площу прямокутника, якщо його сторони пропорційні числам 15 і 4.

1341. Знайдіть значення x і y , при яких кожна з рівностей $\frac{x}{12} = \frac{3}{4}$ і $\frac{8}{3} = \frac{y}{x}$ є правильною.

1342. 1) Поділіть число 96 на три частини x , y і z так, щоб $x:y=3:4$, а $y:z=4:9$.

2) Поділіть число 185 на три частини x , y і z так, щоб $x:y=3:2$, а $y:z=2\frac{1}{2}:3$.

1343. Магазин продав за три дні партію яблук, причому першого дня було продано $\frac{9}{20}$ маси яблук, а другого — 60 % решти. Скільки кілограмів яблук було продано за три дні, якщо за другий день продали 660 кг?

1344. Відстань між двома містами мотоцикліст проїхав за 3 год. За першу годину він проїхав $0,3$ усього шляху, за другу — $\frac{16}{35}$ решти, а за третю — на 10,5 км більше, ніж за другу. Знайдіть відстань між містами.

1345. Накресліть:

- 1) гострокутний трикутник;
- 2) тупокутний трикутник;
- 3) прямокутний трикутник.

Позначте всередині трикутника точку A та проведіть через неї прями:

- а) перпендикулярні до сторін трикутника;
- б) паралельні сторонам трикутника.

1346. Накресліть квадрат $ABCD$ зі стороною 1 см та проведіть його діагоналі AC і BD . Через точки B і D проведіть прямі, перпендикулярні до прямої BD , а через A і C — прямі, паралельні прямій BD . Знайдіть точки перетину проведених прямих. Визначте вид багатокутника, вершинами якого є ці точки, та знайдіть його площу.
1347. Перерисуйте в зошит рисунок 163, проведіть через точки B , M і K прямі, перпендикулярні до прямої AD .

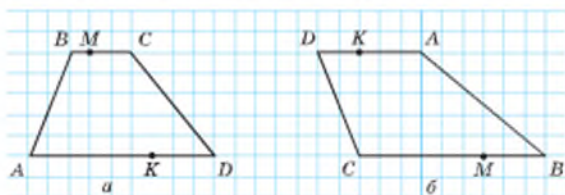


Рис. 163

1348. Накресліть на координатній площині відрізки AB і CD такі, що $A(1; -2)$, $B(4; 4)$, $C(5; -1)$, $D(-1; 1)$. Знайдіть координати точки перетину відрізків AB і CD .
1349. Побудуйте коло із центром у початку координат, що проходить через точку $(-3; 4)$. Знайдіть координати точок перетину цього кола з осями координат та обчисліть довжину кола в одиничних відрізках координатних осей.
1350. На координатній площині позначте точки $E(-2; -6)$ і $F(4; 3)$. Проведіть пряму EF і знайдіть:
- 1) координати точок перетину прямої EF з осями координат;
 - 2) ординату точки, що належить прямій EF , абсциса якої дорівнює 1;
 - 3) абсцису точки, що належить прямій EF , ордината якої дорівнює 6.
1351. Накресліть на координатній площині замкнену ламану, послідовними вершинами якої є точки з координатами: $(-10; 6)$, $(-9,5; 8)$, $(-8; 10)$, $(-7; 10)$, $(-6; 9)$, $(-6; 7)$, $(-7; 3)$, $(-7; 1)$, $(-6; 2)$, $(-4; 3)$, $(5; 3)$, $(3; 1)$, $(7; 3)$, $(6; 1)$, $(7; 1)$, $(5; -1)$, $(7; -1)$, $(10; 0)$, $(8; -3)$, $(4; -4)$, $(0; -4)$, $(-4; -3)$, $(-9; -4)$, $(-10; -3)$, $(-10; 0)$, $(-7; 7)$, $(-7; 8)$, $(-8; 7)$, $(-9; 7)$. Позначте точку $(-8,5; 8,5)$.
1352. Накресліть на координатній площині замкнену ламану з вершинами в точках: $(8; 9)$, $(6; 8)$, $(2; 8)$, $(0; 9)$, $(-4; 6)$, $(-3; 2)$, $(0; 0)$, $(1; 2)$, $(2; 1)$, $(3; 1)$, $(5; -1)$, $(4; -2)$, $(2; -2)$, $(2; -3)$, $(5; -3)$,

(6; -2), (6; 2), (7; 0), (10; 3), (10; 7); ламану з вершинами в точках: (-4; 6), (-8; 5), (-11; 3), (-12; 0), (-14; -2), (-11; -1), (-10; -4), (-11; -8), (-8; -8), (-8; -7), (-7; -7), (-8; -3), (-3; -3), (-3; -9), (0; -9), (0; -4), (1; -4), (1; -5), (0; -7), (2; -9), (4; -5), (4; -3). Позначте точки (2; 5) і (6; 5).

1353. Одна зі сторін трикутника становить 0,6 другої, а третя сторона в 1,2 раза більша за другу. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 21 дм.

1354. Розгорнутий кут поділили на три кути так, що градусна міра одного з утворених кутів становить 85 % градусної міри третього кута, а градусна міра другого — 40 % градусної міри третього. Знайдіть градусні міри цих кутів і виконайте рисунок.

1355. Прямий кут поділили на три кути так, що перший кут більший за другий на 14° , а третій менший від другого на 20° . Обчисліть градусні міри цих кутів і зробіть рисунок.

1356. У Сонячному місті протягом року похмурих днів було на 23 дні більше, ніж днів з дощем або снігом, і на 262 дні менше, ніж сонячних. Скільки було сонячних днів протягом цього року, якщо відомо, що він не був високосним?

1357. У шестикутнику п'ять сторін мають рівні довжини, а шоста відрізняється від них на 1,2 см. Знайдіть сторони шестикутника, якщо його периметр дорівнює 37,2 см. Скільки розв'язків має задача?

1358. Довжина прямокутника становить 130 % ширини. Обчисліть площу прямокутника, якщо його периметр дорівнює 36,8 см.

1359. Земельні угіддя агрофірми мають площу 1220 га. Площа поля на 25 % більша за площу саду, а площа луку на 80 га менша від площі саду. Знайдіть, яку площу окремо займають поле, сад і лук.

1360. За два дні посадили 56 кунців троянд, причому другого дня посадили в $1\frac{2}{3}$ раза більше, ніж першого. Знайдіть, скільки кунців посадили першого дня і скільки — другого.

1361. За три дні продали 130 кг апельсинів. Другого дня продали $\frac{4}{9}$ того, що продали першого, а третього — стільки, скільки за перші два дні разом. Скільки кілограмів апельсинів продали першого дня?

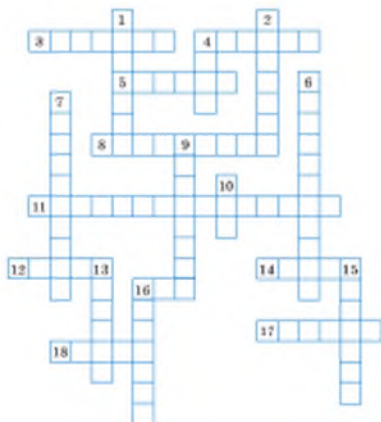
1362. Турист подолав маршрут завдовжки 110 км за три дні. Другого дня він пройшов на 5 км менше, ніж першого, а третього дня — $\frac{3}{7}$ відстані, пройденої за перші два дні. Знайдіть, скільки кілометрів проходив турист щодня.
1363. Із двох станцій, відстань між якими дорівнює 360 км, одночасно вирушили назустріч один одному два поїзди. Швидкість одного з них на 10 км/год менша від швидкості другого. Знайдіть швидкість кожного поїзда, якщо вони зустрілися через 2,4 год після початку руху.
1364. Два автомобілі їдуть назустріч один одному. Швидкість першого автомобіля дорівнює 75 км/год, що становить $\frac{5}{6}$ швидкості другого. Другий автомобіль виїхав на 1,6 год пізніше, ніж перший. Через скільки годин після виїзду другого автомобіля вони зустрінуться, якщо початкова відстань між ними становила 615 км?
1365. Вантажівка проїхала ґрунтовою дорогою на 210 км більше, ніж асфальтованою, причому довжина асфальтованої дороги становила $\frac{2}{9}$ довжини ґрунтової. Час руху вантажівки асфальтованою дорогою становив 20 % часу руху ґрунтовою. Знайдіть швидкість руху вантажівки кожною з доріг, якщо всього вона була в дорозі 7,2 год.
1366. Від села до станції Василь може доїхати на велосипеді за 3 год, а дійти пішки — за 7 год. Його швидкість пішки на 8 км/год менша, ніж швидкість на велосипеді. З якою швидкістю їздить Василь на велосипеді? Яка відстань від села до станції?
1367. З одного міста в протилежних напрямках вирушили два пішоходи. Перший пішохід вийшов на 2,5 год раніше від другого та йшов зі швидкістю 8 км/год. Швидкість другого становила 75 % швидкості першого. Через скільки годин після початку руху другого пішохода відстань між ними становила 41 км?
1368. З міста А виїхав автомобіль зі швидкістю 48 км/год. Через півтори години в тому самому напрямі виїхав другий автомобіль, швидкість якого в $1\frac{3}{8}$ раза більша за швидкість першого. На якій відстані від міста А другий автомобіль наздожене перший?
1369. Швидкість легкового автомобіля на 34 км/год більша за швидкість вантажного, тому вже за 3 год легковий автомобіль

проїхав на 10 км більше, ніж вантажний за 5 год. Знайдіть швидкість кожного автомобіля.

1370. З пункту *A* до пункту *B*, відстань між якими 26 км, вийшов пішохід зі швидкістю 4 км/год. Через 12 хв з пункту *B* до пункту *A* назустріч йому виїхав велосипедист зі швидкістю 10 км/год. Через скільки годин після виїзду велосипедиста вони зустрілися? Яку відстань до зустрічі подолав кожен з них?
1371. Теплохід проходить відстань між двома пристанями й повертається назад (без зупинки) за 4,5 год. Швидкість теплохода в стоячій воді становить 18 км/год, а швидкість течії річки — 2 км/год. Знайдіть відстань між пристанями.
1372. У три магазини завезли 680 кг апельсинів. Маса апельсинів, завезених у перший магазин, відноситься до маси апельсинів, завезених у другий, як 3 : 5, а в третій завезли на 12 % більше, ніж у другий. Скільки кілограмів апельсинів завезли в кожний магазин?
1373. Михайлик та Віталік мали розв'язати за літо однакову кількість задач. Проте 28 серпня виявилось, що вони разом розв'язали 285 задач, причому Михайлик перевиконав завдання на 8 %, а Віталік ще не розв'язав 18 % задач. Скільки задач мав розв'язати кожний хлопчик?
1374. На змаганнях стрільців з лука кожний учасник робив 20 пострілів. За кожний улучний постріл нараховували 15 очок, а за кожний промах знімали 7 очок. Робіну Гуду в око потрапила порошинка, тому він набрав лише 234 очки. Скільки разів Робін Гуд улучив у ціль?
1375. Оля і Толя задумали одне й те саме число. Потім Оля помножила своє число на 4, а Толя до свого числа додав 4. Далі Оля до отриманого результату додала число 3, а Толя свій результат помножив на 3. Після цього вони знову отримали рівні числа. Яке число задумали діти?
1376. Булочка з повидлом коштує 2 грн 40 к. і ще $\frac{1}{3}$ її ціни. Скільки коштує булочка?
1377. Яке одне й те саме число треба додати до чисельника й знаменника дробу $\frac{18}{23}$, щоб отримати дріб, який дорівнює $\frac{5}{6}$?
1378. Миколка задумав два числа, одне з яких на 28 більше за друге. Які числа задумав Миколка, якщо 60 % меншого числа становлять 25 % більшого?

1379. Івасик-Телесик пас на лузі гусей і кіз, у яких разом було 45 голів і 130 ніг. Скільки гусей і скільки кіз пас Івасик-Телесик?
1380. Бригада кроликів виростила врожай капусти, але не змогла його поділити порівну. Якби кожен кролик узяв по 6 качанів капусти, то 5 качанів залишилися б зайвими. А по 7 качанів вони взяти не могли, бо для цього їм не вистачало 5 качанів. Скільки кроликів було в бригаді? Скільки качанів капусти вони виростили?
1381. Буратіно поклав у банк «Поле чудес» 2000 сольдо на два види вкладу, причому по одному виду вкладу йому нараховували 6 % річних, а по другому — 9 %. Через рік Буратіно отримав 144 сольдо прибутку. Знайдіть, яку суму поклав Буратіно на кожний вид вкладу.
1382. У першому бідоні було в 4 рази більше молока, ніж у другому. Коли з першого бідона перелили в другий 20 л молока, то виявилось, що кількість молока в другому бідоні становить $\frac{7}{8}$ того, що залишилося в першому. Скільки літрів молока було в кожному бідоні спочатку?
1383. Фермер приїздив на базар бідон молока й за першу годину продав $\frac{5}{9}$ молока. Якби він продав ще 20 л, то було б продано $\frac{5}{6}$ усього молока. Скільки літрів молока було в бідоні?
1384. На полиці стояли книжки. Спочатку взяли на 2 книжки менше від третини всіх книжок, а потім половину книжок, що залишилися. Після цього на полиці стало 9 книжок. Скільки книжок було на полиці спочатку?
1385. Два велосипедисти вирушили одночасно з двох міст назустріч один одному. Коли вони зустрілися, то виявилось, що перший велосипедист проїхав $\frac{4}{9}$ усього шляху та ще 12 км, а другий — половину того, що проїхав перший. Знайдіть відстань між містами.
1386. Дванадцять хлопчиків обмінялися своїми адресами. Скільки адрес було роздано?
1387. У шаховому турнірі брали участь 12 гравців. Турнір проходив за круговою системою, тобто кожний учасник турніру грав з іншими по одному разу. Скільки всього було зіграно шахових партій?

1388. Розгадайте кросворд:




По горизонталі: 3. Добуток кількох рівних множників.

4. Розв'язок рівняння. 5. Відстань від точки координатної прямої до початку відріку. 8. Рівність двох відношень. 11. Прямі, при перетині яких утворюються прямі кути. 12. Символ, яким позначають від'ємні числа. 14. Точка, рівновіддалена від усіх точок кола. 16. Найменше просте число. 17. Число, яке ділиться націло на дане. 18. Величина.

По вертикалі: 1. Відрізок, що сполучає дві точки кола та проходить через його центр. 2. Математична дія. 4. Геометрична фігура. 6. Пряма, на якій позначено початок відріку, одиничний відрізок і напрям. 7. Прямі, які лежать в одній площині й не мають спільних точок. 9. Одна з координат точки на площині. 10. Третій степінь числа. 13. Частина круга. 15. Результат дії віднімання. 16. Компонент дії додавання.

Дружимо з комп'ютером

У 5 класі ви вже використовували комп'ютер під час вивчення математики й змогли оцінити, яким надійним помічником він може бути. У 6 класі ви продовжите набувати вміння користуватися комп'ютером. Деякі вправи цього підручника можна виконати за допомогою комп'ютера. Такі вправи в тексті параграфів помічено значком , а тут указано номери цих вправ і завдання до них.

- 15, 16. Під час розв'язування цих задач використайте калькулятор для обчислень.
40. Виконайте цю вправу за допомогою табличного редактора.
69. Знайдіть в Інтернеті інформацію про інші об'єкти в Україні, привабливі для туризму, і складіть аналогічну задачу.
- 73, 74. Виконайте ці вправи за допомогою табличного редактора.
97. Знайдіть в Інтернеті інформацію про довжини інших річок України. Складіть аналогічну задачу.
- п. 4. Стародавні греки складали таблиці простих чисел, користуючись алгоритмом під назвою «Решето Ератосфена». Вони робили так: виписували n перших натуральних чисел, а потім починали викреслювати спочатку всі числа, кратні 2 (крім самого числа 2), потім усі числа, кратні 3 (крім самого числа 3), і т. д. У результаті залишалися невикресленими тільки прості числа. За допомогою табличного редактора створіть свою таблицю простих чисел, користуючись цим алгоритмом. Порівняйте отриману таблицю з таблицею простих чисел на форзаці. Знайдіть в Інтернеті інформацію про Ератосфена та про «Решето Ератосфена». З'ясуйте, звідки взялося слово «решето» в цій назві.
140. Придумайте, як використати табличний редактор, щоб спростити й зробити більш наочним знаходження найбільшого спільного дільника кількох чисел.
- 141, 142. Розв'яжіть ці задачі, використовуючи спосіб, придуманий вами в задачі 140.
- 148, 149. Створіть у табличному або текстовому редакторі таблицю, які допоможуть довести твердження задачі.
165. Придумайте, як використати табличний редактор, щоб спростити й зробити більш наочним знаходження найменшого спільного кратного кількох чисел.
- 166–168. Розв'яжіть ці задачі, використовуючи спосіб, придуманий вами в задачі 165.
185. Виконайте це завдання за допомогою графічного редактора. Які інструменти редактора допоможуть зображати відрізки потрібної довжини?

- 187, 188. Виконайте ці завдання за допомогою графічного редактора. Відрізок якої довжини ви оберете для зображення одиничного відрізка?
206. Виконайте це завдання за допомогою графічного редактора. Які інструменти редактора ви використаєте, щоб зобразити прямий кут? Як переконатися, що побудований вами кут — тупий? гострий?
284. Знайдіть в Інтернеті інформацію про вченого, прізвище якого ви розшифрували в цьому завданні.
- п. 12. 1) Навчіться знаходити відсотки від числа за допомогою калькулятора. Виберіть кілька завдань цього пункту на знаходження відсотків від числа та виконайте їх, користуючись калькулятором.
2) Знайдіть в Інтернеті які-небудь цікаві факти, що містять інформацію про деяку величину та про її відсотки. Складіть кілька задач на знаходження відсотків від числа й запропонуйте своїм товаришам розв'язати їх.
- 411, 412. Виконайте ці завдання, користуючись калькулятором.
- п. 15. 1) Навчіться знаходити число за його відсотками за допомогою калькулятора. Виберіть кілька завдань цього пункту на знаходження числа за його відсотками й виконайте їх, користуючись калькулятором.
2) Знайдіть в Інтернеті які-небудь цікаві факти, що містять інформацію про деяку величину та про її відсотки. Складіть кілька задач на знаходження числа за його відсотками та запропонуйте своїм товаришам розв'язати їх.
499. Знайдіть в Інтернеті інформацію про театри України та складіть схожу задачу.
- п. 16. Як перетворити звичайний дріб у десятковий за допомогою калькулятора?
- п. 18. Яку технічну роботу під час знаходження десяткового наближення звичайного дробу можна виконати за допомогою калькулятора? Використайте калькулятор для виконання кількох завдань цього пункту на ваш вибір.
562. Знайдіть в Інтернеті цікаву інформацію про географічні об'єкти та складіть аналогічну задачу.
- п. 19. 1) Знайдіть в Інтернеті карту міста, області, регіону, у яких ви живете. Користуючись цією картою, знайдіть відстань між якими-небудь знайомими вам об'єктами (це можуть бути міста, які ви відвідували, пам'ятні місця якогось одного населеного пункту тощо).
2) Нарисуйте за допомогою графічного редактора план вашої школи та прилеглої до неї території. Який масштаб ви оберете, щоб цей план вдало розмістився на екрані комп'ютера й при цьому було зручно обчислювати відстані на плані та на місцевості?

- 607, 608. Ці завдання містять дві задачі на обчислення кількості готової продукції, яку можна отримати з вихідної сировини. Знайдіть ці задачі та розв'яжіть їх, проводячи обчислення за допомогою калькулятора. Знайдіть в Інтернеті інформацію про виробництво якоїсь іншої продукції (промислової, харчової тощо) та складіть аналогічні задачі.
619. Знайдіть в Інтернеті які-небудь цікаві кулінарні рецепти й складіть аналогічні задачі.
- 635 (1). Проаналізуйте результати останньої контрольної роботи з математики у вашому класі та складіть аналогічну задачу. Використайте калькулятор для обчислення відсоткового відношення.
640. Виконайте обчислення за допомогою калькулятора.
643. Для яких величин вам було б цікаво отримати інформацію про їхнє збільшення/зменшення, аналогічну наведеної у цій задачі? Знайдіть потрібну інформацію в Інтернеті про значення цих величин за певний період і визначте, на скільки відсотків вони збільшилися/зменшилися.
- п. 21. 1) Знайдіть в Інтернеті інформацію про виступи спортсменів України на Олімпійських іграх. Складіть таблицю, у якій про кожну Олімпіаду буде така інформація: кількість медалей, які розігрувалися; загальна кількість учасників Олімпіади; кількість спортсменів у команді України; кількість медалей, завойованих ними на цій Олімпіаді. Які величини, виражені у відсотках, можна додати до цієї таблиці, щоб наочніше продемонструвати результати нашої команди?
- 2) Знайдіть в Інтернеті інформацію про Леонардо да Вінчі та про те, у яких музеях можна ознайомитися з його творчістю й науковими здобутками. Чи є на сайтах цих музеїв сторінки, присвячені генію?
- п. 22. Створіть у табличному редакторі таблицю, що описує яку-небудь пряму пропорційну залежність, і таблицю, що описує обернену пропорційну залежність. Зробіть так, щоб якомога більше значень у цій таблиці обчислювалися автоматично.
664. Занесіть одну з наведених таблиць у табличний редактор. Яким рядком треба доповнити таблицю, щоб отримати наочну відповідь на запитання задачі?
670. Придумайте таблицю, якою було б зручно користуватися продавцю кондитерської крамниці, та реалізуйте приклад такої таблиці в табличному редакторі. Зробіть так, щоб якомога більша частина таблиці заповнювалась автоматично.
- п. 23. Знайдіть в Інтернеті який-небудь кулінарний рецепт, у якому масу інгредієнтів указано з розрахунку на певну кількість порцій. Складіть у табличному редакторі таблицю, у якій

указано масу потрібних інгредієнтів для приготування від 1 до 20 порцій обраної страви.

- п. 24. Навчіться зображати в графічному редакторі коло заданого радіуса, його центр, діаметр, хорду. Чим відрізняється діаметр від будь-якої іншої хорди? Чим відрізняється зображення кола від круга? Знайдіть у графічному редакторі інструмент, за допомогою якого ви реалізуєте цю відмінність.

707, 709, 713. Виконайте ці завдання за допомогою графічного редактора.

- п. 25. Навчіться виконувати обчислення, пов'язані з формулами довжини кола та площі круга, за допомогою калькулятора. Як ви задаватимете число π ?

753, 754. Використайте калькулятор для обчислень під час розв'язування цих задач.

- п. 26. Як за допомогою графічного редактора, яким ви користуєтесь, зобразити циліндр, конус, кулю? Чи є в цьому редакторі набір готових зображень геометричних фігур?

- п. 27. 1) Навчіться будувати діаграми за допомогою комп'ютерної програми. Для цього існують спеціальні засоби, наприклад, можна вставити діаграму у *Word* або побудувати її на основі таблиці, заповненої в *Excel*. Опануйте різні способи оформлення діаграм. 2) Зверніться до п. 23 «Поділ числа в заданому відношенні». Проілюструйте які-небудь задачі із цього пункту за допомогою діаграм. Використайте стовпчасті та кругові діаграми. Який вид діаграм виявився наочнішим?

3) Проаналізуйте результати останньої контрольної роботи з математики у вашому класі. Відобразіть їх у вигляді діаграм.

792–797. Виконайте ці завдання за допомогою комп'ютера.

808. Складіть у табличному редакторі таблицю, яка містить усі рівноможливі результати в експерименті з киданням одного кубика. Щоб відповісти на запитання задачі, позначте в цій таблиці результати, сприятливі для досліджуваної події. Чи можете ви зробити так, щоб автоматично підраховувалася кількість сприятливих результатів? щоб автоматично обчислювалася ймовірність?

816, 817. Складіть для розв'язування цих задач таблицю, скориставшись ідеєю, описаною в попередньому завданні.

- п. 29. 1) Навчіться вводити в калькулятор від'ємні числа. 2) Складіть у табличному редакторі таблицю, яка містить додатні числа, від'ємні числа, нуль. Побудуйте за цією таблицею стовпчасту діаграму.

846–849. Виконайте які-небудь із цих завдань за допомогою графічного редактора. Як приклад зображення координатної прямої можна використати рисунки 87, 88. Збережіть файл

із зображенням координатної прямої для його використання в наступних завданнях.

852, 853. Виконайте ці завдання за допомогою графічного редактора. Спочатку визначте координату потрібної точки та зобразіть її, а потім за допомогою засобів графічного редактора переконайтеся, що справді даний відрізок цією точкою ділиться навпіл.

855, 856. Виконайте ці завдання за допомогою графічного редактора.

п. 31. Припустимо, що є зображення координатної прямої, на якій позначено початок відліку та деяке число. Інформації про те, яке це число, і про величину одиничного відрізка немає. Як побудувати зображення числа, протилежного даному?

884. Проілюструйте цю задачу за допомогою зображення координатної прямої.

899. Виконайте це завдання за допомогою графічного редактора.

905, 906. Виконайте яке-небудь із цих завдань за допомогою графічного редактора.

920. Перенесіть інформацію із цієї таблиці в табличний редактор або створіть цю таблицю в редакторі *Word*. Знайдіть інструмент, за допомогою якого можна відсортувати таблицю автоматично. Чи збігаються результати сортування з таблицею, яку ви отримали, не використовуючи комп'ютер?

п. 34. Навчіться додавати раціональні числа за допомогою калькулятора. Зверніть увагу на те, як при цьому вводяться від'ємні числа.

950. Виконайте це завдання за допомогою табличного редактора. Зробіть так, щоб значення виразу $a + b$ обчислювалось автоматично.

975, 976. Перевірте свій результат за допомогою калькулятора, виконуючи дії в тому порядку, у якому їх записано в прикладі. Наскільки полегшив роботу вибір зручного порядку обчислень?

987. Використайте калькулятор для розв'язування цієї задачі.

п. 36. Навчіться віднімати раціональні числа за допомогою калькулятора.

996. Створіть діаграму, яка ілюструє цю задачу. Знайдіть в Інтернеті цікаву інформацію, за допомогою якої можна розширити цю задачу.

999. Знайдіть в Інтернеті інформацію про температури плавлення деяких речовин, складіть таблицю та побудуйте відповідну діаграму. Складіть нову задачу, користуючись цими даними. Яка речовина плавиться при температурі $0\text{ }^{\circ}\text{C}$?

- п. 37. Навчіться множити раціональні числа за допомогою калькулятора.
1107. Розв'яжіть цю задачу за допомогою калькулятора. Як найпростіше це зробити?
- п. 40. 1) Навчіться ділити раціональні числа за допомогою калькулятора.
2) Спробуйте за допомогою калькулятора поділити яке-небудь число на 0. Який результат видасть калькулятор?
1110. Виконайте це завдання за допомогою табличного редактора. Зробіть так, щоб частка $a : b$ обчислювалась автоматично. Спробуйте задати в таблиці величину b , що дорівнює нулю. Як відреагує на це табличний редактор?
- п. 43. Навчіться будувати в графічному редакторі зображення перпендикулярних прямих.
- 1212, 1216. Виконайте ці завдання за допомогою графічного редактора.
- п. 44. Навчіться будувати в графічному редакторі зображення паралельних прямих.
- 1237, 1241, 1243. Виконайте ці завдання за допомогою графічного редактора.
- п. 45. Зобразіть у графічному редакторі координатну площину. Збережіть цей файл для використання в наступних завданнях.
1267. Виконайте це завдання за допомогою графічного редактора.
- 1272, 1273. Виконайте яке-небудь із цих завдань за допомогою графічного редактора.
- 1274–1278. Виконайте ці завдання за допомогою графічного редактора. Який інструмент графічного редактора ви використасте, щоб зобразити смугу або півплощину?
- п. 46. Для побудови графіків за допомогою комп'ютера можна використати ті самі засоби, що й для побудови діаграм. Навчіться використовувати ці засоби. Опануйте різні способи оформлення графіків.
1289. Виконайте це завдання за допомогою комп'ютера.

Відповіді та вказівки до вправ

29. 1) *Вказівка*. Двоцифрове число, записане двома однаковими цифрами, подамо у вигляді суми розрядних доданків. Маємо: $10a + a = 11a$. 2) $100a + 10a + a = 111a = 37 \cdot 3a$. 30. До числа 1 дописали ліворуч цифру 4 або до числа 2 — ліворуч цифру 8. *Вказівка*. Число, яке отримали в результаті дописування цифри, кратне 41. Таких двоцифрових чисел лише два — 41 і 82. 31. У числі 17 закреслили цифру 7 або у числі 85 — цифру 8. *Вказівка*. Розгляньте всі двоцифрові числа, кратні 17. 35. 12,4 кг. 58. Так. *Вказівка*. Якби всі доданки були непарними, то їхня сума також була б непарною. 59. Ні. *Вказівка*. Сума двох непарних доданків є парним числом. Отже, сума парної кількості непарних доданків — парне число, а непарної кількості — непарне. 60. Ні. *Вказівка*. Із двох послідовних натуральних чисел одне парне, а одне непарне. Отже, їхній добуток є парним числом. 61. 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) ні; 5) так. 62. 18 вересня чергує Петро Петрович; 29 вересня — Іван Іванович; 1 жовтня — Іван Іванович; 30 жовтня — Петро Петрович; 31 жовтня — Іван Іванович. У листопаді Іван Іванович чергує по парних числах. У ніч на Новий рік — Петро Петрович. 63. Так. *Вказівка*. Із трьох натуральних чисел два будуть або парними, або непарними. 64. 1) 3; 2) 6. 65. 637 і 63. *Вказівка*. З умови випливає, що одне із шуканих чисел трицифрове, а друге — двоцифрове. Запишемо ці числа у вигляді суми розрядних доданків. Маємо: $100a + 10b + 7$ і $10a + b$. Звідси $(100a + 10b + 7) + (10a + b) = 110a + 11b + 7 = 700$; $10a + b = 63$. Тоді зрозуміло, що $a = 6$; $b = 3$. 66. 1) 20; 2) 25. 67. Ні. *Вказівка*. Переконайтеся, що значення виразу $1 + 2 + \dots + 9$ — число непарне. Якщо в цій сумі деякі знаки «+» замінити на знаки «-», то значення отриманого виразу також буде числом непарним. 71. 1) 65; 2) 1,25. 89. 3150; 6150; 9150; 1155; 4155; 7155. 90. 2340; 6345. 91. 5742; 3744; 1746; 8748; 7740. 92. 3042; 3141; 3240; 3249; 3348; 3447; 3546; 3645; 3744; 3843; 3942. 93. Ні, оскільки вартість покупки, виражена в копійках, має бути кратною 3. 94. 9. *Вказівка*. Очевидно, що перше число кратне 9. Із цього випливає, що кратним 9 буде й кожне наступне число, отримане в результаті вказаних обчислень. 95. Так. *Вказівка*. Числа 1, 2 і 4 не кратні 3. Отже, Дмитро має грати так, щоб після кожного його ходу на дошці було число, кратне 3. Якщо після ходу Романа при діленні на 3 отримали остачу 1, то Дмитро дописує 2; якщо остачу 2 — то 1 або 4. 97. 308 км, 346 км. 98. 125 км. 99. 1) 8,26; 2) 7,83. 126. 1) $n = 1$; 2) ні при якому значенні n ; 3) $n = 1$. 127. Так. *Вказівка*. Якщо число a складене, то воно не менше

ніж $11^2 = 121$. 128. 1 або 5. 129. 2 і 19. *Вказівка.* Якщо різниця двох простих чисел — число непарне, то від'ємник дорівнює 2. 131. 1) 1,3; 2) 550; 3) 33,07; 4) 264,1. 152. 31 учень. 153. 32 автомобілі. 154. 46 шкіль. 155. 12 подарунків. 156. 78 букетів. 158. 0 або 9. 173. 150 см. 174. 3 кв. 175. 16 800 м. 176. 30 мандаринів. 177. Через 60 днів у суботу. 178. 660 цукерок. 179. 3. 180. 8640 змахів. 201. 1) 17; 2) 16; 3) 2. 202. 1) 17; 2) 14; 3) 6. 203. 10 льодяників. 205. 108 000 ударів; 6 л/хв. 207. 24 км/год. 208. 70 км/год.

225. 7) $\frac{5}{26}$; 8) 6; 9) $\frac{8}{5}$. 226. 4) $\frac{13}{3}$; 5) $\frac{51}{8}$; 6) $\frac{1}{9}$. 228. $x = 4$, $y = 3$. 229. $a = 12$, $b = 7$. 230. 1) 1 023 456 798; 2) 9 876 543 210. 231. 27,8. 232. 10. 258. $\frac{171}{181} = \frac{171}{181} \cdot \frac{171}{181}$. *Вказівка.* $\frac{171}{181} \cdot \frac{171}{181} = \frac{171 \cdot 1001}{181 \cdot 1001}$. 259. 1) 1; 2.

Вказівка. $\frac{x}{17} = \frac{3x}{51}$. Тепер зрозуміло, що $3x < 8$; 2) 1; 2; 3; 4; 3) таких значень не існує; 4) x — будь-яке натуральне число.

262. 340 і 34. 288. 4) $4\frac{29}{108}$. 289. 4) $2\frac{1}{70}$. 294. $\frac{1}{6}$ грошей.

295. $\frac{1}{8}$ скарбу. 296. $\frac{5}{12}$ поля; $\frac{5}{6}$ поля. 297. $\frac{1}{4}$ паркана; $\frac{1}{2}$ паркана; увесь паркан. 298. $\frac{41}{48}$ кавуна. 299. $\frac{14}{15}$ басейну. 300. $\frac{5}{6}$ стіни.

301. $\frac{1}{18}$ тексту. 302. $\frac{2}{15}$ басейну. 308. 1) $\frac{61}{62} < \frac{62}{63}$. *Вказівка.*

$\frac{61}{62} = 1 - \frac{1}{62}$, $\frac{62}{63} = 1 - \frac{1}{63}$; 2) $\frac{1003}{1007} > \frac{103}{107}$. 311. 1) 7; 2) 15. 312. 1) $a = 1$,

$b = 1$; 2) $a = 2$, $b = 2$. 313. Збільшиться на 1. 314. $\frac{9}{20}$. *Вказівка.*

$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{19 \cdot 20} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20}$. 315. $\frac{28}{93}$.

316. Кожний доданок даної суми, крім останнього, більший за $\frac{1}{18}$. Тоді $\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{18} > \frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \dots + \frac{1}{18} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$. 320. 180 см.

9 днів

321. 2,2 год. 346. 1) $39\frac{7}{18}$; 2) $2\frac{1}{21}$; 3) $4\frac{15}{16}$; 4) $\frac{7}{8}$. 347. 1) $26\frac{4}{7}$;

2) $\frac{50}{63}$; 3) $4\frac{13}{36}$; 4) $1\frac{3}{5}$. 355. 1) $\frac{29}{72}x$; $1\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{6}c$; 0,4; 3) $1\frac{1}{5}y$; 12.

356. 1) $\frac{7}{12}a$; 1; 2) $\frac{1}{7}b$; $\frac{1}{3}$; 3) $2\frac{7}{12}m$; 4. 360. 1875 см³. 364. $4\frac{3}{4}$ км.

365. 231 км. 366. 39 км. 367. На $20\frac{11}{12}$ км. 368. $\frac{5}{16}$; вистачить.
 369. $\frac{1}{3}$; не встигнуть. 375. 96 кущів. 376. 3,5 год. 377. 13 три-
 кутників. 405. $2\frac{1}{2}$ м³. 406. 99 коробок. 407. 140 фунтів.
 408. 4550 злитків. 409. 490 сольдо. 410. 5070 сольдо. 411. 150 кг.
 412. 750 грн, 480 грн, 570 грн. 413. 375 ц. 414. 66 ц. 415. Ко-
 заки отримали по $\frac{1}{4}$ казана кулешу. 416. 1) $a < b$; 2) $a > b$.
 417. 7,2 м. 420. 1 учень. *Вказівка.* Кількість учнів кратна числам
 2, 3 і 7, а отже, і числу $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. 421. На $\frac{1}{12}$. 422. 442 уболі-
 вальники. *Вказівка.* З умови випливає, що кількість уболіваль-
 ників не перевищує $\frac{300 \cdot 17}{11} = 463\frac{7}{11}$. Крім того, кількість приїж-
 джиків кратна числам 2, 13 і 17, а отже, і числу $2 \cdot 13 \cdot 17 = 442$.
 423. 75 яблунь. 424. 42 учні. *Вказівка.* Спочатку кількість від-
 сутніх становила $\frac{1}{7}$ учнів класу. Після того як вийшов один
 учень, кількість відсутніх становить $\frac{1}{6}$ учнів класу. Тоді один
 учень становить $\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$ учнів класу. 426. $2\frac{1}{10}$. 438. 1) У 2 рази;
 2) $\frac{2}{3}$. 457. 1) $\frac{7}{16}$; 2) $\frac{27}{35}$. 458. 1) $\frac{5}{6}$; 2) $1\frac{7}{8}$. 459. 1) $\frac{2}{15}$; 2) $1\frac{1}{5}$;
 3) $1\frac{1}{3}$; 4) $2\frac{1}{4}$; 5) $\frac{6}{7}$; 6) $2\frac{2}{3}$; 7) $2\frac{2}{3}$; 8) 15. 460. 1) $\frac{121}{128}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{3}{8}$;
 4) $1\frac{3}{5}$; 5) $2\frac{1}{3}$; 6) $3\frac{7}{20}$. 463. $2\frac{2}{5}$ км/год. 464. На $\frac{1}{2}$ год. 465. 1 год
 26 хв. 466. $1\frac{1}{2}$ хв. 467. 43 пакети. 468. 13 пачок. 469. 17 ба-
 нок. 470. 11 цеберок. 471. 16 год. 472. 12 хв. 473. 18 год, $\frac{3}{5}$ і
 $\frac{2}{5}$ роботи відповідно. 474. 4 дні, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ і $\frac{4}{15}$ поля відповідно.
 475. $4\frac{4}{9}$ год, $\frac{4}{9}$ і $\frac{5}{9}$ басейну відповідно. 476. 10 год. 477. 45 год.
 478. 4 год. 479. 11 днів. 481. 12. 482. 13 год 20 хв. *Вказівка.*

- З умови випливає, що пройшло $\frac{5}{9}$ доби. 483. 24. 484. 2) $\frac{1}{7}$; 3) $\frac{5}{8}$.
485. 1) $2\frac{2}{5}$; 2) $\frac{15}{17}$; 3) $\frac{7}{9}$. 486. Зменшиться у 2 рази. 487. За 30 год.
488. За 5 год. 489. За 12 год. 491. 75° або 165° . 511. 20 см,
- $10\frac{2}{3}$ см, $25\frac{1}{3}$ см. 512. $3\frac{2}{3}$ см. 513. 45 дерев. 514. 400 птахів.
515. 144 кг. 516. 120 полків. 517. 500 кг. 518. 1600 кг. 519. 36 за-
дач. 520. 48 сторінок. 521. 28 учнів. 522. 286. 523. 28.
524. 168 сольдо. 525. 7,5 кг. 526. 180 м. 527. 160 км. 528. 2700 м.
- Вказівка.* З умови випливає, що пройдено за четвертий день 800 м
становлять $\frac{2}{3}$ шляху, пройденого за третій і четвертий дні разом.
Отже, після другого дня залишалось пройти 1200 м, що становить
 $\frac{2}{3}$ шляху, пройденого за другий, третій і четвертий дні разом.
529. 1) $1\frac{1}{18}$; 2) $4\frac{10}{21}$. 542. $4\frac{1}{5}$. 543. 68,4 см. 554. 4,5 год. 569. 3,9.
596. 6 год. 597. $4\frac{1}{3}$. 609. 10,8 см. 610. 152 км. 616. 1) $\frac{5}{6}$; 2) 1,2;
- 3) $1\frac{1}{4}$; 4) 3,4; 5) $\frac{2}{75}$; 6) $\frac{3}{7}$. 617. 1) $\frac{1}{5}$; 2) 118; 3) 13; 4) 12; 5) 10,5;
- 6) $\frac{3}{16}$. 618. 5000 т. 619. 990 г крупів, 4320 г молока, 225 г цукру.
620. 24,6 кг нікелю, 32,8 кг цинку, 106,6 кг міді. 623. *Вказів-*
ка. 1) $\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1$; $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$; 2) $ad = bc$; $ad + ac = bc + ac$;
- $a(d+c) = c(a+b)$; $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$. 624. 5 дублонів. *Вказівка.* Якщо
9 кокосів коштують a дублонів, то за дублон можна купити a ко-
косів. Тоді в пропорції $\frac{a}{9} = \frac{1}{a}$ обидві частини виражають ціну
одного кокоса. 626. 22,5 хв. 627. 1) $13\frac{2}{9}$; 2) $1\frac{7}{9}$. 640. 68,5 %.
641. 1728 гри, збільшилася на 8 %. 642. 2700 гри, збільшилася
на 12,5 %. 643. 4,6 %. 644. 25 %. 645. 7,5 %. 646. 31 %.
647. 250 %. 648. 140 %. 649. 60 %. 650. $33\frac{1}{3}$ %. 651. Зменшити
у 2 рази. 652. На 50 %. 653. Число 100. 654. 1000. 656. 3 год.
677. 17 109,82 %. 688. 1) $x=12$, $y=20$; 2) $x=27$, $y=6$.

689. $a=120$, $b=45$. 690. 800 грн, 1200 грн, 2000 грн. 691. 112 т, 168 т, 260 т. 692. $x=60$, $y=135$, $z=24$. 693. 36; 90; 120; 140. 723. *Вказівка.* 1) Досить вирізати два рівних круги із центрами в точках O і M (рис. 164), а потім поміняти їх місцями; 2) досить вирізати круг, діаметр якого OM (рис. 165), а потім повернути його на 180° навколо центра A . 724. Рис. 166. 727. 12,8.



Рис. 164

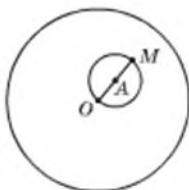


Рис. 165



Рис. 166

752. Коли придбає одну велику піцу. 753. 44,1 км/год. 754. 58,8 км/год. 755. 3,14 см. 756. 32π см $\approx 100,48$ см.

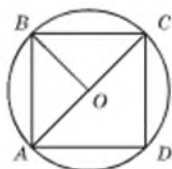


Рис. 167

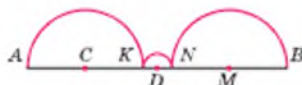


Рис. 168

757. $50\pi - 100 = 57$ (см²). 758. 18 см², на 10,26 см². *Вказівка.* Якщо сумістити сторону AB трикутника AOB (рис. 167) зі стороною BC трикутника BOC , можна отримати квадрат, сторона якого дорівнює 3 см. Площа отриманого квадрата вдвічі менша від площі квадрата $ABCD$. Незавжди встановити, що площа квадрата $ABCD$ становить 18 см², а різниця між площами круга та квадрата дорівнює $9\pi - 18 \approx 10,26$ (см²). 759. *Вказівка.* Зна-

йдемо суму довжин червоних півкіл (рис. 168): $l = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot AC + 2\pi K + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot KD + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot NM = \frac{1}{2} \pi (2AC + 2KD + 2NM) = \frac{1}{2} \pi \cdot AB$. Аналогічно можна показати, що сума довжин зелених півкіл також дорівнює $\frac{1}{2} \pi \cdot AB$. 760. *Вказівка.* Сума площ усіх зафарбованих

і незафарбованих «серпиків» дорівнює сумі площ двох кругів, діаметри яких 3 см і 4 см, а сума площ незафарбованих «серпиків» і прямокутника дорівнює площі круга, діаметр якого 5 см. Покажіть, що ці суми рівні.



Рис. 169

761. Вказівка. Спільна частина квадратів містить круг, радіус якого дорівнює $\frac{1}{2}$ см (рис. 169). 764. 1) $\frac{3}{4}$; 2) $1\frac{2}{7}$. 765. 36 грн. 774.

10 см і 32 см. 775. Ні. 776. 80π см². Вказівка. Одна зі сторін прямокутника є висотою циліндра, а друга — радіусом його основи. Тоді $rh = 40$ см². 778. 4-й під'їзд, 12-й поверх. 799. 28 000 студентів. 800. Ні. Вказівка. Кожне з утворених трицифрових чисел ділиться націло на 3, отже, їхній добуток має бути кратним 9.

816. 10) $\frac{13}{16}$. 817. 12) $\frac{3}{19}$; 13) $\frac{3}{19}$; 14) $\frac{8}{19}$. 818. 1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{5}{8}$; 3) 0.

819. $\frac{17}{43}$. 820. $\frac{2}{3}$. 821. 1) 3 кулі; 2) 8 куль. 822. 4 сині та 2 жовті

граші. 823. 7 куль. 824. $\frac{31}{36}$. 825. 12 грн. 838. 535 дерев. 839. $2\frac{11}{18}$.

861. Точка B. 862. C(-7). 863. M(4) або M(-4). 865. 680.

866. Більше тенісистів. 867. У 6 разів. 883. а, якщо а — додатне число; -а, якщо а — від'ємне число. 885. Не існує, оскільки між протилежними числами завжди розташована непарна кількість

цілих чисел. 886. 8 год. 887. 500 кг. 888. 1) $\frac{6}{49}$; 2) $1\frac{1}{6}$. 911. 36 км.

912. $\frac{13}{15}$. 935. 1) -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 2) -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4.

936. 1) $-a < b$; 2) $-a > b$. 937. 1) $-4,2^{**} > -4,6^{**}$; 2) $-0,628 < -0,627^{**}$;

3) $0 > -^{**}$, ** . 938. 1) $-98^{**} > -1^{***}$; 2) $-^{**}, ^{***} > -^{**}, ^{**}$; 3) $-98, ^{**} < ^{*}$

$< -^{*}4, ^{**}$. 942. 1) Якщо $a > 0$, то $a > -a$; якщо $a < 0$, то $a < -a$; якщо $a = 0$, то $a = -a$; 2) $|a| > a$; 3) $|a| > -a$. 943. 1) 0; 2) 4; 3) -4;

4) -1. 945. 215 см. 946. $\frac{5}{6}$. 966. Рівність виконується, якщо а

і b — числа одного знака. 968. 1) При $x < 0$; 2) ні при яких.

969. О 15 год 20 хв. 970. 24 цукерки. 982. 1) 27; 2) -30.

987. 1) 4200 грн; 2) 4410 грн; 3) 4630,5 грн. 988. 6. 1012. 1) -10; -6; 6; 10; 2) -5; 5. 1013. 1) Найменше значення дорівнює -8,5 при $x = 0$, найбільшого не існує; 2) найбільше значення дорівнює -5,2 при $x = 0$, найменшого не існує. 1014. 1) Найменше значення дорівнює 3,9 при $x = 0$, найбільшого не існує; 2) най-

більше значення дорівнює 7,6 при $x=0$, найменшого не існує.

1015. 125 %. 1016. 87,5 %. 1017. $\frac{4}{9}$. 1018. 6. 1028. 1) $-39\frac{7}{18}$;

2) $1\frac{7}{9}$. 1029. 1) $26\frac{4}{7}$; 2) $\frac{1}{180}$. 1033. 3) $-4\frac{2}{9}$. 1036. 1) 1; 2; 3; 4; 5;

2) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 3) 1; 2; 3; 4) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7.

1037. 1) -1; -2; -3; 2) -1; -2; -3; -4; -5; 3) -1; -2; -3; -4; -5; -6; -7; -8; 4) -1; -2; -3. 1040. 1) 0; -9,4; 6,5; 2) 21; -12,4.

1041. 1) -1,2; -5; 10; 2) -1; 2. 1042. 1) -8 при $x=0$; 2) 7 при $x=0$.

1043. 1) 4 при $x=0$; 2) 10 при $x=0$. 1045. На $\frac{3}{4}$ год.

1046. 4 пиріжки. 1047. 9 шкарпеток. 1061. 1. 1094. 1) -8;

2) $-3,4x + 2\frac{1}{3}y$. 1095. 1) -2; 2) -2,8; 3) 22. 1096. 1) 9,6; 2) -23;

3) 2. 1102. 1) -28; 2) -2,4; 3) -1; 4) -178; 5) 48. 1103. 1) 3,4; 2) 0,1;

3) 1,6. 1107. 342 грн. 1108. 1,5 км або 7,5 км. 1118. 2) $1\frac{17}{18}$; 3) $4\frac{1}{2}$;

4) $1\frac{1}{8}$. 1119. 2) $-2\frac{1}{4}$; 3) $-\frac{1}{18}$; 4) $-1\frac{1}{3}$. 1121. 3) $-\frac{6}{7}$; 4) 3; 5) -0,3;

6) 4. 1122. 3) $6\frac{2}{3}$; 4) $-\frac{2}{9}$. 1123. 1) -44,45; 2) -47,14. 1124. 1) -14;

2) -129,7. 1125. 1) -2; 2) 3,9. 1126. 1) $-\frac{2}{9}$; 2) -12,8. 1129. 0,6 км/хв.

1130. 30 сорочок. 1131. 3. 1132. 3 кг. 1133. 39 років. 1144. 1) 2;

2) 3,2; 3) -24. 1145. 1) -3; 2) -4; 3) $1\frac{1}{5}$. 1146. 1) -3; 2) 1. 1147. 1) 0;

2) 1,25. 1148. 1) 0,4; 2) -1. 1149. 1) -9,5; 2) -2. 1150. 1) -28;

2) $-\frac{42}{53}$; 3) -1. 1151. 1) 9; 2) 15; 3) $\frac{45}{44}$. 1152. 1) -0,3; 2) 8; 3) 24;

4) 3,4. 1153. 1) 0,4; 2) 5; 3) 1,8; 4) 11. 1154. 1) 0,5; 2) -3,5.

1155. 1) -7; 2) -3,25. 1156. 1) Немає коренів; 2) x — будь-яке

число. 1157. 1) x — будь-яке число; 2) немає коренів. 1158. 1) 0;

2) 2. 1159. 1) -14; -7; -2; -1; 1; 2; 7; 14; 2) -10; -4; -2; -1; 0; 1;

3; 4; 5; 6; 8; 14. 1160. 1) 1; 2; 4; 5; 10; 20; 2) -4; -5; -6; -9; -12;

-21. 1161. 1600 %. 1162. 20 %. 1163. Менше на 1 %. 1164.

18 цукерок. 1165. $\frac{1}{3}$. 1166. Ділене дорівнює 53, дільник — 9.

1172. 118 пудів. 1173. Маса Малюка — 24 кг, Фрекен Бок — 96 кг,

Карлсона — 54 кг. 1174. 70 см, 14 см, 82 см. 1175. 12 см, 84 см,

78 см. 1176. 14,4 грн, 8 грн. 1177. 30 грн, 50 грн. 1178. 14 кг,

6 кг. 1179. 30 грн, 70 грн. 1180. 4,2 км/год, 9,8 км/год. 1181. 300 шко-

лярів. 1182. 60 грибів, 12 грибів. 1183. 12 горіхів, 96 горіхів. 1184. 80 км, 70 км, 72 км. 1185. 48 деталей, 40 деталей, 36 деталей, 28 деталей. 1186. 10 порцій, 14 порцій. 1187. 9 тістечок, 7 тістечок. 1188. 120 000 грн. 1189. 59 л. 1190. 65 грн, 13 грн. 1191. 240 кг, 60 кг. 1192. 6 год, 4 год. 1193. 2,5 год, 1 год. 1194. 13 хв. 1195. 5 днів. 1196. 2 км/год. 1197. 6 км/год. 1198. 10 днів. 1199. 17 днів. 1200. 240 л, 480 л. 1201. 20 кг, 80 кг. 1202. Об 11 год 57 хв. 1203. 6. 1204. Непарним числом. 1205. У числі 93 закреслили цифру 9, або у числі 62 — цифру 6, або у числі 31 — цифру 3. 1206. 1) $14\frac{5}{6}$; 2) $-13\frac{8}{9}$. 1224. 1) 124° ; 2) 98° . 1225. 126° . 1226. Вказівка. 1) $90^\circ = 15^\circ \cdot 6$. 1227. Вказівка. 1) $5^\circ = 90^\circ - 17^\circ \cdot 5$. 1228. Вказівка. $10^\circ = 90^\circ - 4 \cdot 20^\circ$. 1229. 26. 1230. 8 способів. 1232. 28 років. 1247. 5 троянд, 9 троянд.

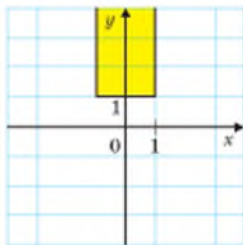


Рис. 170

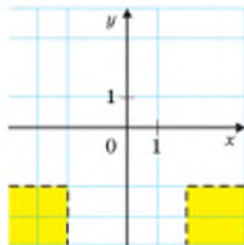


Рис. 171

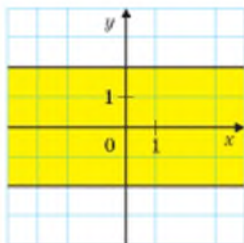


Рис. 172

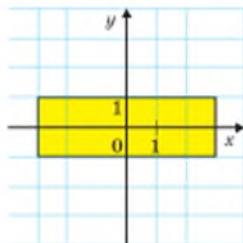


Рис. 173

1249. 1 т. 1250. -2,83. 1277. 3) Рис. 170; 4) рис. 171. 1278. 3) Рис. 172; 4) рис. 173. 1280. 10 цукерок. 1281. 75 кг. 1282. 308 горіхів. 1292. 12 варіантів. 1293. 150 сторінок.

1294. 1) $\frac{5}{12}$; 2) $\frac{5}{23}$; 3) 2,5. 1296. 1) $\frac{1}{5}$; 2) -3,36; 3) $2\frac{1}{6}$; 4) 2,75;
 5) 0,5; 6) 0,11; 7) $-\frac{1}{44}$; 8) $-9\frac{3}{4}$. 1297. 1) 2,8; 2) 1,8. 1298. 1) 12,5;
 2) 4. 1299. 1) 40 %; 2) $21\frac{3}{7}$ %. 1303. 2) $2c-2$; 3) $1,02n$;
 4) $36,5k-14$. 1304. 3) -5,5; 4) -1; 5) -12. 1305. 18) -36; 19) -22,5;
 20) 36; 21) -2; 22) -0,2; 23) 0,5; 24) 0; 25) 2; 26) $\frac{5}{19}$.
 1306. 1) $3 \cdot 29 = 87$; 2) $43 \cdot 3 = 129$; 3) $103 \cdot 5 = 515$; 4) $11 \cdot 13 = 143$;
 5) $21 \cdot 23 = 483$; 6) $14 \cdot 17 = 238$. 1308. 25 см, 435 плиток.
 1309. 72 опілки. 1310. 61 горіх. 1313. 98 вареників. 1314. 3 кг.
 1315. 49 хв. 1316. 380 км. 1318. Скласти мотузку вчетверо
 і відрізати четверту частину. *Вказівка.* $\frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3} - \left(\frac{2}{3} : 4\right)$.
 1319. 24 дні. 1320. $32\frac{8}{11}$ хв. 1321. 3 год. 1322. 56 год.
 1323. $3\frac{3}{5}$ год. 1324. $14\frac{2}{5}$ хв. 1325. 8 год. 1326. 15 год, 10 год.
Вказівка. За 2 год через дві труби заповниться $\frac{1}{3}$ басейну, отже,
 за 10 год через одну з труб заповниться $\frac{2}{3}$ басейну. 1327. 14 год.
 1328. 1,5 см. 1336. 2,52 кг. 1337. На 21 %. 1338. Зменшилася на
 4 %. 1339. Площа прямокутника становить 91 % площі квадра-
 та. 1340. 240 см^2 . 1341. $x=9$, $y=24$. 1342. 1) 18; 24; 54;
 2) 75; 50; 60. 1343. 2000 кг. 1344. 175 км. 1354. 68° ; 32° ; 80° .
 1355. 46° ; 32° ; 12° . 1356. 304 дні. 1358. $83,2 \text{ см}^2$. 1359. 500 га,
 400 га, 320 га. 1360. 21 куш, 35 кушів. 1361. 45 кг. 1362. 41 км,
 36 км, 33 км. 1363. 70 км/год, 80 км/год. 1364. 3 год. 1365. Ас-
 фальтованою дорогою — 50 км/год, ґрунтовою — 45 км/год.
 1366. 14 км/год; 42 км. 1367. 1,5 год. 1368. 264 км.
 1369. 80 км/год, 46 км/год. 1370. 1,8 год; 18 км, 8 км. 1371. 40 км.
 1372. 150 кг, 250 кг, 280 кг. 1373. 150 задач. 1374. 17 разів.
 1376. 3 грн 60 к. 1377. 7. 1378. 20; 48. 1379. 25 гусей, 20 кіз.
 1380. 10 кроликів, 65 качанів капусти. 1381. 1200 сольдо під 6 %
 і 800 сольдо під 9 %. 1382. 60 л, 15 л. 1383. 72 л. 1384. 24 книжки.
 1385. 54 км. 1386. 132 адреси. 1387. 66 партій.

Відповіді до завдань
«Перевірте себе» в тестовій формі

Номер завдання	Номер задачі											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	Б	В	Б	В	Б	Б	В	Г	А	А	В	Б
2	Б	А	В	В	Б	А	В	Г	Б	В	Г	В
3	А	Б	Б	Г	В	Г	А	В	А	А	В	А
4	Г	А	В	А	В	Г	В	В	Б	Б	А	В
5	Г	А	Г	В	Б	В	Г	Б	В	Б	А	В
6	А	Б	А	Г	Б	В	А	Г	Г	В	Г	В

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

- Абсциса точки** 344
- Відношення** 149
- Вісь абсцис** 343
— **ординат** 343
- Графік** 353
- Діаграма** **кругова** 213
— **стовпчаста** 213
- Діаметр кола** 190
- Дільник** 5
- Довжина кола** 198
- Дріб нескінченний**
— **періодичний десятковий** 137
— **нескоротний** 59
- Ймовірність випадкової події** 225
- Коефіцієнт** 296
- Конус** 207
- Координатна площина** 343
- Координатна пряма** 242
- Кратне** 5
- Круг** 190
- Куля** 208
- Модуль числа** 255
- Найбільший спільний дільник** 35
- Найменше спільне кратне** 42
- Обернена пропорційна залежність** 178
- Ознака подільності на 2** 12
— на 9 18
— на 10 12
— на 5 13
— на 3 18
- Ордината точки** 344
- Паралельні прямі** 337
- Період дробу** 137
- Перпендикулярні прямі** 330
- Площа круга** 199
- Подібні доданки** 302
- Події рівноймовірні** 225
- Подія вірогідна** 225
— **неможлива** 225
— **сприятлива** 226
- Пряма пропорційна залежність** 176
- Пропорція** 156
- Радіус кола** 189
- Розклад на прості множники** 27
- Сектор круга** 190
- Хорда** 189
- Центр кола** 188
- Циліндр** 206
- Цифри непарні** 12
— **парні** 12
- Числа взаємно обернені** 108
— **взаємно прості** 37
— **від'ємні** 237
— **додатні** 237
— **непарні** 12
— **парні** 12
— **прості** 27
— **протилежні** 247
— **раціональні** 248
— **складені** 27
— **цілі** 248
- Число π** 198

Розмальовка I



Розмальовка II



Розмальовка III



ЗМІСТ

Від авторів.....	3
Умовні позначення	4

§ 1. Подільність натуральних чисел

1. Дільники та кратні	5
2. Ознаки подільності на 10, на 5 і на 2.....	11
3. Ознаки подільності на 9 і на 3	18
• Ділиться чи не ділиться?.....	23
4. Прості та складені числа	26
• Чи такі вже прості ці прості числа?.....	32
5. Найбільший спільний дільник	36
6. Найменше спільне кратне.....	42
Завдання № 1 «Перевірте себе» в тестовій формі	49
Головне в параграфі 1	50

§ 2. Звичайні дроби

7. Основна властивість дробу	52
8. Скорочення дробів	59
9. Зведення дробів до спільного знаменника. Порівняння дробів.....	64
10. Додавання і віднімання дробів.....	71
Завдання № 2 «Перевірте себе» в тестовій формі	84
11. Множення дробів	86
12. Знаходження дробу від числа	99
13. Взаємно обернені числа	108
14. Ділення дробів.....	112
15. Знаходження числа за заданим значенням його дробу	123
16. Перетворення звичайних дробів у десяткові.....	133
17. Нескінченні періодичні десяткові дроби	137
18. Десяткове наближення звичайного дробу.....	141
Завдання № 3 «Перевірте себе» в тестовій формі	145
Головне в параграфі 2	146

§ 3. Відношення і пропорції

19. Відношення	148
20. Пропорції	156
21. Відсоткове відношення двох чисел	165
• Як знайти «золоту середину»	172
22. Пряма та обернена пропорційні залежності	175
23. Поділ числа в заданому відношенні	184
24. Коло і круг	188
25. Довжина кола. Площа круга	197
26. Циліндр. Конус. Куля	206
27. Діаграми	213
28. Випадкові події. Ймовірність випадкової події	224
Завдання № 4 «Перевірте себе» в тестовій формі	232
Головне в параграфі 3	233

§ 4. Раціональні числа і дії з ними

29. Додатні і від'ємні числа	235
30. Координатна пряма	241
31. Цілі числа. Раціональні числа	247
• «Нерозумні» числа	252
32. Модуль числа	255
33. Порівняння чисел	260
34. Додавання раціональних чисел	267
35. Властивості додавання раціональних чисел	274
36. Віднімання раціональних чисел	278
Завдання № 5 «Перевірте себе» в тестовій формі	284
37. Множення раціональних чисел	285
• Ніщо і ще менше	294
38. Переставна та сполучна властивості множення раціональних чисел. Коефіцієнт	296
39. Розподільна властивість множення	300
40. Ділення раціональних чисел	309
41. Розв'язування рівнянь	315
42. Розв'язування задач за допомогою рівнянь	321
43. Перпендикулярні прямі	330
44. Паралельні прямі	337

45. Координатна площина	342
46. Графіки.....	351
Завдання № 6 «Перевірте себе» в тестовій формі	359
Головне в параграфі 4.....	361
Вправи для повторення за курс 6 класу	364
• Дружимо з комп'ютером.....	377
Відповіді та вказівки до вправ	383
Відповіді до завдань «Перевірте себе» в тестовій формі	392
Предметний покажчик.....	393
Додаток	394